Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ
website: sj.ctu.edu.vn

TỔ CHỨC TOÁN HỌC ĐỐI VỚI KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM: MỘT NGHIÊN CỨU THEO CÁCH TIẾP CẬN DIDACTIC TOÁN

Nguyễn Phú Lộc[1] và Nguyễn Văn Nu[2]

[1] *Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ*
[2] *Lớp Cao học khóa 19 - Chuyên ngành Lý luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán, Trường Đại học Cần Thơ*

Thông tin chung:
Ngày nhận: 12/08/2014
Ngày chấp nhận: 27/02/2015

Title:
Mathematical organizations of the derivative concept: A study based on approach to mathematical didactics

Từ khóa:
Đạo hàm, tổ chức toán học, didactic toán, giáo dục toán học, giảng dạy toán học

Keywords:
Derivative, mathematical organization, mathematical didactics, mathematics education

ABSTRACT

In high schools, students learn the concept of the derivative from grade 11 and in grade 12, they continue to meet the concept in the topics such as: "Application of derivative to investigate a function", "Anti derivative", "Integration". Consequently, the derivative is a key concept in high school mathematics. In textbooks, what were mathematical organizations relating to the derivative? In order to contribute to the answer to the above question, the article presents the mathematical organisations relating to derivative and reports experimental results obtained from High school Thot Not (Can Tho City) and High school Ca Van Thinh (Ben Tre province).

TÓM TẮT

Trong trường trung học phổ thông, học sinh được học khái niệm đạo hàm ngay từ lớp 11 và đến lớp 12, các em gặp lại khái niệm này trong các chủ đề "Ứng dụng đạo hàm để khảo sát hàm số", "Nguyên hàm", "Tích phân". Do vậy, khái niệm đạo hàm có vai trò khá then chốt trong toán học phổ thông. Thế thì liên quan đến khái niệm đạo hàm có các tổ chức toán học nào? Để góp phần trả lời câu hỏi vừa nêu, bài báo trình bày các tổ chức toán học có liên quan đến khái niệm đạo hàm trong sách giáo khoa toán 11, và tường thuật các kết quả thực nghiệm thu được từ Trường trung học phổ thông Thốt Nốt (TP. Cần Thơ) và Trường trung học phổ thông Ca Văn Thỉnh (tỉnh Bến Tre).

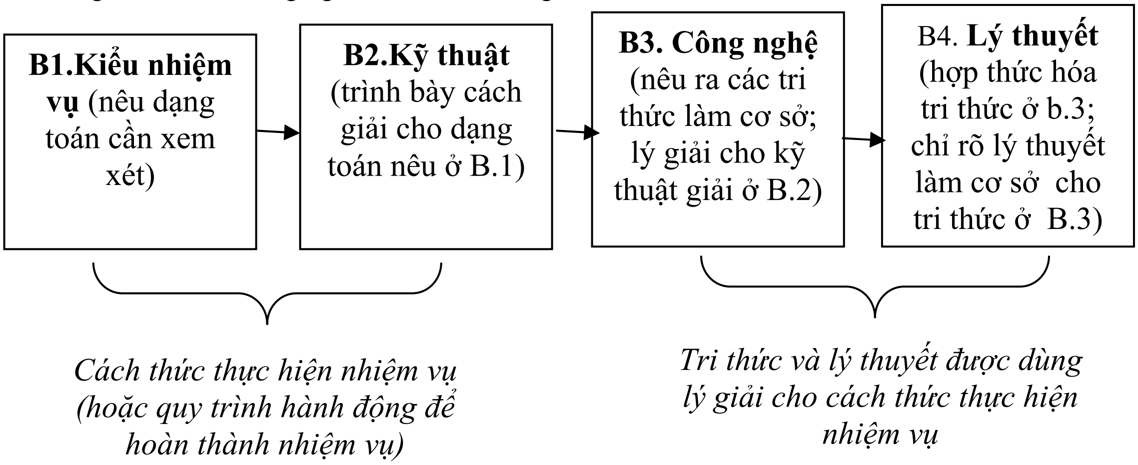
1 TỔ CHỨC TOÁN HỌC: MỘT TRONG NHỮNG KHÁI NIỆM TRUNG TÂM CỦA DIDACTIC TOÁN

Khái niệm tổ chức toán học xuất phát từ quan niệm xem hoạt động toán học như một hoạt

động của con người: chủ thể thực hiện một kiểu nhiệm vụ nào đó trong một thể chế xác định. Đối với toán học, các nhà didactic toán (theo Besso *và ctv, 2010)* lập luận rằng khi tiến hành một nhiệm vụ toán học, chủ thể phải biết "cách thức" thực hiện (know – how) và đưa ra những lý giải cho quá trình hành động trên cơ sở lý thuyết toán học liên quan (knowledge); và từ đó khái niệm "tổ chức toán học" (tiếng Anh: praxeology hoặc organisation; tiếng Pháp: praxéologie) đã được đưa ra gồm bốn thành phần: kiểu nhiệm vụ T, kỹ thuật τ, công nghệ θ, lý thuyết Θ và được mô hình hóa như sau:

$$[T, \tau, \theta, \Theta] \quad (1)$$

Mô hình này có ý nghĩa là: mỗi hoạt động của con người đều nhằm thực hiện nhiệm vụ t thuộc kiểu nhiệm vụ T nào nó nhờ sử dụng kỹ thuật τ, τ được giải thích bởi công nghệ θ và cuối cùng công nghệ θ được hợp thức hóa bởi lý thuyết Θ. Mô hình (1) đã được tác giả Nguyễn Phú Lộc (2014) diễn giải lại như sau (xem Hình 1).



Hình 1: Sơ đồ diễn giải các thành phần của "tổ chức toán học" (Nguyễn Phú Lộc, 2014)

2 LƯỢC KHẢO TÀI LIỆU

Về giảng dạy khái niệm đạo hàm trong trường trung học phổ thông có nhiều tác giả trong nước bàn luận. Tác giả Nguyễn Phú Lộc (2010) cho rằng các khái niệm Giải tích có tính phức tạp nội tạo cao; do vậy, chúng rất khó nhận thức đối với học sinh. Riêng đối với khái niệm đạo hàm, Nguyễn Phú Lộc (2010) bằng cách tiếp lịch sử và tiếp cận lý thuyết Didactic toán đã chỉ ra rằng có "chướng ngại nhận thức" (cognitive obstacle) cho người mới tiếp xúc khái niệm này. Trong một nghiên cứu của mình, tác giả Lê Anh Tuấn (2009) tập trung nghiên cứu các ứng dụng của khái niệm đạo hàm, các vấn đề liên quan đạo hàm và tích phân. Cũng nghiên cứu về đạo hàm, tác giả Nguyễn Thị Mai Liên (2008) đã hệ thống hóa lại các dạng toán có có ứng dụng đạo hàm để giải. Ngoài các công trình trong nước đáng chú ý nêu trên, có hai tác giả nước ngoài nghiên cứu về sự biểu diễn (representation) của khái niệm đạo hàm. Tác giả Santos và Thomas quan tâm đến việc sử dụng chức năng vẽ đồ thị của máy tính tay để tạo sự đa biểu diễn trong dạy học khái niệm đạo hàm. Tác giả Hähkiöniemi (2006) đã chỉ ra vai trò của các biểu diễn trong giảng dạy khái niệm đạo hàm.

Qua các công trình nêu trên, chúng ta thấy rằng khái niệm đạo hàm đã thu hút nhiều tác giả trong và ngoài nước nghiên cứu. Đóng góp của chúng tôi qua bài báo này là nghiên cứu các tổ chức toán học xoay quanh định nghĩa khái niệm đạo hàm trong sách giáo khoa hiện hành, và chỉ ra một sai lầm trong nhận thức của học sinh về khái niệm đạo hàm bằng một thử nghiệm

3 MỤC TIÊU NGHIÊN CỨU

Khái niệm đạo hàm có vai trò quan trọng trong chương trình toán phổ thông. Khái niệm này thuộc trong chương trình toán lớp 11; sang lớp 12, học sinh học về khảo sát hàm số, các khái niệm nguyên hàm và tích phân. Tất cả chúng đều được phát triển trên cơ sở khái niệm đạo hàm. Về nhận thức, vì đạo hàm được định nghĩa thông qua việc xét một giới hạn dạng 0/0; do vậy, nó không dễ cho học sinh hiểu tận tường. Do những điều vừa nêu, một câu hỏi và một giả thuyết được đặt ra là:

Câu hỏi: Sách giáo khoa Đại số và Giải tích 11 đã bao gồm các tổ chức toán học nào liên quan khái niệm đạo hàm?

Giả thuyết: "Trong việc tính đạo hàm bằng định nghĩa, nếu giới hạn $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ (hoặc $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$) không tồn tại hữu hạn thì HS sẽ bị sai lầm khi kết luận sự tồn tại đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ tại một điểm x_0."

Mục tiêu nghiên cứu của chúng tôi là trả lời câu hỏi và kiểm nghiệm giả thuyết nêu trên.

4 TỔ CHỨC TOÁN HỌC ĐỐI VỚI KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM

4.1 Phương pháp nghiên cứu

Để trả lời câu hỏi được nêu ra ở trên (mục 2), chúng tôi đã sử dụng phương pháp phân tích nội dung. Cụ thể là phân tích nội dung toán học liên quan đến khái niệm đạo hàm trong các sách giáo khoa sau đây: M_1: Đại số & Giải tích 11 (Trần Văn Hạo và *ctv*, năm 2008); M_2: Đại số & Giải tích 11 nâng cao (Đoàn Quỳnh và *ctv.*, năm 2007); E_1: Bài tập Đại Số và Giải Tích 11 (Vũ Tuấn *và ctv*, năm 2008); E_2: Bài tập Đại Số và Giải Tích 11 nâng cao (Nguyễn Huy Đoan *và ctv.*, năm 2007).

4.2 Kết quả và bình luận

Kết quả:

Các sách giáo khoa và bài tập trong chương trình toán lớp 11, đã đưa ra 4 kiểu nhiệm vụ chính liên quan đến khái niệm đạo hàm. Cụ thể như sau:

Kiểu nhiệm vụ T_{dn} **:** "Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 bằng định nghĩa."

Kỹ thuật τ_{dn}: Tính đạo hàm của hàm số theo "kiểu": $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

Bước 1: Giả sử Δx là số gia của đối số tại x_0, tính $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

Bước 2: Lập tỉ số $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$. *Bước 3:* Tìm $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

Chú ý: Có thể bỏ bước 2 (theo M_2, tr 186). Hoặc dùng kỹ thuật τ'_{dn} tính đạo hàm của hàm số theo cách sau: Tính $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. Nếu kết quả ở bước 1 hữu hạn thì đó chính là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại x_0.

Công nghệ θ_{dn} : Định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm.

Lý thuyết Θ_{dn} **:** Phép tính vi phân (phép tính đạo hàm).

Ví dụ (T_{dh}, τ_{dn}): Ví dụ 1, M_1, tr.149

Kiểu nhiệm vụ con $T_{(dn,cm)}$ **:** "Chứng minh hàm số $y = f(x)$ không có đạo hàm tại điểm x_0."

Kỹ thuật $\tau^{gay}_{(dn,cm)}$: Đồ thị "gãy".

Ngoài ra có thể trình bày theo kỹ thuật giới hạn một bên như sau:

Kỹ thuật $\tau_{(dn,cm)}$ **:** Sử dụng đạo hàm một bên.

Bước 1: Tính đạo hàm trái, đạo hàm phải lần lượt: $\lim\limits_{x \to x_0^-} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$; $\lim\limits_{x \to x_0^+} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Bước 2: Chứng minh

$$\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \neq \lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Công nghệ $\theta_{(dh,cm)}$: Định lí "Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0^+)$, $f'(x_0^-)$ tồn tại và bằng nhau. Khi đó, ta có $f'(x_0^+) = f'(x_0^-) = f'(x_0)$"

Lý thuyết $\Theta_{(dh,cm)}$: Lý thuyết về giới hạn của hàm số (M_1, tr.154)

Ví dụ [$T_{(dh,cm)}$, $\tau_{(dh,cm)}$]: Ví dụ 1, M_1, tr.155

Kiểu nhiệm vụ T_{pttt}: "Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0."

Kỹ thuật τ_{pttt}*:* Bước 1, Tính f'(x), $f'(x) \Rightarrow f'(x_0)$ và $f(x_0)$. Bước 2, Thay $f'(x_0)$, $f(x_0)$ và x_0, ta được phương trình tiếp tuyến $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

Công nghệ θ_{pttt}*:* Định lí 3, M_1, tr 152: "Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ là $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$."

Lý thuyết Θ_{pttt}*:* Đạo hàm và ý nghĩa hình học của đạo hàm.

Ví dụ (T_{pttt}, τ_{pttt}) : Ví dụ 2, M_1, tr. 152

Kiểu nhiệm vụ con $T_{(pttt,a)}$: "Tìm hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số."

Kỹ thuật $\tau_{(pttt,a)}$: Tính $f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ hoặc $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

Công nghệ $\theta_{(pttt,a)}$: Định lí 2: (M_2, tr. 187):

" Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M_0(x_0, f(x_0))$."

Lý thuyết $\Theta_{(pttt,a)}$: Đạo hàm và ý nghĩa hình học của đạo hàm.

Ví dụ ($T_{(pttt,a)}, \tau_{(pttt,a)}$): Bài toán 4, M_2, tr. 192.

Kiểu nhiệm vụ con $T_{(pttt,b)}$: "Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ cho biết hệ số góc của tiếp tuyến."

Kỹ thuật $\tau_{(pttt,b)}$: Bước 1: Từ hệ số góc k, ta tìm x_0 theo công thức $k = f'(x_0)$. Bước 2: Tìm y_0, thay $y_0; x_0; k$ vào phương trình $y - y_0 = k(x - x_0)$ ta được tiếp tuyến.

Công nghệ $\theta_{(pttt,b)}$: Định lí 2: (M_2, tr. 187):

" Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M_0(x_0, f(x_0))$".

Lý thuyết $\Theta_{(pttt,b)}$: Đạo hàm và ý nghĩa hình học của đạo hàm.

Ví dụ ($T_{(pttt,b)}; \tau_{(pttt,b)}$): Bài toán 5, M_1, tr.156

Kiểu nhiệm vụ con $T_{(pttt,c)}$: "Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ đi qua một điểm $A(x_A; y_A)$ không thuộc đồ thị hàm số (C)."

Kỹ thuật $\tau_{(pttt,c)}$: Bước 1: Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm bất kỳ $M_0(x_0; y_0)$ như sau: $(d): y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$. Bước 2: Vì tiếp tuyến (d) đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ nên ta có:

$$A(x_A; y_A) \in (d) \Rightarrow y_A = f'(x_0)(x_A - x_0) + y_0 \quad (*)$$

Bước 3: Giải phương trình (*) tìm x_0, y_0, $f'(x_0)$ thay vào phương trình (d).

Công nghệ $\tau_{(pttt,c)}$: Hướng dẫn (tr.205, M_2): Trước hết viết phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x_0 thuộc đồ thị hàm số đã cho. Sau đó tìm x_0 để tiếp tuyến đi qua điểm A.

Lý thuyết $\Theta_{(pttt,c)}$: Đạo hàm và ý nghĩa hình học của đạo hàm.

Ví dụ ($T_{(pttt,c)}; \tau_{(pttt,c)}$): Bài toán 25, tr.205, M_2.

Kiểu nhiệm vụ T_{vt}: "Tìm vận tốc tức thời của chuyển động thẳng tại một thời điểm."

Kỹ thuật τ_{vt}: Tính vận tốc tức thời tại một thời điểm t_0 của chuyển động theo phương trình là hàm số thời gian $s = s(t)$ theo công thức: $v(t_0) = s'(t_0)$.

Công nghệ θ_{vt}: Ý nghĩa cơ học của đạo hàm.

Lý thuyết Θ_{vt}: Đạo hàm và các ý nghĩa.

Ví dụ (T_{vt}, τ_{vt}): Bài toán 7, M_1, tr.157

Bảng 1: Thống kê số lượng kiểu nhiệm vụ trong các Sách giáo khoa Toán 11

Kiểu nhiệm vụ	Kỹ thuật	Bài tập trong M_1	Bài tập trong E_1	Bài tập trong M_2	Bài tập trong E_2	Tổng cộng
T_{dn}: Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 bằng định nghĩa.	τ_{dn}	1	0	2	0	3
T_{cm}: Chứng minh hàm số không có đạo hàm.	τ_{cm}	1	0	1	1	3
T_{pttt}: Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số.	τ_{pttt}	4	1	6	3	14
T_{vt}: Tìm vận tốc tức thời của chuyển động thẳng tại một thời điểm.	τ_{vt}	2	2	1	1	6
Tổng		8	3	10	5	26

Bình luận: Qua phân tích các tổ chức toán học có liên quan đến khái niệm đạo hàm và cùng các kết quả ghi nhận trong bảng tổng hợp ở trên (Bảng 1), chúng tôi nhận thấy rằng số lượng bài tập ở cả hai sách giáo khoa M_1, M_2 và E_1, E_2 là không chênh lệch nhiều. Riêng kiểu nhiệm vụ "viết phương trình tiếp tuyến" được sách giáo khoa chú trọng và có nhiều bài toán cho học sinh luyện tập.

5 HẠN CHẾ VỀ NHẬN THỨC KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM CỦA HỌC SINH

5.1 Giả thuyết

Từ các kết quả thu được về tổ chức toán học đối với khái niệm đạo hàm và bản chất phức tạp trong định nghĩa khái niệm đạo hàm; để xác định hàm số có đạo hàm hay không phải trải qua một quá trình tính toán. Chính vì những lý do vừa nêu, chúng tôi thấy cần thiết kiểm chứng giả thuyết về việc lĩnh hội khái niệm đạo hàm của học sinh sau đây:

Giả thuyết: "Trong việc tính đạo hàm bằng định nghĩa, nếu giới hạn $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ (hoặc $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$) không tồn tại hữu hạn thì học sinh (HS) sẽ bị sai lầm khi kết luận sự tồn tại đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại một điểm x_0."

5.2 Kiểm chứng

Đối tượng khảo sát: Tổng cộng số học sinh (HS) là 138. HS được chọn làm thử nghiệm thuộc hai trường như sau: Trường THPT Thốt Nốt (thành phố Cần Thơ): 11A1 (có 33 HS, học theo SGK nâng cao hiện hành), 11A5 (có 41 HS, học theo SGK cơ bản hiện hành) do GV P.T.K trực tiếp giảng dạy. Trường THPT Ca Văn Thỉnh (tỉnh Bến Tre): 11T1 (có 36 HS) và 11T4 (có 28 HS) do GV L.T.L trực tiếp giảng dạy theo SGK nâng cao hiện hành. Thử nghiệm được tiến hành vào cuối học kỳ II (khoảng từ tháng 3 đến tháng 5 năm 2014) của chương trình toán lớp 11 năm học 2013 – 2014. Hình thức thử nghiệm: phát phiếu câu hỏi khảo sát HS, thu thập xử lý số liệu, thống kê, đưa ra kết luận có liên quan.

Công cụ khảo sát: Chúng tôi sử dụng bài toán sau đây để kiểm nghiệm giả thuyết.

Bài toán: Bằng định nghĩa hãy tính đạo hàm của hàm số sau tại $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & khi \quad x \neq 0 \\ 0 & khi \quad x = 0 \end{cases}$$

Các khả năng (KN) có thể xảy ra đối với học sinh:

KN 1: "Không giải được".

KN 2: "Không tìm được kết quả giới hạn là $+\infty$ (hoặc tính sai), không kết luận".

KN 3: "Không tìm được kết quả giới hạn là $+\infty$ (hoặc tính sai), kết luận sai (hàm số có đạo hàm tại x =0)".

KN 4: "Không tìm được kết quả giới hạn là $+\infty$ (hoặc tính sai), nhưng có kết luận đúng (hàm số không có đạo hàm tại x=0)".

KN 5: "Tính toán dẫn đến $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{1}{(\Delta x)^2}$ hoặc $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x^2}$, bế tắc không kết luận".

KN 6: "Tính toán dẫn đến $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{1}{(\Delta x)^2}$ hoặc $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x^2}$ không xác định kết quả của giới hạn này là gì nhưng đưa ra kết luận đúng".

KN 7: "Tìm được kết quả giới hạn là $+\infty$, không kết luận".

KN 8: "Tìm được kết quả giới hạn là $+\infty$, kết luận $f'(0) = +\infty$".

KN 9: "Tìm được kết quả giới hạn là $+\infty$, kết luận đúng". Ta có: $f(0) = 0$. Xét giới hạn:

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{x} - 0}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x^2} \right) = +\infty (*).$$

Ta thấy giới hạn (*) không hữu hạn nên theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm ta có hàm số đã cho không có đạo hàm tại điểm $x = 0$. Có thể giải cách khác bài toán này theo "kiểu $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$".

Chú ý: Chỉ có KN 9 là chính xác.

Kết quả khảo sát và bình luận

Kết quả: Thực tế làm bài của học sinh được trình bày trong Bảng 2.

Bình luận: Quan sát bảng số liệu trong Bảng 2, chúng ta thấy có 117/138 (84.78%) HS không giải được hoặc bị lỗi trong quá trình giải toán. Một mặt, phần lớn HS gặp lúng túng khi tính giới hạn của hàm số tại một điểm trong trường hợp giới hạn vô cực; và mặt khác đáng chú ý là học sinh không ghi nhớ tính "hữu hạn" của giá trị đạo hàm tại một điểm. Chỉ có 21/138 (15.22%) chọn KN 9; tức là giải đúng hoàn toàn bài toán trên. Từ kết quả thử nghiệm trên đây, giả thuyết của chúng tôi nêu ra có thể chấp nhận được, và có thể khẳng định bước đầu rằng khái niệm đạo hàm là khái niệm khó nhận thức đối với học sinh phổ thông.

Bảng 2: Bảng thống kê về các khả năng có thể có của học sinh

	Khả năng	**11A5 (41 HS)**		**11T4 (28 HS)**		**11T1 (36 HS)**		**11A1 (33 HS)**		**Các lớp (138 HS)**	
		SL	***Tổng (%)***	***SL***	***Tổng (%)***	***SL***	***Tổng (%)***	***SL***	***Tổng (%)***	***SL***	***Tổng (%)***
Không hoàn thành	Không trả lời	0	**0** *(0 %)*	0	**0** *(0 %)*	21	**21** *(58.33%)*	3	**3** *(9.1 %)*	24	**24** *(17.39%)*
	KN1	1		5		12		3		21	
	KN 2	3		8		1		3		15	
	KN 3	4		13		1		2		20	
	KN4	14	**22**	0	**28**	0	**15**	**6**	**28**	20	**93**
	KN 5	0	*(53.66%)*	0	*(100*	0	*(41.67%)*	6	*(84.84%)*	6	*(67.39%)*
	KN 6	0		2	*%)*	1		**0**		3	
	KN 7	0		0		0		2		2	
	KN 8	0		0		0		6		6	
Đúng	KN 9	19	**19** *(46.34%)*	0	**0** *(0.00 %)*	0	**0** (0.00 %)	2	**2** *(6.06%)*	21	**21** *(15.22%)*

6 KẾT LUẬN

Các tổ chức liên quan đến khái niệm đạo hàm trong các sách giáo khoa toán 11, nhìn chung, bao gồm các kiểu nhiệm vụ (dạng toán) cơ bản, theo chúng tôi, phù hợp với xu hướng "giảm tải" của giáo dục phổ thông ở nước ta hiện nay. Kết quả thử nghiệm cho thấy rằng khái niệm đạo hàm nói riêng và các khái niệm trong Giải tích nói chung là những khái niệm có tính phức tạp "nội tại" cao, khó hiểu được một cách thấu đáo đối với học sinh phổ thông.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bessot, A. *và ctv.*, 2010. Những yếu tố cơ bản của Didactic toán. NXB Đại học quốc gia TP. Hồ Chí Minh.
2. Nguyễn Huy Đoan *và ctv.*, 2007. Bài tập Đại số & Giải tích 11 nâng cao. NXB Giáo dục. Hà Nội.
3. Hähkiöniemi, M., 2006. The role of representations in learning the derivative. University Printing House, Jyväskylä.
4. Trần Văn Hạo *và ctv.,* 2008. Đại số & Giải Tích 11. NXB Giáo dục.
5. Nguyễn Thị Mai Liên, 2008. Dạy tri thức phương pháp cho học sinh qua chủ đề "giải toán có ứng dụng đạo hàm" ở lớp 12 trung học phổ thông. Luận văn Thạc sĩ. Trường Đại học Thái Nguyên.
6. Nguyễn Phú Lộc, 2010. Dạy học hiệu quả môn Giải tích trong trường phổ thông. NXB Giáo dục Việt Nam. Hà Nội.
7. Nguyễn Phú Lộc và Diệp Văn Hoàng, 2014. Tổ chức toán học đối với định sin: một khảo sát theo cách tiếp cận nhân chủng học trong Didactic toán (Tạp chí khoa học, Trường Đại học Cần Thơ (nhận đăng)).
8. Đoàn Quỳnh *và ctv.*, 2007. Đại số và Giải tích 11 nâng cao. NXB Giáo dục.
9. Santos, A.G.D and Thomas, M. O.J. Teaching Derivative with Graphic Calculators: The role of a representative perspective. The University of Auckland
10. https://www.math.auckland.ac.nz/~thomas/My%20PDFs%20for%20web%20site/ATCM07%20editedSantos.pdf (access on 6/5/2014)
11. Lê Anh Tuấn, 2009. Một nghiên cứu didactic về khái niệm đạo hàm ở lớp 11 phổ thông (Luận văn thạc sĩ). ĐHSP TPHCM.

Vũ Tuấn (chủ biên) *và ctv.*, 2008. Bài tập Đại số và Giải tích 11. NXB Giáo dục.