



PHÂN TÍCH THỰC HÀNH GIẢNG DẠY CỦA GIÁO VIÊN QUA TIẾT HỌC VỀ CÔNG THỨC TÍNH KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG THEO QUAN ĐIỂM CỦA DIDACTIC TOÁN

Bùi Phương Uyên¹

¹ Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ

Thông tin chung:

Ngày nhận: 04/09/2014

Ngày chấp nhận: 27/02/2015

Title:

Analyzing the teacher's teaching the formula for calculating the distance from a point to a plane according to the perspective of mathematics didactic

Từ khóa:

Thực hành dạy học, didactic toán, tổ chức toán học, thuyết nhân học trong didactic toán, dạy học toán, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Keywords:

Teaching practice, mathematics didactic, mathematics organization, anthropology in mathematics didactic, mathematics education, the distance from a point to a plane

ABSTRACT

The article mentions a tool of anthropological theory in mathematics didactic to analyze teaching practice of teachers. According to this view, we analyzed and evaluated the process of teaching mathematical organizations of the formula for calculating the distance from a point to a plane. The results showed that mathematics organizations were researched clearly through the specific exercises and the stages were sufficiently happened.

TÓM TẮT

Bài báo đề cập một công cụ của lý thuyết nhân học trong didactic toán nhằm phân tích thực hành dạy học của giáo viên. Theo quan điểm này, chúng tôi đã phân tích và đánh giá quá trình dạy học các tổ chức toán học về công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. Kết quả cho thấy rằng các tổ chức toán học này được nghiên cứu một cách rõ ràng qua những bài tập cụ thể và các thời khoảng diễn ra tương đối đầy đủ.

1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Việc phân tích thực hành giảng dạy của giáo viên (GV) không chỉ đơn giản là ghi lại toàn bộ hoạt động của GV và học sinh (HS) trong tiết dạy. Việc phân tích tiết dạy về một tri thức bao gồm: quan sát, mô tả, phân tích, đánh giá và phát triển cho phù hợp. Vì vậy, khi phân tích thực hành giảng dạy của GV, nhà nghiên cứu cần phải trả lời hai câu hỏi sau:

– Làm thế nào để phân tích một tổ chức toán học được xây dựng trong một lớp học?

– Làm thế nào để mô tả và phân tích một tổ chức didactic mà GV đã triển khai để dạy học một tổ chức toán cụ thể trong một lớp học cụ thể?

Lý thuyết nhân học trong didactic toán đã cung cấp một công cụ đặc lực và hiệu quả để giải quyết vấn đề này. Trong bài báo này, chúng tôi xin giới thiệu một số yếu tố của lý thuyết nhân học và vận dụng vào phân tích thực hành giảng dạy của giáo viên qua tiết học về công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

2 CƠ SỞ LÝ THUYẾT

2.1 Một số yếu tố của lý thuyết nhân học trong didactic toán

Quan hệ thể chế và quan hệ cá nhân

Quan hệ của thể chế I với tri thức O, kí hiệu là $R(I, O)$, là tập hợp các tác động qua lại mà thể chế I có với tri thức O. Nó cho biết O xuất hiện ở đâu, như thế nào, tồn tại ra sao, có vai trò gì, ... trong I. Quan hệ cá nhân X với tri thức O, kí hiệu là $R(X, O)$, là tập hợp các tác động qua lại mà cá nhân X có với tri thức O. Nó cho biết X nghĩ gì, hiểu như thế nào về O, có thể thao tác O ra sao (Annie B. và ctv., 2009).

Việc học tập của cá nhân X về đối tượng tri thức O chính là quá trình thiết lập hay điều chỉnh mối quan hệ $R(X, O)$. Hiển nhiên, đối với một tri thức O, quan hệ của thể chế I, mà cá nhân X là một thành phần, luôn luôn để lại dấu ấn trong quan hệ $R(X, O)$. Muốn nghiên cứu $R(X, O)$ ta cần đặt nó trong $R(I, O)$.

Tổ chức toán học

Hoạt động toán học là một bộ phận của các hoạt động trong một xã hội, thực tế toán học cũng là một kiểu thực tế xã hội nên cần thiết xây dựng một mô hình cho phép mô tả và nghiên cứu thực tế đó. Chính quan điểm này mà Chevallard (1999) đã đưa vào khái niệm *praxéologie*.

Dẫn theo (Annie B. và ctv., 2009), mỗi *praxéologie* là một bộ gồm 4 thành phần $[T, \tau, \theta, \Theta]$, trong đó T là kiểu nhiệm vụ, τ là kĩ thuật cho phép giải quyết T, θ là công nghệ giải thích cho kĩ thuật τ , Θ là lý thuyết giải thích cho θ . Một *praxéologie* mà các thành phần đều mang bản chất toán học được gọi là một tổ chức toán học.

Cách tiếp cận chương trình và sách giáo khoa (SGK) sẽ giúp vạch rõ sự lựa chọn thể chế và những điều kiện, những ràng buộc, những ảnh hưởng của sự lựa chọn đó đối với việc xây dựng hoặc làm thay đổi quan hệ cá nhân của HS đối với tri thức. Hơn nữa, phân tích các tổ chức toán học giúp làm rõ các thành phần kĩ thuật, công nghệ, lý thuyết liên quan đến tri thức. Điều này là rất cần thiết bởi vì nó giúp xác định nghĩa của tri thức và những nhiệm vụ mà HS cần phải thực hiện khi học tri thức đó.

Tổ chức didactic

Theo Chevallard (1999), một tình huống học tập nói chung bao gồm 6 thời khoảng (khoảng thời gian):

- Thời khoảng thứ nhất: Là thời khoảng gặp gỡ đầu tiên với tổ chức toán học được xem là mục tiêu đặt ra cho việc học tập liên quan đến đối tượng O.

- Thời khoảng thứ hai: Là thời khoảng nghiên cứu kiểu nhiệm vụ T được đặt ra và xây dựng nên một kĩ thuật τ cho phép giải quyết kiểu nhiệm vụ này.

- Thời khoảng thứ ba: Là thời khoảng xây dựng môi trường công nghệ - lý thuyết $[\theta / \Theta]$ liên quan đến τ cho phép giải thích kĩ thuật đã được thiết lập.

- Thời khoảng thứ tư: Là thời khoảng làm việc với kĩ thuật, đây là thời khoảng hoàn thiện kĩ thuật làm cho nó trở nên hiệu quả và có khả năng vận hành tốt nhất.

- Thời khoảng thứ năm: Là thời khoảng thể chế hóa, mục đích của thời khoảng này là chỉ ra một cách rõ ràng những yếu tố của tổ chức toán học cần xây dựng.

- Thời khoảng thứ sáu: Là thời khoảng đánh giá, thời khoảng này khớp nối với thời khoảng thể chế hóa. Trong thực tế, việc dạy học phải đi đến một thời khoảng mà ở đó người ta phải “điểm lại tình hình”: Cái gì có giá trị, cái gì đã được học, ...

Như vậy, khái niệm các thời khoảng nghiên cứu giúp phân tích cách triển khai dạy học các tổ chức toán học liên quan đến tri thức của GV. Nó cho phép xem xét có xuất hiện tất cả các thời khoảng ở mỗi kiểu nhiệm vụ hay không? Những thời khoảng nào đã xảy ra và được thực hiện như thế nào? Từ đó, có thể đánh giá sự xác định, lý do tồn tại và tính thỏa đáng của các kiểu nhiệm vụ đã được GV đưa ra, cùng với việc xây dựng lý thuyết, công nghệ và sự vận dụng các kĩ thuật của HS.

2.2 Quan sát lớp học

Theo (Annie B. và ctv., 2009), “*quan sát*” là một quy trình phức hợp, trong đó:

- Sự kiện là những yếu tố có trong thực tế nhưng người ta không thể quan sát một cách khách quan được, bởi lẽ ngay sự hiện diện của người quan sát đã làm nhiễu loạn thực tế đó.

- Cái được quan sát là những đối tượng được tạo ra do quan sát thực tế và trên cơ sở những đối tượng ấy ta dùng công cụ quan sát để lập ra các dữ kiện.

- Hiện tượng dạy học là cách giải thích của người nghiên cứu về những dữ kiện thu được, trong đó có tính đến những ràng buộc chi phối hệ

thống dạy học, những lựa chọn đã được thực hiện, nghĩa của những tri thức đang nói đến đối với người dạy cũng như người học.

Với nhiệm vụ làm sáng tỏ và giải thích những hiện tượng dạy học, nhà nghiên cứu không thể bỏ qua việc quan sát lớp học. Hơn nữa, quan sát lớp học còn là cơ hội để đối chứng lý thuyết (mô hình giải thích của nhà nghiên cứu) với những cái ngẫu nhiên tùy tiện (những cái có thể xảy ra mà cũng có thể không xảy ra khi quan sát).

Quy chế quan sát của nhà nghiên cứu

Để cho việc quan sát lớp học đạt mục tiêu nghiên cứu, theo (Annie B. và ctv., 2009), cần tôn trọng quy chế quan sát:

- Khi quan sát, nhà nghiên cứu là một thành phần của lớp học và sự có mặt của người đó sẽ làm nảy sinh một số dữ kiện.

- Cần cẩn trọng về mặt lý thuyết cũng như về mặt phương pháp luận để có thể kiểm soát được những tác động và nếu cần thì lợi dụng được những sự kiện do quan sát tạo ra, chứ không phải nhằm xác định trạng thái hệ thống trong điều kiện bình thường.

- Một trong những phương tiện giúp kiểm soát tác động nói trên là thương lượng giữa nhà nghiên cứu và GV để định ra loại thông tin mà nhà nghiên cứu cần tìm, cũng như loại tương tác mà nhà nghiên cứu có thể thực hiện với HS.

Như vậy, muốn giữ gìn những mối quan hệ giữa hệ thống dạy học và hệ thống nghiên cứu, cần phải thương lượng để lập một *hợp đồng nghiên cứu* sao cho những ràng buộc của hệ thống dạy học được tôn trọng, đồng thời những yêu cầu về phương pháp luận của hệ thống nghiên cứu vẫn được thực thi một cách tốt nhất. Hợp đồng này cũng cho phép GV giữ được thể chủ động trong lớp mình, bởi dẫu có người quan sát hay không, GV cũng phải chịu những ràng buộc hoàn toàn giống nhau.

Quan sát các lớp bình thường

Theo (Annie B. và ctv., 2009), *quan sát lớp học bình thường* là quan sát sự tác nghiệp giảng dạy của GV. Ở đây, nhà nghiên cứu không đảm nhận trách nhiệm lựa chọn cũng như quản lý các hoạt động dạy học. Nhà nghiên cứu thu thập thông tin gắn liền với một “trạng thái” của “hệ thống” do lớp học, đối tượng quan sát tạo nên. Do đó, cần định rõ những thông tin cần thu thập trong hệ thống này, chứ không phải chỉ đơn thuần là thực hiện một băng ghi âm hay ghi hình. Cái mà nhà nghiên cứu

quan tâm là những tương tác giữa các thành phần khác nhau của hệ thống dạy học, những tương tác phát triển trong suốt cả quá trình dạy học.

Biên bản nghiên cứu là tài liệu ghi chép lại diễn biến lớp học theo trình tự thời gian. Để tạo lập nó, người ta dựa vào việc rà soát những gì ghi được từ băng ghi âm, ghi hình và những điều ghi chép được trong khi quan sát. Đó là kết quả của việc tạo lập lại cơ sở những lựa chọn về phương pháp luận và trên cách đặt vấn đề nghiên cứu. Những biên bản được tạo lập như vậy sẽ được cắt thành từng đoạn tùy theo ý nghĩa mà nhà nghiên cứu giả định (Annie B. và ctv., 2009).

3 MỐI QUAN HỆ THỂ CHẾ VỚI CÔNG THỨC TÍNH KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG

Để đối chiếu với những tổ chức toán học được xây dựng trên lớp học, chúng tôi sẽ phân tích các tổ chức toán học liên quan đến công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng trong thể chế dạy học hình học lớp 12 ở trường trung học phổ thông.

3.1 Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng ở sách giáo khoa hiện hành

Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng là một công thức được sử dụng trong nhiều bài tập Phương pháp tọa độ trong không gian. Đây là một công thức cho phép HS tính được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng khi biết tọa độ điểm đó và phương trình tổng quát (PTTQ) của mặt phẳng.

Công thức này được SGK Hình học 12 nâng cao (2009) trang 87 trình bày như sau:

“Trong không gian Oxyz, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$. Hoàn toàn tương tự như công thức tính khoảng cách từ một điểm tới một đường thẳng trong hình học phẳng, ta có công thức sau đây về khoảng cách $d(M_0, (\alpha))$ từ M_0 đến

$$mp(\alpha) : d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} .”$$

Việc đưa ra công thức này hoàn toàn dựa vào suy luận tương tự với công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng đã học trong hình học 10. Ở đây, SGK Hình học 12 nâng cao không trình bày phần chứng minh công thức mà đưa ra ngay những hoạt động và ví dụ để HS vận

dụng công thức này. Điều này cho thấy quan điểm của các tác giả SGK nâng cao là không yêu cầu HS phải nắm được cách chứng minh công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, mà chỉ cần các em vận dụng được công thức này vào bài tập.

Cách trình bày này có ưu điểm là giúp HS ôn tập lại công thức tính khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng đã học và hướng dẫn HS khám phá kiến thức mới nhờ sử dụng suy luận tương tự. Tuy nhiên, việc không trình bày hay hướng dẫn chứng minh công thức làm cho HS không hiểu được vì sao có được công thức này.

Khác với SGK nâng cao, SGK Hình học 12 cơ bản (2008) trang 78 lại trình bày công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng trong một định lí:

ĐỊNH LÍ: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$ và điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$. Khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) , kí hiệu $d(M_0, (\alpha))$, được tính theo công thức:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} .$$

Sau khi phát biểu định lí, SGK Hình học 12 cơ bản trình bày phần chỉ tiết chứng minh định lí và các ví dụ minh họa. Như vậy, quan điểm của các tác giả SGK Hình học 12 cơ bản là HS cần phải hiểu được tại sao có được công thức này. Điều đó giúp tránh đi những thắc mắc như tại sao lại có được công thức, công thức này có đúng không? Nhưng việc phát biểu định lí ngay từ đầu của SGK cơ bản sẽ không phát huy được tính tích cực, chủ động trong việc khám phá kiến thức mới của HS.

Như vậy, có hai cách trình bày công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng ở các SGK. Mỗi cách trình bày đều có ưu điểm và khuyết điểm riêng của nó. Vấn đề đặt ra ở đây là GV sẽ lựa chọn cách hình thành nào để xây dựng kiến thức này cho HS?

3.2 Các tổ chức toán học về công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Các tổ chức toán học liên quan đến công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng được trình bày theo thứ tự: tên kiểu nhiệm vụ, ví dụ ở SGK có lời giải, kĩ thuật, công nghệ và lí thuyết.

Kiểu nhiệm vụ T1: Tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng

Ví dụ 1, SGK Hình học 12 cơ bản (2008) trang 79: Tính khoảng cách từ điểm $M(1; -2; 13)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$.

Giải

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng ta có:

$$d(M, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) - 13 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{3} .$$

Kĩ thuật τ_1 : Thay tọa độ điểm M vào công

thức $d(M, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

Công nghệ θ_1 : Công thức

$$d(M, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

T2: Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) song song

Hoạt động 7, SGK Hình học 12 cơ bản (2008) trang 80: Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2 = 0$ và $(\beta): x - 8 = 0$

Giải

Nhận thấy $(\alpha) // (\beta)$. Ta lấy $M(2; 0; 0) \in (\alpha)$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là

$$d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta)) = \frac{|2 - 8|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = 6 .$$

Kĩ thuật τ_2 :

- Lấy một điểm M nằm trên (α) . Ta

có $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta))$

- Thực hiện kĩ thuật τ_1 .

Công nghệ: θ_1 .

Lý thuyết: Θ_1 - tính chất giữa hai mặt phẳng song song.

T3: Viết PTTQ mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và song song với mặt phẳng (β) .

Bài tập 3.60, sách bài tập Hình học 12 nâng cao (2008) trang 117: Viết PTTQ của mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) tâm $I\left(\frac{3}{2}; 3; 1\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{21}}{2}$ và song song với $(\beta): z - 2 = 0$.

Giải

- Vì $(\alpha) // (\beta)$ nên PTTQ của mặt phẳng (α) có dạng $z + D = 0$. Ta có (α) tiếp xúc với mặt cầu

$$(S) \Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R \Leftrightarrow |1 + D| = \frac{\sqrt{21}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} D = \frac{\sqrt{21}}{2} - 1 \\ D = -\frac{\sqrt{21}}{2} - 1 \end{cases}$$

Vậy PTTQ của mặt phẳng:
 $z + \frac{\sqrt{21}}{2} - 1 = 0$ và $z - \frac{\sqrt{21}}{2} - 1 = 0$.

Kỹ thuật τ_3 :

- Vì $(\alpha) // (\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ nên PTTQ của (α) có dạng $Ax + By + Cz + D' = 0$.

- (α) tiếp xúc với mặt cầu (S)
 $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R \Leftrightarrow \frac{|Ax_I + By_I + Cz_I + D'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = R$,
 từ đó tìm D' .

- Thay D' vào phương trình $Ax + By + Cz + D' = 0$.

Công nghệ: θ_1 và θ_2 - phương trình mặt phẳng dạng $Ax + By + Cz + D = 0$.

Lý thuyết: Θ_2 - tính chất mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu.

T4: Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (α)

Bài 46b, sách bài tập hình học 12 nâng cao (2008) trang 126: Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(-2; 1; 1)$ và tiếp xúc với mặt mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z + 5 = 0$.

Giải

Ta có $R = d(I, (\alpha)) = \frac{|-2 + 2.1 - 2.1 + 5|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 1$.

Vậy phương trình mặt cầu:
 $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$.

Kỹ thuật τ_4 :

- Tìm bán kính $R = d(I, (P))$.

- Thay tọa độ tâm I và R vào phương trình $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.

Công nghệ: θ_1 và θ_3 - phương trình mặt cầu dạng $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.

Lý thuyết: Θ_2 .

4 PHÂN TÍCH THỰC HÀNH GIẢNG DẠY CỦA GIÁO VIÊN

Chúng tôi tiến hành dự giờ một tiết dạy bài *Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng* ở lớp 12B3, trường THPT Phú Điền, Đồng Tháp vào ngày 12/4/2014.

4.1 Tổ chức didactic: Một quan điểm động

Từ ghi chép khi quan sát, chúng tôi dựng lại biên bản tiết học. Theo cách tiếp cận của thuyết nhân học trong didactic toán, hoạt động dạy học được xem như hoạt động nghiên cứu một đối tượng O nào đó, cụ thể là nghiên cứu các tổ chức toán học liên quan đến O. Hoạt động này phải trải qua sáu thời khoảng: thời khoảng gặp gỡ đầu tiên với kiểu nhiệm vụ T, thời khoảng nghiên cứu, thời khoảng làm việc với kỹ thuật, thời khoảng xây dựng môi trường công nghệ - lý thuyết, thời khoảng thể chế hóa và thời khoảng đánh giá. Đọc theo biên bản, chúng tôi sẽ xác định các thời khoảng này.

Giai đoạn 1: GV đặt vấn đề để xây dựng công thức khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Đầu tiên, GV cho HS nhắc lại công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong mặt phẳng. Bằng cách sử dụng suy luận tương tự, GV yêu cầu HS dự đoán công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. Công thức mà HS đưa ra được GV khẳng định đúng và là nội dung của một định lý. Tuy nhiên, GV không đặt yêu cầu chứng minh định lý này đối với HS, mà hướng dẫn các em xem cách chứng minh ở SGK. Ở đây, GV đã xây dựng yếu tố công nghệ cho các kiểu nhiệm vụ sẽ thực hiện sau đó.

Giai đoạn 2: Nghiên cứu kiểu nhiệm vụ T1

Đây là thời khoảng gặp gỡ đầu tiên đối với kiểu nhiệm vụ T1: “*Bây giờ, các em sẽ vận dụng công thức đó vào bài tập nhé. Chúng ta bắt đầu từ bài tập 1*” và thời khoảng làm việc với kỹ thuật τ_1 . HS được GV hướng dẫn để vận dụng kỹ thuật cho bài tập 1. Sau đó, các em tự vận dụng kỹ thuật có được để tính khoảng cách từ điểm M đến (α) . Ban đầu, HS còn mắc sai sót trong việc áp dụng công thức: “*Bạn quên D trong công thức nên kết quả sai*”. Sai lầm này đã được phát hiện và điều chỉnh kịp thời.

Giai đoạn 3: Nghiên cứu kiểu nhiệm vụ T2

Đầu tiên là thời khoảng gặp gỡ đối với kiểu nhiệm vụ T2. Tiếp theo là thời khoảng HS nghiên cứu kiểu nhiệm vụ T2 để xây dựng kỹ thuật τ_2 . Ở thời khoảng này, các em cũng tìm được yếu tố lý thuyết liên quan để giải thích cho kỹ thuật τ_2 . Sau đó là thời khoảng HS làm việc với kỹ thuật vừa tìm được. Các em vận dụng kỹ thuật τ_2 để giải bài tập 2. Cuối cùng là thời khoảng đánh giá. Chính yêu cầu của GV: “*Em nào nhận xét bài làm của bạn?*” buộc HS phải đánh giá lại toàn bộ công nghệ - lý thuyết, kỹ thuật và cả quá trình vận dụng vào giải bài tập 2.

Giai đoạn 4: Nghiên cứu hai kiểu nhiệm vụ T3 và T4

Đầu tiên là thời khoảng gặp gỡ đối với kiểu nhiệm vụ T3 và T4. Sau đó là thời khoảng HS nghiên cứu kiểu nhiệm vụ T3 và T4. HS được tạo ra môi trường để tự tìm ra các kỹ thuật τ_3 và τ_4 mà không cần có những gợi ý và giúp đỡ của GV. Và ở thời này, HS tìm ra yếu tố công nghệ - lý thuyết cho phép xây dựng kỹ thuật τ_3 và τ_4 . Tiếp theo là thời khoảng HS làm việc với kỹ thuật để tiến hành giải bài tập 3 và bài tập 4:

“**Bài tập 3:** *Vì (α) song song $(\beta): 2x + 2y - z + 3 = 0$ nên PTTQ của (α) có dạng $2x + 2y - z + D = 0$. Vì (α) tiếp xúc với mặt cầu tâm $I(0; 0; 3)$, bán kính bằng 2 nên*

$$d(I, (\alpha)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 3 + D|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2$$

$$\Leftrightarrow D - 3 = 6 \Leftrightarrow D = 9$$

Vậy PTTQ của (α) : $2x + 2y - z + 9 = 0$.

Bài tập 4: *Mặt cầu có tâm $I(-2; 1; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z + 5 = 0$ nên có bán*

$$\text{kinh là } R = d(I, (\alpha)) = \frac{|-2 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 1$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$.

Sau khi trình bày lời giải cho bài tập 3 và 4, HS tiến hành kiểm tra lại bài giải và điều chỉnh các sai sót trong lời giải. Đây chính là thời khoảng đánh giá. Cuối cùng là thời khoảng thể chế hóa hai kỹ thuật τ_3 và τ_4 . Ở thời khoảng này, GV đã làm rõ lại những yếu tố liên quan đến hai kiểu nhiệm vụ T3 và T4:

“*Như vậy, đối với bài tập 3, nhờ vào tính chất của hai mặt phẳng song song, ta suy ra được dạng phương trình mặt phẳng, trong đó D là ẩn số. Sau đó sử dụng tính chất mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu và công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng để tìm D. Tuy nhiên, khi ta giải tìm D, các em cần lưu ý trong công thức tính khoảng cách này có dấu trị tuyệt đối nên có thể bị thiếu nghiệm như nhóm 3.*

“*Trong bài tập 4, chúng ta dùng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng để tìm bán kính mặt cầu nhờ tính chất mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu khi khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng tiếp xúc bằng bán kính.*”

Giai đoạn 5: thời khoảng đánh giá lại toàn bộ các kiểu nhiệm vụ:

“*Tóm lại, công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng có ích trong các dạng bài tập tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, tìm mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu hay tìm mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng. Ngoài các dạng bài tập này, các em cũng sẽ dùng công thức này trong một số dạng bài tập khác mà chúng ta sẽ học ở các tiết sau.*”

Việc đánh giá này cho phép HS có cái nhìn tổng thể về việc ứng dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng vào bài tập.

4.2 Tổ chức didactic: Một quan điểm tĩnh

Thời khoảng gặp gỡ đầu tiên: Thời khoảng này xuất hiện đối với tất cả 4 kiểu nhiệm vụ thông qua các câu hỏi và bài tập mà GV đưa ra.

Thời khoảng nghiên cứu: Ở hai kiểu nhiệm vụ T1 và T2, thời khoảng nghiên cứu xảy ra với sự

hướng dẫn của GV. Còn ở hai kiểu nhiệm vụ T3 và T4, GV tạo ra môi trường để HS tự xây dựng kỹ thuật để giải quyết vấn đề đặt ra.

Thời khoảng làm việc với kỹ thuật: Xảy ra đối với 4 kiểu nhiệm vụ trên. Thông qua thời khoảng này, các kỹ thuật được vận hành tương đối tốt.

Thời khoảng xây dựng môi trường công nghệ - lý thuyết: Được xây dựng ở đầu tiết học, trước khi HS gặp gỡ với các kiểu nhiệm vụ. Ở đây, HS dùng suy luận tương tự để đưa ra một dự đoán về công thức liên quan đến công nghệ - lý thuyết, sau đó được GV khẳng định đúng và là kết quả của một định lý. Ở đây, HS chưa tự thực hiện quá trình chứng minh kết quả này mà chỉ tham khảo phần chứng minh ở SGK.

Thời khoảng thể chế hóa: Kỹ thuật và công nghệ được thể chế hóa bằng cách cho HS ghi vào tập và được GV nhấn mạnh trong quá trình giảng giải trên lớp.

Thời khoảng đánh giá: Thời khoảng này được GV và HS thực hiện sau khi lời giải của các bài tập được hoàn thành và đánh giá chung vào cuối tiết học.

4.3 Đánh giá tổ chức toán học

Đánh giá kiểu nhiệm vụ

Các kiểu nhiệm vụ đã được xác định rõ ràng trong tiết học. Nó xuất hiện trong các bài tập mà SGK đặt ra. Một số bài tập trong SGK được GV điều chỉnh cho phù hợp với những yêu cầu về thời gian và trình độ của HS. Những bài tập khác được giao yêu cầu làm ở nhà.

Những kiểu nhiệm vụ này tồn tại vì đây là dạng những bài tập được SGK đưa ra, do đó nó đòi hỏi HS phải thực hiện được trong quá trình học tập.

Những kiểu nhiệm vụ được đề cập là phù hợp với đặc điểm của HS trung học phổ thông theo chương trình hiện nay.

Đánh giá kỹ thuật

Các kỹ thuật τ_i liên quan đến kiểu nhiệm vụ T_i đã được xây dựng trong giờ học. Khả năng vận dụng các kỹ thuật này trong giải quyết bài tập thuộc các kiểu nhiệm vụ đã nêu là hoàn toàn thỏa đáng. Tuy HS có mắc một số sai lầm trong bài giải,

nhưng sai sót này không phải là do các kỹ thuật tạo ra.

Đánh giá công nghệ

Vấn đề đặt ra được giải thích rõ ràng. Cách giải thích công nghệ - lý thuyết là phù hợp với đối tượng HS. Hơn nữa, công nghệ - lý thuyết này đã được HS sử dụng hiệu quả trong quá trình tìm các kỹ thuật cho bài tập.

5 KẾT LUẬN

Các kiểu nhiệm vụ nói trên là những kiểu nhiệm vụ điển hình cho việc áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng: các kiểu nhiệm vụ này được triển khai một cách rõ ràng, mỗi kiểu nhiệm vụ đều có những bài tập cụ thể để minh họa và các thời khoảng được nghiên cứu trong giờ học tương đối đầy đủ. Việc vận dụng lý thuyết nhân học trong didactic toán vào phân tích thực hành giảng dạy của GV liên quan đến một đối tượng tri thức là hoàn toàn hiệu quả.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Annie Bessot, Claude Comiti, Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến, 2009. Những yếu tố cơ bản của Didactic toán. Nhà xuất bản Đại học quốc gia TP. Hồ Chí Minh. TP. Hồ Chí Minh.
2. Bộ giáo dục và đào tạo, 2009. SGK Hình học 12 nâng cao. Nhà xuất bản Giáo dục. Hà Nội.
3. Bộ giáo dục và đào tạo, 2008. SGK Hình học 12 cơ bản. Nhà xuất bản Giáo dục. Hà Nội.
4. Bộ giáo dục và đào tạo, 2008. Sách bài tập Hình học 12 nâng cao. Nhà xuất bản Giáo dục. Hà Nội.
5. Chevallard Y, Bosch M., 1999. “La sensibilité de l’activité mathématique auxostensifs”, *Objet d’étude et problématique*. Recherche en Didactique des Mathématiques, vol. 19/1, pp. 77-124.
6. Nguyễn Phú Lộc, 2014. *Hoạt động dạy và học môn Toán*. Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia TP. Hồ Chí Minh. TP. Hồ Chí Minh.
7. Đào Hồng Nam, 2011. Phân tích thực hành hoạt động giảng dạy của giảng viên qua tiết học về mô hình ngưỡng P-K. *Tạp chí Khoa học ĐHSP TP Hồ Chí Minh*, số 28 năm 2011, tr 71-80.