

# NGHIÊN CỨU CÁCH THỨC SỬ DỤNG SUY LUẬN TƯƠNG TỰ VÀO DẠY HỌC PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN CỦA GIÁO VIÊN TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bùi Phương Uyên

Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ

**Thông tin chung:**

Ngày nhận: 05/02/2015

Ngày chấp nhận: 22/12/2015

**Title:**

Studying how to use analogical reasoning in teaching coordinate method in space of mathematics teachers in high schools

**Từ khóa:**

Suy luận tương tự, dạy học với suy luận tương tự, dạy học tích cực, phương pháp tọa độ trong không gian, giáo viên toán trung học phổ thông

**Keywords:**

Analogical reasoning, teaching with analogy, active learning, coordinate method in space, mathematics teachers in high schools

**ABSTRACT**

Teaching with analogical reasoning is an effective teaching strategy in teaching mathematics. Therefore, this method is being studied and applied in teaching of specific subjects in mathematics curriculum at high schools. Studying the lessons of teachers helps understand actual situations and how they use analogy. So, in the article, we analyzed how to use analogy in coordinate method in space in five lessons of mathematics teachers at high schools in the Mekong Delta. And the results of the study showed that teachers had used analogical reasoning to help students to review previous knowledge, to motivate them, and to help them construct new knowledge.

**TÓM TẮT**

Dạy học với suy luận tương tự là một chiến lược dạy học hiệu quả trong dạy học môn Toán. Vì vậy, phương pháp này đang được nghiên cứu và vận dụng vào dạy học các chủ đề cụ thể trong chương trình toán ở trường phổ thông. Việc nghiên cứu các tiết dạy của giáo viên giúp tìm hiểu thực trạng và cách thức sử dụng suy luận tương tự của họ. Vì thế, trong bài báo này, chúng tôi đã phân tích cách thức sử dụng suy luận tương tự ở chương Phương pháp tọa độ trong không gian trong năm tiết dạy của các giáo viên toán tại một số trường trung học phổ thông ở Đồng bằng sông Cửu Long. Và kết quả nghiên cứu cho thấy rằng giáo viên đã sử dụng suy luận tương tự để giúp học sinh ôn tập kiến thức cũ, gợi động cơ mở đầu bài học, giúp học sinh xây dựng kiến thức mới.

**1 ĐẶT VẤN ĐỀ**

Hiện nay, dạy học với suy luận tương tự (SLTT) đang được quan tâm nghiên cứu bởi nhiều nhà giáo dục trong và ngoài nước. Nó không chỉ giúp học sinh (HS) ôn tập kiến thức cũ mà còn giúp phát huy tính chủ động, tích cực của họ trong quá trình học tập kiến thức mới. Vì vậy, phương pháp này đang được các giáo viên (GV) trung học phổ thông (THPT) lựa chọn vận dụng trong quá trình

dạy học nhằm phát huy tính tích cực của học sinh. Bài báo đặt ra vấn đề tìm hiểu cách thức sử dụng SLTT của GV THPT thông qua khảo sát các tiết dạy thực tế ở nội dung phương pháp tọa độ trong không gian.

**2 CƠ SỞ LÝ THUYẾT**

Theo Wikipedia, “tương tự là một quá trình nhận thức chuyên giao thông tin hoặc ý nghĩa từ một vấn đề cụ thể (nguồn) đến một vấn đề khác

(mục tiêu), hoặc một biểu thức ngôn ngữ tương ứng với một quá trình như vậy”.

Theo G. Polya (1977), tương tự là một kiểu giống nhau nào đó. Những đối tượng phù hợp với nhau trong những mối quan hệ được quy định là những đối tượng tương tự. Hai hệ là tương tự nếu chúng phù hợp với nhau trong các mối quan hệ xác định rõ ràng giữa những bộ phận tương ứng. Ví dụ tam giác trong mặt phẳng tương ứng tứ diện trong không gian.

Gentner (1983) mô tả một tương tự như một “tương ứng của kiến thức từ một miền (nguồn) vào một mục tiêu (đích)”. Vì vậy, muốn giải thích một số khái niệm mới (đích) cần đề cập đến một số khái niệm đã được biết đến hoặc đã hiểu (nguồn) và xem xét một mối quan hệ tương tự giữa nguồn và đích.

Trong dạy học toán ở trường phổ thông, theo tác giả Nguyễn Phú Lộc (2010), tương tự có các ứng dụng như xây dựng ý nghĩa cho tri thức, xây dựng giả thuyết để khám phá kiến thức mới, phát hiện, khắc phục sai lầm của HS và dùng tương tự trong giải bài tập toán.

**3 PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU**

Trong năm học 2013 - 2014, chúng tôi tiến hành dự giờ một số tiết dạy của GV toán trong chương Phương pháp tọa độ trong không gian ở các trường THPT tại Đồng bằng sông Cửu Long. Ở đây, chúng tôi không thực hiện bất kì một tác động nào đến quá trình dạy học của GV. Trong các tiết dạy, GV được chủ động lựa chọn phương pháp dạy học riêng cho mình. Những tiết dạy này được chúng tôi và các GV khác trong tổ toán của trường đã dự giờ, ghi chép lại thành biên bản dự giờ.

Trong tổng số 20 tiết đã dự giờ, chúng tôi nhận thấy chỉ có 5 tiết dạy sau đây có sử dụng SLTT (tên GV được chúng tôi mã hóa lại bởi các kí hiệu từ G1 đến G5):

Tiết 1 (15/02/2014): Bài *Phương trình tổng quát (PTTQ) của mặt phẳng* của G1 (L.X.M.),

**Bảng 1: Trích biên bản dự giờ các tiết dạy sử dụng SLTT**

TT	GV	Nội dung bài học	Hoạt động GV	Hoạt động HS
1	G1 (trích Hình 1)	<b>2. PTTQ của mặt phẳng</b> <i>Định nghĩa:</i> PT có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó $A, B, C$ không đồng thời bằng 0, được gọi là PTTQ của mặt phẳng.	- Yêu cầu HS nhắc lại PTTQ đường thẳng trong Oxy. - GV khẳng định với cấu trúc tương tự trong không gian Oxyz, ta có PT mặt phẳng. - Hãy nhắc lại điều kiện để viết	- PTTQ đường thẳng có dạng $Ax + By + C = 0$ - HS chú ý nghe giảng. - Muốn viết được PT đường thẳng phải biết 1 điểm đường thẳng đi qua

trường THPT Hòa An, Hậu Giang.

Tiết 2 (16/01/2014): Bài *Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng* của G2 (L.M.N.), trường THPT Phú Điền, Đồng Tháp.

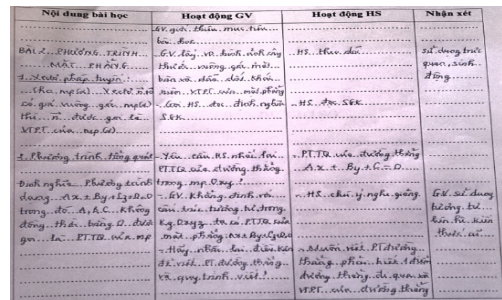
Tiết 3 (23/02/2014): Bài *Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng* của G3 (P.T.K.H.), trường THPT Nguyễn Thị Minh Khai, Bến Tre.

Tiết 4 (24/01/2014): Bài *Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng* của G4 (P.V.T.), trường THPT Nguyễn Thông, Vĩnh Long.

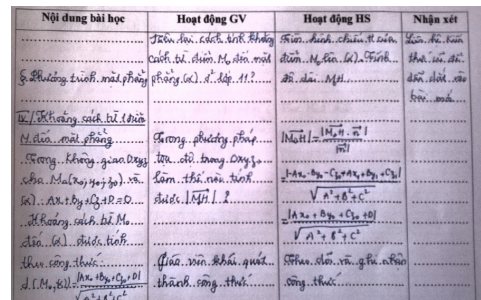
Tiết 5 (13/02/2014): Bài *Phương trình tham số (PTTS) của đường thẳng trong không gian* của G5 (L.V.T.), trường THPT Nguyễn Thông, Vĩnh Long.

**4 KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU**

Dựa trên các biên bản dự giờ GV, chúng tôi trích lại những nội dung có sử dụng SLTT trong Bảng 1.

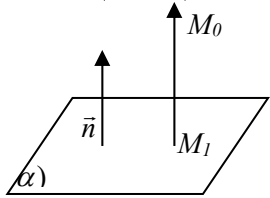


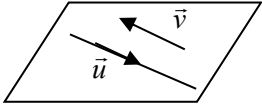
**Hình 1: Biên bản dự giờ giáo viên G1**



**Hình 2: Biên bản dự giờ giáo viên G3**

TT	GV	Nội dung bài học	Hoạt động GV	Hoạt động HS
			PT đường thẳng đi qua một điểm và quy trình viết. - Với cấu trúc tương tự trong không gian $Oxyz$ , ta cũng có cách viết PT mặt phẳng giống như vậy. - Yêu cầu HS đọc định nghĩa sách giáo khoa.	và vectơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng. - HS chú ý nghe giảng. - HS đọc sách giáo khoa.
2	G2	<b>4. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng</b> Định lí: Trong không gian $Oxyz$ , cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mp $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ . Khoảng cách từ điểm $M_0$ đến mp $(\alpha)$ , kí hiệu là $d(M_0, (\alpha))$ , được tính theo công thức : $d(M_0, (\alpha)) = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$	- GV yêu cầu HS nhắc lại công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong $Oxy$ . - Tương tự như vậy, hãy dự đoán công thức tính khoảng cách từ $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến $(\alpha)$ là gì? - GV kết luận lại công thức. - GV hướng dẫn HS nghiên cứu phần chứng minh công thức trong sách giáo khoa.	- Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0)$ đến đường thẳng $\Delta: Ax + By + C = 0$ là : $d(M_0, \Delta) = \frac{ Ax_0 + By_0 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$ - HS trả lời: $d(M_0, (\alpha)) = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ - HS chú ý ghi bài. - HS đọc sách giáo khoa.
3	G3 (trích từ biên bản Hình 2)	<b>4. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng</b> Trong không gian $Oxyz$ , cho $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ . Khoảng cách từ $M_0$ đến $(\alpha)$ , kí hiệu $d(M_0, (\alpha))$ , tính theo công thức : $d(M_0, (\alpha)) = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$	- Cho $M$ và $(\alpha)$ , để tính khoảng cách từ $M_0$ đến $(\alpha)$ ở lớp 11 ta làm gì? - Trong phương pháp tọa độ trong $Oxyz$ , làm thế nào tính được $ M_0M_1 $ ? - GV khái quát thành công thức.	- Tìm hình chiếu $M_1$ của điểm $M_0$ lên $(\alpha)$ , tính độ dài $M_0M_1$ . $ M_0M_1  = \frac{ M_0M_1 \cdot \vec{n} }{ \vec{n} }$ $= \frac{ -Ax_0 - By_0 - Cz_0 + Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ $= \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ - HS theo dõi và ghi công thức.
4	G4	<b>4. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng</b> Định lí: Trong không gian $Oxyz$ , cho $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mp $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ . Khoảng cách từ $M_0$ đến mp $(\alpha)$ , ta kí hiệu là $d(M_0, (\alpha))$ , được tính	- Trong $Oxy$ , $d(M_0, \Delta) = ?$ - Trong $Oxyz$ , $d(M_0, (\alpha)) = ?$ - GV dùng bảng phụ hướng dẫn HS tính $ M_1M_0 $ .	$d(M_0, \Delta) = \frac{ Ax_0 + By_0 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$ - HS suy nghĩ. $\vec{n} = (A; B; C)$ $\vec{M_1M_0} = (x_0 - x_1; y_0 - y_1; z_0 - z_1)$ $\vec{M_1M_0} \cdot \vec{n} = A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1)$ $= Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D$



TT	GV	Nội dung bài học	Hoạt động GV	Hoạt động HS
		theo công thức: $d(M_0, (\alpha)) = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$		$ \overline{M_1 M_0}  = \frac{ \overline{M_1 M_0} \cdot \vec{n} }{ \vec{n} }$ $= \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$
5	G5	<p><b>1. Vector chỉ phương (VTCP) của đường thẳng</b></p> <p>Vector <math>\vec{u} \neq \vec{0}</math> là VTCP của <math>d</math> nếu <math>\vec{u}</math> có giá song song hoặc trùng <math>d</math>.</p>  <p><b>2. PTTS của đường thẳng</b></p> <p>PTTS của <math>d</math> đi qua điểm <math>M_0(x_0; y_0; z_0)</math> và có VTCP <math>\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)</math> là</p> $\begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t, & t \in R \\ z = z_0 + u_3 t \end{cases}$	<p>Hãy nhắc lại phương trình tham số (PTTS) của đường thẳng trong <math>Oxy</math>?</p> <p>Trong <math>Oxyz</math>, phương trình đường thẳng <math>d</math> được viết như thế không?</p> <p>Chi ra các VTCP của <math>d</math>?</p> <p>Trong không gian còn đúng nữa không?</p> <p>Hãy phát biểu định nghĩa VTCP của đường thẳng trong không gian?</p> <p>Tương tự cách xây dựng PPTS của đường thẳng trong <math>Oxy</math>, trong <math>Oxyz</math> cho <math>d</math> có VTCP <math>\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)</math> và qua <math>M_0(x_0; y_0; z_0)</math>. Hãy tìm điều kiện cần và đủ để <math>M \in d</math>?</p>	<p>PTTS của <math>d</math>:</p> $\begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases}$ <p>HS theo dõi.</p> <p><math>\vec{u}, \vec{v}</math> là VTCP của <math>d</math>.</p> <p>Đúng.</p> <p>Vector <math>\vec{u} \neq \vec{0}</math> là VTCP của <math>d</math> nếu <math>\vec{u}</math> có giá song song hoặc trùng <math>d</math>.</p> <p><math>M \in d \Leftrightarrow \overline{M_0 M}, \vec{u}</math> cùng phương</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \\ z = z_0 + u_3 t \end{cases}$

Để thuận lợi cho việc xem xét, đánh giá mức độ và cách thức sử dụng SLTT trong quá trình dạy học của GV, chúng tôi sử dụng tiêu chí đánh giá theo tài liệu Nguyễn Phú Lộc và Bùi Phương Uyên

(2014). Tiêu chí này được phân chia thành các thang bậc, mỗi bậc được quy định bằng điểm số tương ứng như sau:

**Bảng 2: Thang bậc đánh giá mức độ sử dụng SLTT trong dạy học**

Điểm	Mức độ sử dụng SLTT
0	Không sử dụng tương tự.
1	Chỉ nêu được tên nguồn tương tự.
2	Nhắc lại đặc điểm của nguồn, nhưng chưa thiết lập được sự tương ứng với kiến thức đích.
3	Lập được sự tương ứng giữa nguồn và đích.
4	Thực hiện tốt sự tương ứng giữa nguồn và đích: chỉ ra được tương đồng và dị biệt; có những kết luận thích đáng nhờ SLTT.

Qua phân tích các tiết dạy cho thấy các nội dung mà GV lựa chọn dùng SLTT là khái niệm PTTQ của mặt phẳng, khái niệm PTTS của đường thẳng trong không gian và nhiều nhất là công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Đối với khái niệm PTTQ của mặt phẳng, GV **G1** có yêu cầu HS nhắc lại khái niệm PTTQ của đường thẳng nhưng sau đó GV lại khẳng định kiến thức mới có “*cấu trúc tương tự*” kiến thức chứ chưa liên kết được nguồn và đích. Cách sử dụng SLTT của GV chỉ nhằm giúp HS ôn tập kiến thức

cũ mà chưa phân tích được các đặc điểm quan trọng của nguồn cũng như chưa tạo được mối liên hệ giữa kiến thức cũ và kiến thức mới. Vì vậy, chúng tôi đánh giá mức độ sử dụng SLTT của tiết dạy này là 1 điểm.

Đối với 3 tiết dạy về công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, cách sử dụng SLTT của mỗi GV có khác nhau:

GV **G2** yêu cầu HS phát biểu công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

trong mặt phẳng  $Oxy$  (hình học 10), từ đó dự đoán công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng trong không gian  $Oxyz$ . Sau đó, GV hướng dẫn HS tham khảo phần chứng minh ở sách giáo khoa. Như vậy, mục đích của việc dùng SLTT của G2 là giúp HS đưa ra một dự đoán về kiến thức mới dựa trên kiến thức cũ tương tự. Ở đây, HS có thể lập được một tương ứng từ nguồn đến đích để đưa ra được dự đoán về công thức mới nên chúng tôi đánh giá mức độ dùng SLTT là 3 điểm.

GV G3 lựa chọn nguồn tương tự là cách tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng mà HS đã học ở hình học 11. Theo cách giải ở lớp 11 (gọi hình chiếu  $M_1$  của điểm  $M_0$  lên  $(\alpha)$  và tính độ dài  $M_0M_1$ ), GV hướng dẫn HS tính  $|M_0M_1|$  bằng phương pháp tọa độ và tìm được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. Như vậy, tương tự được GV sử dụng là dựa vào điểm tương đồng về phương pháp giải quyết bài toán trong hình học không gian bằng phương pháp tổng hợp với phương pháp tọa độ để giúp HS tìm ra kiến thức mới. Ở đây, chúng tôi đánh giá mức độ sử dụng SLTT của tiết dạy này là 3 điểm.

Với yêu cầu nhắc lại công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong mặt phẳng  $Oxy$ , GV G4 đặt vấn đề liệu có thể tìm được công thức tương tự để tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng trong không gian  $Oxyz$  hay không? Từ vấn đề đặt ra, GV hướng dẫn HS xây dựng công thức bằng cách tính tích vô hướng  $\overline{M_1M_0} \cdot \vec{n}$  và độ dài vector  $|\vec{n}|$ . Vì thế, SLTT được GV sử dụng với mục đích gợi động cơ mở đầu cho bài học. Tuy nhiên, GV chỉ yêu cầu HS nhắc lại kiến thức cũ mà không phân tích các đặc điểm của nguồn để từ đó tạo ra các tương ứng với kiến thức đích nên chúng tôi đánh giá mức độ dùng SLTT ở đây là 1 điểm.

Ở khái niệm PTTS của đường thẳng trong không gian, GV G5 yêu cầu HS nhắc PTTS của đường thẳng trong mặt phẳng  $Oxy$  và gợi ra vấn đề cho HS suy nghĩ “*trong  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng  $d$  được viết như thế không?*”. Đây là cách mà GV gợi động cơ mở đầu cho bài học. Sau đó, GV hướng dẫn HS phân tích đặc điểm của VTCP của đường thẳng và đưa ra định nghĩa. Tiếp theo, “*tương tự cách xây dựng PPTS của đường thẳng trong  $Oxy$* ”, HS đã lập các tương ứng giữa nguồn và đích để xây dựng và khám phá kiến thức mới. Chúng tôi đánh giá mức độ sử dụng SLTT của tiết dạy này là 3 điểm.

## 5 KẾT LUẬN

Nghiên cứu các tiết dạy chương Phương pháp tọa độ trong không gian cho thấy các GV toán ở trường THPT đã sử dụng SLTT với nhiều mục đích khác nhau như: giúp HS đưa ra một giả thuyết về kiến thức mới, tìm tòi và giải quyết vấn đề, gợi động cơ mở đầu bài học hay đơn giản là để giúp HS ôn lại kiến thức cũ.

Tuy nhiên, mức độ sử dụng SLTT của 5 tiết dạy (trung bình là 2.2) chưa cao lắm. Trong các tiết dạy, khái niệm và định lý được GV lựa chọn sử dụng SLTT, trong khi phần bài tập thì chưa có GV nào vận dụng SLTT. Bên cạnh đó, GV đã không giúp HS chỉ ra những khác biệt giữa nguồn và đích. Hơn nữa, một ứng dụng khác của SLTT là dùng để phát hiện và khắc phục sai lầm của HS cũng không được GV chú ý. Điều này đặt ra yêu cầu phải nghiên cứu cơ sở lý luận và các biện pháp sư phạm cần thiết để hỗ trợ quá trình vận dụng SLTT vào dạy học các chủ đề cụ thể của GV.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Dedre Gentner, 1983. Structure – Mapping: A Theoretical Framework for Analogy, Cognitive science, Volume 7, Issue 2, April–June 1983, p. 155–170.
- Đoàn Quỳnh (tổng chủ biên), Văn Như Cương (chủ biên), Phạm Khắc Ban, Lê Huy Hùng và Tạ Mân, 2009. Hình học 12 nâng cao. Nhà xuất bản Giáo Dục. Hà Nội.
- G. Polya, 1977. Toán học và những suy luận có lý. Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.
- Nguyễn Phú Lộc and Bùi Phương Uyên, 2014. Using Analogy in Teaching Mathematics: An Investigation of Mathematics Education Students in School of Education - Can Tho University, International Journal of Education and Research, Vol. 2 No. 7 July 2014. Australia.
- Nguyễn Phú Lộc, 2010. Dạy học hiệu quả môn Giải tích trong trường phổ thông. Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam. Hà Nội.
- Trần Văn Hạo (tổng chủ biên), Nguyễn Mộng Hy (chủ biên), Khu Quốc Anh và Trần Đức Huyền, 2009. Hình học 12. Nhà xuất bản Giáo Dục. Hà Nội.
- Website: <http://en.wikipedia.org/wiki/Analogy>