Rèn luyện kĩ năng siêu nhận thức cho học sinh thông qua việc luyện tập thói quen nhìn lại quá trình giải quyết bài toán

Hoàng Xuân Bính[1], Phí Văn Thủy[2]

[1] Trường Đại học Nội Vụ Hà Nội
Số 36, Đường Xuân La, Quận Tây Hồ,
Hà Nội, Việt Nam
Email: hoangbinhncs@gmail.com

[2] Trường Trung học phổ thông Lê Hồng Phong
Thành phố Biên Hòa, tỉnh Đồng Nai, Việt Nam
Email: thuythuythi1978@gmail.com

TÓM TẮT: *Đánh giá là một kĩ năng siêu nhận thức và nhìn lại quá trình giải quyết vấn đề là một trong những kĩ năng thành phần của kĩ năng đánh giá. Do đó, cần phải rèn luyện thói quen nhìn lại quá trình giải bài cho học sinh. Việc xem xét lại quá trình giải quyết vấn đề được thể hiện dưới nhiều góc độ và khía cạnh khác nhau. Sau mỗi lời giải, giáo viên cần tập trung rèn luyện cho học sinh cách nhìn lại quá trình tư duy; quá trình liên kết và huy động tri thức; phát hiện và sửa chữa những sai phạm; lựa chọn kiến thức phương pháp luận cũng như mở rộng quy trình và quan hệ thực tiễn. Qua đó, học sinh được rèn luyện kĩ năng đánh giá trong quá trình giải quyết vấn đề (một trong những kĩ năng siêu nhận thức). Khi học sinh được rèn luyện kĩ năng này, các em hiểu được toàn bộ quá trình tư duy để tìm ra giải pháp và chủ động chiếm lĩnh được tri thức mới, từ đó học sinh chủ động, tích cực và hứng thú học tập.*

TỪ KHÓA: **Kĩ năng siêu nhận thức; học sinh; giáo viên.**

➔ Nhận bài 26/8/2020 ➔ Nhận bài đã chỉnh sửa 19/10/2020 ➔ Duyệt đăng 25/4/2021.

1. Đặt vấn đề

Thuật ngữ "Siêu nhận thức" (SNT) được sử dụng từ năm 1976 để cập đến quá trình tư duy của một người và sự kiểm soát, điều chỉnh quá trình đó. Một trong những kĩ năng (KN) SNT đó là KN đánh giá quá trình nhận thức. Do đó, KN SNT có vai trò rất quan trong việc nâng cao hiệu quả dạy và học, góp phần giúp học sinh (HS) tăng cường tính tự chủ, tìm tòi, phát hiện trong quá trình chiếm lĩnh tri thức, hình thành KN, kĩ xảo, phát huy tối đa năng lực của HS. Từ đó, làm cho HS hứng thú học tập, áp dụng được kiến thức và KN học được trong nhà trường vào thực tế cuộc sống. Do đó, trong bài viết này, chúng tôi mong muốn tập trung nghiên cứu để làm sáng tỏ về việc rèn luyện KN SNT thông qua việc tập luyện cho HS thói quen nhìn lại quá trình giải quyết bài toán.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Mục đích

Mục đích của việc rèn luyện này là nhằm giúp HS hình thành thói quen nhìn lại quá trình giải quyết bài toán. Qua đó, không chỉ giúp HS phát hiện và sửa chữa sai lầm trong lời giải một cách kịp thời mà còn mở rộng, hệ thống hóa được kiến thức, rút ra được bài học kinh nghiệm cho quá trình giải quyết bài toán lần sau và hiểu rõ được nguyên nhân vì sao giải được cũng như chưa giải được bài toán.

2.2. Cơ sở khoa học

Khái niệm SNT chính thức có từ năm 1976 đưa ra bởi nhà tâm lí học phát triển người Mĩ J. H. Flavell và theo chúng tôi, khái niệm được đưa ra bởi nhà tâm lí học người Mĩ J. H. Flavell là hoàn hảo nhất. Theo ông, SNT là: "*Sự hiểu biết của cá nhân liên quan đến quá trình nhận thức của bản thân, các sản phẩm và những yếu tố khác có liên quan trong đó còn đề cập đến việc theo dõi tích cực, điều chỉnh kết quả và sắp xếp các quá trình này để luôn hướng tới mục tiêu đặt ra*" [1].

KN SNT là khả năng theo dõi, quản lí và điều hành hoạt động nhận thức. KN SNT là một yếu tố quan trọng trong việc tạo ra và duy trì học tập thành công, cũng làm tăng sự cải thiện kết quả học tập. Một số KN SNT cần thiết và có thể rèn luyện cho HS trong dạy học Toán đó là: *KN lập kế hoạch; KN giám sát; KN điều chỉnh và KN đánh giá quá trình nhận thức.*

Sự nổi bật trong tư tưởng sư phạm của G. Polya ở giai đoạn nhìn lại vấn đề là: "Chú trọng tìm lời giải tối ưu hơn và khai thác phát triển bài toán một cách sáng tạo". Ông cho rằng "...Không có bài toán nào là kết thúc. Bao giờ cũng còn lại một cái gì để suy nghĩ" [2]. Như vậy, có thể thấy, ở giai đoạn này cần rèn luyện cho HS các hoạt động cụ thể như sau:

- Biết tìm nhiều cách giải cho một bài toán;
- Biết phân nhỏ các yếu tố của bài toán để khai thác, phát triển bài toán mới (tương tự, tổng quát, đặc biệt…) khi thay đổi các yếu tố; Biết kết hợp nhiều yếu tố để có bài toán mới.

Cũng theo G. Polya, nhìn lại cách giải được lợi: "Anh có thể tìm thấy một cách giải khác tốt hơn, phát hiện ra những sự kiện mới và bổ ích. Trong mọi trường hợp, nếu anh có thói quen xem lại kĩ càng các cách giải, anh sẽ thu được kiến thức rất có hệ thống và sẵn sàng để đem ứng dụng và anh sẽ phát triển được khả năng giải toán của mình" [3, tr.53].

Như vậy, việc nhìn lại vấn đề đòi hỏi sự sáng tạo và kinh nghiệm của HS, nó không chỉ giúp HS trình bày rõ ràng mạch lạc lời giải của mình, mà quan trọng hơn nó giúp các em có một nếp suy nghĩ, nếp tư duy rõ ràng sáng sủa. Đặc biệt, thực hiện tốt bước này sẽ giúp các em có kiến thức, kinh nghiệm và hiểu sâu vấn đề, từ đó có thể giải quyết được các bài toán khác trong tương lai. Đây là khâu quan trọng để giáo viên (GV) đặc biệt chú ý đến việc rèn luyện KN đánh giá quá trình giải quyết vấn đề (GQVĐ) cho HS.

2.3. Cách thức thực hiện việc rèn luyện

Cơ hội hình thành KN siêu nhận thức qua dạy học Toán

Toán học có nhiều cơ hội để rèn luyện KN siêu nhận thức cho HS, song phân môn Giải tích là một trong những phân môn có nhiều cơ hội để rèn luyện KN siêu nhận thức. Do đó, chúng tôi tập trung nghiên cứu một số cơ hội hình thành KN siêu nhận thức cho HS trong dạy học Giải tích, đó là các cơ hội hình thành KN đánh giá, cụ thể như sau:

- Đề xuất cách tính giới hạn khác, cách tính nguyên hàm (tích phân) khác; Đề xuất bài toán tính giới hạn, tính nguyên hàm (tích phân) mới; Áp dụng giải pháp vào các bài toán tính giới hạn, tính nguyên hàm (tích phân) khác.
- Đề xuất cách giải khác về bài toán về tính đơn điệu của hàm số, về cực trị của hàm số, về tiếp tuyến của đồ thị hàm số, về sự tương giao của đồ thị hàm số; Đề xuất bài toán mới; Áp dụng giải pháp vào các bài toán khác, mở rộng bài toán, liên hệ thực tiễn.
- Áp dụng giải pháp vào các bài toán đại số khác; Xây dựng phương pháp giải một số dạng bài toán đại số.

Trong bối cảnh vận dụng kiến thức giải tích, chứa đựng nhiều tình huống có vấn đề, quá trình HS tìm kiếm con đường giải quyết vấn đề đã tạo ra cơ hội để hình thành và phát triển năng lực giải quyết vấn đề.

Như vậy, để giải quyết được những tình huống có vấn đề trong học Giải tích, đòi hỏi HS phải có những năng lực tư duy để tìm hiểu, mô tả vấn đề, thu thập thông tin, lựa chọn giải pháp, theo dõi, điều chỉnh và đánh giá quá trình giải quyết vấn đề. Do đó, thông qua dạy học Giải tích sẽ rèn luyện được KN siêu nhận thức cho HS.

Cách thức rèn luyện KN SNT khi nhìn lại quá trình giải toán

Để hình thành cho HS thói quen nhìn nhận lại quá trình học toán của mình, GV cần:

- Hướng dẫn HS đánh giá lời giải bài toán của mình dựa theo yêu cầu về lời giải của một bài toán.
- Các yêu cầu đó nên được GV chuyển hoá thành các câu hỏi khi đánh giá, giúp HS làm quen với các câu hỏi đó khi đánh giá một lời giải. Cụ thể:

+ Kết quả có đúng không? Các bước tính toán có chính xác không? Các bước biến đổi có đúng không?

+ Lời giải đã xét đầy đủ các trường hợp chưa?

+ Lập luận chặt chẽ chưa?

+ Trình bày đã khoa học, hợp lí chưa?

+ Cách giải này đã tối ưu chưa? Còn cách nào khác để giải quyết bài toán không?

Có thể nói, những yêu cầu này là những tiêu chí giúp HS so sánh, đối chiếu xem xét, đánh giá một lời giải. Để HS thành thạo với việc đánh giá từng tiêu chí, có được KN tự đánh giá, GV nên tận dụng cơ hội, tạo ra tình huống để HS có cơ hội thực hiện việc rèn luyện các thao tác đánh giá, đó là:

* *Kiểm tra lại kết quả, các bước tính toán*

Để có được KN này, GV có thể rèn luyện cho HS như sau:

- GV thường xuyên *nhắc nhở* HS sau mỗi bước tính toán cần kiểm tra lại kết quả bằng cách: Tính toán lại xem kết quả có khớp không, hoặc đem kết quả tìm được thử vào các điều kiện của đầu bài xem có phù hợp không, thỏa mãn không, hoặc đối chiếu với thực tế xem có gì bất hợp lí không. Khi dạy học một công thức nên yêu cầu HS xem xét điều kiện tồn tại của các biểu thức có mặt trong hai vế của công thức đó và điều kiện có thể thay thế vế này bởi vế kia.

Mục đích của việc làm này là giúp HS *tránh được sai lầm* khi vận dụng công thức theo chiều ngược lại. Chẳng hạn:

Ví dụ 1: Sau khi HS học công thức

$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ (b>0, c>0) yêu cầu HS:

Giải phương trình

$$\frac{3}{2}\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 - 3 = \log_{\frac{1}{4}}(4-x)^3 + \log_{\frac{1}{4}}(x+6)^3 \qquad (*)$$

Bước 1: GV yêu cầu HS giải phương trình

Một số HS thường giải như sau:

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq -2 \\ x-4>0, x+6>0 \end{cases}$. Khi đó:

$$(*) \Leftrightarrow \frac{3}{2}.2\log_{\frac{1}{4}}(x+2) - 3 = 3\log_{\frac{1}{4}}(4-x) + 3\log_{\frac{1}{4}}(x+6)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{4}}(x+2) - 1 = \log_{\frac{1}{4}}(4-x) + \log_{\frac{1}{4}}(x+6)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{4}} 4(x+2) = \log_{\frac{1}{4}}[(4-x)(x+6)]$$

$$\Leftrightarrow 4(x+2) = (4-x)(x+6)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-8 \end{array}\right.$$

Đối chiếu với điều kiện ta có x=2 là nghiệm của phương trình.

Bước 2: GV yêu cầu HS nhìn lại quá trình giải bài toán và phát hiện sai lầm

Sai lầm của HS ở đây là đã biến đổi:

$$\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 = \log_{\frac{1}{4}}(x+2).(x+2)$$

$$= \log_{\frac{1}{4}}(x+2) + \log_{\frac{1}{4}}(x+2) = 2\log_{\frac{1}{4}}(x+2)$$

Với cách biến đổi này, nếu $x+2<0$ thì không tồn tại $\log_{\frac{1}{4}}(x+2)$.

Lời giải đúng: Điều kiện: $\left[\begin{array}{l} x \neq -2 \\ 4-x>0, x+6>0 \end{array}\right.$. Khi đó:

$$(*) \Leftrightarrow \frac{3}{2}.2\log_{\frac{1}{4}}|x+2| - 3 = 3\log_{\frac{1}{4}}(4-x) + 3\log_{\frac{1}{4}}(x+6)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{4}}|x+2| - 1 = \log_{\frac{1}{4}}(4-x) + \log_{\frac{1}{4}}(x+6)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{4}} 4|x+2| = \log_{\frac{1}{4}}[(4-x)(x+6)]$$

$$\Leftrightarrow 4|x+2| = (4-x)(x+6)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4x+8 = -x^2-2x+24 \\ x+2>0 \end{cases} \\ \begin{cases} -4x-8 = -x^2-2x+24 \\ x+2<0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x = 1-\sqrt{33} \end{array}\right.$$

Bước 3: Đánh giá

Để giúp HS tránh được sai lầm khi vận dụng công thức trên, khi dạy xong công thức $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ với b>0, c>0, GV có thể hỏi HS: Nếu ta có $\log_a b$ và $\log_a c$ với b>0, c>0 thì ta có $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ hay không?. Ngược lại, nếu ta có $\log_a bc$ với bc>0 thì ta có ngay $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ hay không? Tại sao?. Để trả lời được câu hỏi này, đòi hỏi HS phải xem xét công thức theo hai chiều hỗ trợ cho nhau, phải biết điều kiện để tồn tại các lôgarit ở hai vế của công thức. Từ đó, đi đến khẳng định chiều ngược lại $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ với bc>0 không phải luôn luôn đúng, chỉ đúng khi b>0, c>0 hoặc phải biến đổi thành: $\log_a bc = \log_a |b| + \log_a |c|$, với b>0. Khi đó, nếu gặp các trường hợp, chẳng hạn $\log_a B^3$ với B>0, HS sẽ biến đổi thành $3\log_a B$, còn $\log_a B^2 = 2\log_a |B|$ với B≠0. Từ đó sẽ vận dụng đúng công thức để giải bài toán trên.

- GV *khéo léo cài đặt, lựa chọn các bài toán* có nhiều khả năng khi giải HS thường mắc sai lầm hoặc lựa chọn lời giải có chứa sai lầm, yêu cầu HS tìm ra chỗ sai, nguyên nhân sai lầm và sửa chữa lại các sai lầm đó. Chẳng hạn:

Hoạt động 1: Nhìn lại quá trình suy nghĩ để tìm kiếm con đường GQVĐ

Ví dụ 2: *Tính tích phân* $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{1+2\cot x}dx$

GV yêu cầu HS tìm mối liên hệ đặc biệt trong bài toán

Cách 1:

Bước 1: Phát hiện vấn đề mấu chốt

Trong bài toán xuất hiện cot*x*, gợi cho HS suy nghĩ đến xuất hiện biến mới *t* = cot*x*. Tuy nhiên, khi đó trong biểu thức dưới dấu tích phân cần xuất hiện $\frac{1}{\sin^2 x}$ vì $dt = -\frac{1}{\sin^2 x}dx$. Từ ý nghĩ đó HS sẽ thấy cần xem xét vai trò của số 1 trong biểu thức, cụ thể là có liên hệ gì đến $\sin^2 x$ hay $\frac{1}{\sin^2 x}$. Từ đó, HS sẽ nghĩ đến thay 1 bởi ($\sin^2 x + \cos^2 x$) (thuộc SNT)

HS $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{1+2\cot x}dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{1+2\cot x}dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1+\cot^2 x}{1+2\cot x}.\frac{1}{\sin^2 x}dx$

HS đặt t = cotx. Khi đó, $I = -\int_1^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{1+t^2}{1+2t}dt$. Tích phân này HS biết cách giải

Bước 2: Huy động kiến thức và lựa chọn giải pháp

Cách 2:

Biến đổi $\frac{1}{1+2\text{cotx}} = \frac{\sin x}{\sin x + 2\cos x} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}.\frac{(\cos x - 2\sin x)}{\sin x + 2\cos x}$, với mục đích là cos*x*-2sin*x*=(sin*x*+2cos*x*). Từ đó, đưa về dạng cơ bản để tính được tích phân *I*. Nhưng một câu hỏi đặt ra là: cơ sở nào để nghĩ đến phép biến đổi như trên? HS không dễ dàng tìm được phép biến đổi đó nếu không có sự gợi ý cụ thể của GV.

GV cần hướng HS tìm được phương pháp giải tổng quát cho tích phân có dạng $I = \int \frac{A\sin x + B\cos x + C}{A_1 \sin x + B_1 \cos x + C_1}dx$ như sau:

Ta có:

$$\frac{A\sin x + B\cos x + C}{A_1\sin x + B_1\cos x + C_1} = \frac{\alpha(A_1\sin x + B_1\cos x + C_1) + \beta(A_1\sin x + B_1\cos x + C_1)' + \gamma}{A_1\sin x + B_1\cos x + C_1}$$

$$= \frac{(\alpha A_1 - \beta B_1)\sin x + (\alpha B_1 + \beta A_1)\cos x + \alpha C + \gamma}{A_1\sin x + B_1\cos x + C_1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha A_1 - \beta B_1 = A \\ \alpha B_1 + \beta A_1 = B \ (*) \\ \alpha C + \gamma = C \end{cases}$$

Nhờ vào hệ (*) HS tìm được các hệ số điều chỉnh α;β;γ

Từ đó, HS có được cách giải tổng quát tích phân có dạng như trên GV cần chú ý cách giải tích phân

$I=\int \frac{\gamma}{A_1\sin x+B_1\cos x+C_1}dx$ như sau:

$$\int \frac{\gamma}{A_1\sin x+B_1\cos x+C_1}dx$$

$$=\int \frac{\gamma}{A_1 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+B_1\left(\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}\right)+C_1\left(\cos^2\frac{x}{2}+\sin^2\frac{x}{2}\right)}dx$$

$$=\int \frac{\gamma}{\left(C_1-B_1\right)\tan^2\frac{x}{2}+2A_1\tan\frac{x}{2}+\left(B_1+C_1\right)}.\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}dx$$

Đặt $t=\tan\frac{x}{2}$

Sau khi, HS được trang bị kiến thức về phương pháp giải trên GV yêu cầu HS giải thích tại sao ta lại biết cách biến đổi.

$$\frac{1}{1+2\text{cotx}}=\frac{\sin x}{\sin x+2\cos x}=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}.\frac{\left(\cos x-2\sin x\right)}{\sin x+2\cos x}$$

Bước 3: Nhìn lại quá trình GQVĐ

GV: Nhìn lại quá trình GQVĐ giúp chúng ta điều gì?

HS: Nhìn lại quá trình giải không chỉ giúp chúng ta phát hiện được những sai sót mà còn giúp chúng ta hiểu được cơ sở của quá trình suy nghĩ (chẳng hạn tại sao lại biết biến đổi $\frac{\sin x}{\sin x+2\cos x}=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}.\frac{\left(\cos x-2\sin x\right)}{\sin x+2\cos x}$). Đồng thời, đưa ra được cách giải tổng quát phổ biến cho nhiều bài có cùng dạng toán (cách 2 tổng quát hơn cách 1). Qua đó, HS được chủ động chiếm lĩnh tri thức một cách tích cực, hứng thú và hiệu quả.

Như vậy, bằng các hoạt động như trên, HS được rèn luyện KN phân tích, so sánh, tổng hợp đánh giá quá trình tìm kiếm con đường, cách thức GQVĐ.

Hoạt động 2: Nhìn lại cách khai thác kết quả bài toán và mở rộng bài toán liên quan

Ví dụ 3: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C)

Cho *M* là điểm bất kì trên (*C*). Tiếp tuyến của (*C)* tại *M* cắt các đường tiệm cận của (*C*) tại *A* và *B*. Gọi *I* là giao điểm của các đường tiệm cận.

a) Chứng minh rằng, tam giác *IAB* có diện tích không đổi.

b) Tìm toạ độ điểm *M* sao tam giác *IAB có* cho chu vi nhỏ nhất.

Hoạt động 2.1. Mở rộng bài toán 1

Bước 1: Huy động kiến thức, tri thức phương pháp

GV yêu cầu HS tìm hiểu đề bài và thực hiện

Giao điểm của hai tiệm cận I(1;2). Gọi $M\left(x_0;\frac{2x+1}{x-1}\right)\in\left(C\right),\left(x_0\neq 1\right)$. Khi đó, phương trình tiếp tuyến (Δ) tại M có dạng: $y=\frac{-3}{\left(x_0-1\right)^2}\left(x-x_0\right)+\frac{2x_0+1}{x_0-1}$

Tiếp tuyến (Δ) cắt hai tiệm cận lần lượt tại $A\left(1;\frac{2x_0+4}{x_0-1}\right)$ *và* $B\left(2x_0-1;2\right)$

a) Chứng minh rằng, tam giác *IAB* có diện tích không đổi.

Ta có: $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}IA.IB=\frac{1}{2}\frac{6}{\left|x_0-1\right|}.2\left|x_0-1\right|=6$ (đvdt) (không đổi)

b) Tìm toạ độ điểm *M* sao tam giác *IAB có* cho chu vi nhỏ nhất.

Gọi P là chu vi của tam giác *IAB*

Ta có:

$$P=IA+IB+AB=IA+IB+\sqrt{IA^2+IB^2}$$
$$\geq 2\sqrt{IA.IB}+\sqrt{2\sqrt{IA^2.IB^2}}=2\sqrt{IA.IB}+\sqrt{2IA.IB}$$
$$=\left(2+\sqrt{2}\right)\sqrt{IA.IB}=\left(2+\sqrt{2}\right)\sqrt{12}$$

Dấu "=" xảy ra khi

$$IA=IB\Leftrightarrow\frac{6}{\left|x_0-1\right|}=2\left|x_0-1\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=1+\sqrt{3}\\x_0=1-\sqrt{3}\end{array}\right.$$

Từ đây, HS tìm được tọa độ điểm $M_1\left(1+\sqrt{3};2+\sqrt{3}\right)$ và $M_1\left(1-\sqrt{3};2-\sqrt{3}\right)$

Bước 2: Phát hiện mối liên hệ mấu chốt. Trên cơ sở kết quả bài toán đã cho GV yêu cầu mở rộng bài toán thành bài toán mới. HS suy nghĩ trả lời. GV yêu cầu HS nhận xét về kết quả của bài toán. GV yêu cầu HS nhớ lại công thức về mối liên hệ giữa diện tích S, chu vi P của tam giác IAB và bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác *IAB* đã biết.

Dự kiến HS biết được công thức $S=r.P$

GV yêu cầu HS, Từ công thức trên các em phát hiện thấy điều gì? Dự kiến HS phát hiện được chu vi tam giác *IAB* bé nhất thì dẫn đến bán kính đường tròn nội tiếp tam giác *IAB* sẽ lớn nhất (thuộc SNT)

(Vì $S=r.P\Leftrightarrow r=\frac{S}{P}$ mà diện tích S không đổi nên khi chu vi P bé nhất thì bán kính r lớn nhất)

Bước 3: Sáng tạo, mở rộng bài toán liên quan

GV yêu cầu HS phát biểu bài toán mới. HS phát biểu bài toán mới.

Bài toán 1: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Cho *M* là điểm bất kì trên (*C*). Tiếp tuyến của (*C)* tại *M* cắt các đường tiệm cận của (*C*) tại *A* và *B*. Gọi *I* là giao điểm của các đường tiệm cận. Tìm toạ độ điểm *M* sao bán kính đường tròn nội tiếp tam giác *IAB* lớn nhất.

Hoạt động 2.2. Mở rộng bài toán 2

GV hỏi HS ngoài bài toán trên ta còn bài toán nào nữa

Bước 1: Phát hiện vấn đề mấu chốt liên quan

HS phát hiện được bán kính lớn nhất thì diện tích của hình tròn nội tiếp tam giác *IAB* lớn nhất. Do đó, HS phát biểu bài toán mới.

Bước 2: Điều chỉnh, bổ sung, phát hiện bài toán liên quan

Bài toán 2: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Cho *M* là điểm bất kì trên (*C*). Tiếp tuyến của (*C)* tại *M* cắt các đường tiệm cận của (*C*) tại *A* và *B*. Gọi *I* là giao điểm của các đường tiệm cận. Tìm toạ độ điểm *M* sao diện tích hình tròn nội tiếp tam giác *IAB* lớn nhất.

Hoạt động 2.3. Mở rộng bài toán 3

GV có thể gợi ý để HS phát hiện thêm các bài toán liên quan đến bán kính và diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác *IAB* như sau:

Bước 1: Huy động kiến thức liên quan

GV yêu cầu HS nhớ lại công thức về mối liên hệ giữa diện tích S, các cạnh của tam giác *IAB* và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác *IAB* đã biết.

Dự kiến HS phát hiện được công thức $S=\frac{a.b.c}{4R}$ hay $S_{\Delta IAB}=\frac{IA.IB.AB}{4R}$

Bước 2: Phát hiện vấn đề mấu chốt

GV hỏi HS: Từ kết quả bài toán đã cho và công thức trên các em rút ra được điều gì?

HS: Vì diện tích *S* không đổi nên bán kính *R* phụ thuộc vào *IA.IB. AB*

Theo bài toán đã cho

$$IA.IB.\ AB = IA.IB.\ \sqrt{IA^2+IB^2} \le IA.IB\sqrt{2IA.IB} = 12\sqrt{2.12}$$

Từ đó, HS phát hiện thêm bài toán mới như sau:

Bước 3: Điều chỉnh linh hoạt và phát hiện bài toán liên quan

Bài toán 3: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Cho *M* là điểm bất kì trên (*C*). Tiếp tuyến của (*C)* tại *M* cắt các đường tiệm cận của (*C*) tại *A* và *B*. Gọi *I* là giao điểm của các đường tiệm cận. Tìm toạ độ điểm *M* sao bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *IAB* nhỏ nhất.

Tương tự HS cũng phát hiện được bài toán sau:

Bài toán 4: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Cho *M* là điểm bất kì trên (*C*). Tiếp tuyến của (*C)* tại *M* cắt các đường tiệm cận của (*C*) tại *A* và *B*. Gọi *I* là giao điểm của các đường tiệm cận. Tìm toạ độ điểm *M* sao diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác *IAB* nhỏ nhất.

Trong quá trình nhìn lại bài toán, GV cần rèn luyện cho HS thói quen không chỉ phát hiện và sửa chữa sai lầm, cách thức huy động kiến thức, phương pháp, cách khai thác giả thiết mà còn chú trọng đến việc khai thác kết quả của bài toán để sử dụng cho bài toán khác hoặc mở rộng bài toán liên quan và liên hệ thực tiễn.

Tóm lại, việc sáng tạo bài toán mới hay mở rộng bài toán cần được quan tâm thích đáng và vận dụng thường xuyên khi cho HS thực hành GQVĐ. GV cần quan tâm, chú trọng đến những câu hỏi như: liệu bài toán này có liên quan hay quan hệ với loại bài toán nào đó hay không? Có thể quy bài toán đã cho về bài toán quen thuộc đã biết cách giải, hoặc có thể sử dụng những khía cạnh nào đó ở các bài toán liên quan để giải bài toán đã cho.

3. Kết luận

SNT thường là đối thoại bên trong về cách thức giải quyết bài toán. Đây là điều cần làm để phát triển khả năng suy nghĩ về suy nghĩ cho HS. HS thành công là có thể tự đánh giá được quá trình nhận thức của mình, từ đó giúp HS có được hệ thống kiến thức logic, tổng hợp và tránh được những sai sót. KN SNT sẽ giúp HS thành công trong việc sử dụng tư duy chiến lược và lựa chọn, sử dụng nhiều chiếc lược giúp đạt được mục tiêu học tập cũng như áp dụng kiến thức vào tình huống mới. Ngoài ra, KN SNT còn giúp HS tiếp tục mở rộng chiến lược bằng cách phân tích các phương pháp phù hợp, lựa chọn các chỉ dẫn và thông tin phản hồi bằng quan sát và tương tác với các chiến lược phù hợp. Chất lượng sản phẩm đầu ra của của việc học sẽ được nâng lên nếu HS được rèn luyện KN đánh giá quá trình giải quyết bài toán, đây là một trong những KN SNT.

Tài liệu tham khảo

[1] Flavell J.H, (1976), *Metacognitive aspects of problem solving*, The nature of intelligence.

[2] G. Polya (1997), *Toán học và những suy luận có lí,* NXB Giáo dục, Hà Nội.

[3] G. Polya, (1997), *Giải một bài toán như thế nào?*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[4] Nguyễn Bá Kim, (2002), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

[5] Phan Anh Tài, (2014), *Đánh giá năng lực giải quyết vấn đề của học sinh trong dạy học toán lớp 11 Trung học phổ thông,* Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh, Nghệ An.

[6] A. Artz, & E. Armour-Thomas, (1992), *Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups*, Cognition and Instruction*,* 9, 137 -175.

[7] Hồ Thị Hương, (2013), *Nghiên cứu lí thuyết siêu nhận thức và đề xuất khả năng ứng dụng trong giáo dục Trung học*, Đề tài cấp Viện, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
[8] M. Kayashima & A. Inaba, (2003a), *How computers help a learner to master self-regulation skill?* Proc. of Computer Support for Collaborative Learning, June 14-18, Bergen, Norway, 123-125.
[9] M. Kayashima & A. Inaba, (2003b), *Difficulties in mastering self-regulation skill and supporting methodologies*, Proc. of the International AIED Conference, July 20-24, Sydney, Australia, 443-445.
[10] M. Kayashima & A. Inaba, (2003c), *Towards helping learners master self-regulation skills,* Supplementary Proc. of the International AIED Conference, July 20-24, Sydney, Australia, 602-614.

TRAINING METACOGNITIVE SKILLS FOR STUDENTS BY HELPING THEM TO FORM THE HABIT OF REVIEWING THE PROBLEM SOLVING PROCESS

Hoang Xuan Binh[1], Phi Van Thuy[2]

[1] Hanoi University of Home Affairs
No.36, Xuan La street, Tay Ho district,
Hanoi, Vietnam
Email: hoangbinhncs@gmail.com

[2] Le Hong Phong High School
Bien Hoa city, Dong Nai province, Vietnam
Email: thuythuythi1978@gmail.com

ABSTRACT: *Assessing is a metacognitive skill and reviewing the problem solving process is one of the component skills of assessment skills. Therefore, it is necessary to practice the habit of reviewing the problem solving process for students. The review of the problem solving process is presented in different perspectives. After each solution, the teacher should focus on training students to look back on the process of thinking; linking and mobilizing knowledge; detecting and correcting mistakes; selecting methodological knowledge as well as expanding the process and its practical relations. Thereby, students are trained in assessment skills in solving problem (one of the metacognitive skills). When students practice this skill, they understand the whole process of thinking to find solutions and actively acquire new knowledge, so that they become proactive, active and interested in learning.*

KEYWORDS: **Metacognitive skills; students; teachers.**