

Nghiên cứu áp dụng thư viện Numpy trong dạy học môn Nhập môn đại số tuyến tính tại Trường Đại học Thủy lợi

Phạm Xuân Trung

Email: trungpx@tlu.edu.vn
Trường Đại học Thủy lợi
Số 175 Tây Sơn, Đống Đa,
Hà Nội, Việt Nam

TÓM TẮT: Trong khoảng ba thập kỷ gần đây, các trường đại học Hoa Kỳ đã nỗ lực cải cách khóa học đại số tuyến tính bậc Đại học. Bài viết trình bày tổng quan những kết quả nghiên cứu và triển khai thực tế của đội ngũ chuyên gia Hoa Kỳ trong việc xây dựng các khuyến nghị, đổi mới cách định hướng nội dung môn học theo hướng xử lý ma trận và khuyến khích sử dụng công nghệ trong dạy học. Tác giả đã kế thừa các nghiên cứu nền tảng của Nhóm nghiên cứu chương trình giảng dạy đại số tuyến tính (Linear Algebra Curriculum Study Group - LACSG) và dự án “Tăng cường giảng dạy đại số tuyến tính thông qua việc sử dụng các công cụ phần mềm” (Augment the Teaching of Linear Algebra through the use of Software Tools - ATLAST). Đối chiếu với thực tế giảng dạy đại số tuyến tính tại Trường Đại học Thủy lợi nói riêng và các trường đại học khối kỹ thuật tại Việt Nam nói chung, trong bối cảnh Chương trình Giáo dục phổ thông đã có nhiều đổi mới. Bài viết cũng trình bày kết quả nghiên cứu, triển khai thực nghiệm sư phạm áp dụng thư viện NumPy trong ngôn ngữ lập trình Python vào giảng dạy môn Nhập môn đại số tuyến tính tại Trường Đại học Thủy lợi.

TỪ KHÓA: Chương trình giảng dạy, Đại số tuyến tính, thư viện NumPy, thực nghiệm sư phạm, Trường Đại học Thủy lợi.

→ Nhận bài 15/11/2022 → Nhận bài đã chỉnh sửa 19/12/2022 → Duyệt đăng 25/02/2023.

DOI: <https://doi.org/10.15625/2615-8957/12310209>

1. Đặt vấn đề

Tại Hoa Kỳ, nhận thấy tầm quan trọng ngày càng tăng của đại số tuyến tính trong chương trình giảng dạy bậc Đại học, một số nỗ lực cải cách lớn đã được khởi xướng trong những năm cuối thập niên 80 của thế kỷ trước. Năm 1987, Nhóm ma trận quốc tế (International Matrix Group) được thành lập với mục đích hỗ trợ những nỗ lực trong sử dụng đại số tuyến tính. Năm 1989, nhóm này được thay thế bởi Hiệp hội Đại số tuyến tính quốc tế (International Linear Algebra Society - ILAS) nhằm hỗ trợ các nhóm đại số tuyến tính hiện có trên toàn thế giới, cùng với mục đích xác định quan điểm chung giữa các nhóm này. Được tài trợ bởi Quỹ Khoa học quốc gia (National Science Foundation - NSF), Nhóm nghiên cứu chương trình giảng dạy đại số tuyến tính (Linear Algebra Curriculum Study Group - LACSG) đã được thành lập vào tháng 1 năm 1990 với các thành viên ban đầu gồm: David Carlson (San Diego State University), Charles R. Johnson (The College of William and Mary), David C. Lay (University of Maryland), A. Duane Porter (University of Wyoming). Mục tiêu của nhóm là khởi xướng mối quan tâm cấp thiết và lâu dài trong việc cải thiện chương trình giảng dạy đại số tuyến tính ở bậc Đại học tại Hoa Kỳ. Tháng 8 năm 1990, nhóm nghiên cứu đã được mở rộng. Cùng thời điểm đó, nhóm đã tổ chức một hội thảo 5 ngày về chương trình đại số tuyến tính bậc Đại học tại Đại học William và Mary. Hội thảo

có quy mô lớn, với nhiều mối quan tâm đa dạng, từ đại số tuyến tính thuần túy đến đại số tuyến tính số. Những người tham gia đến từ các khoa Toán ở các vùng khác nhau của đất nước, từ các trường công lập và tư thục, từ các trường đại học hai năm và bốn năm, từ các trường đại học có chương trình sau đại học về Toán học và các trường kỹ thuật. Ngoài ra, các chuyên gia từ các lĩnh vực liên quan đã tham gia từ một đến ba ngày, mô tả vai trò của đại số tuyến tính trong các ngành của họ và đề xuất các cách để cải thiện chương trình giảng dạy. Hội thảo đã đưa ra 5 khuyến nghị nhằm kích thích những thảo luận sâu sắc và hành động sáng tạo về đại số tuyến tính trong chương trình Toán học [1].

Đồng thời, cũng với tài trợ của NSF, Ủy ban Giáo dục của ILAS đã hỗ trợ dự án “Tăng cường giảng dạy đại số tuyến tính thông qua việc sử dụng các công cụ phần mềm” (Augment the Teaching of Linear Algebra through the use of Software Tools - ATLAST) [2]. Dự án ATLAST - với mục đích khuyến khích và tạo điều kiện cho việc sử dụng phần mềm trong giảng dạy đại số tuyến tính - có thể được xem như một nỗ lực tức thì để thực hiện các khuyến nghị LACSG.

Từ năm 1992 - 1995, dự án ATLAST đã tổ chức 13 hội thảo với hơn 350 giảng viên tham gia. Những người tham gia hội thảo đã thiết kế các bài tập và dự án máy tính phù hợp để sử dụng trong các khóa học đại số tuyến tính ở bậc Đại học. Các hội thảo được tổ chức vào mùa

hè năm 1995 và 1996 tập trung vào việc phát triển các kế hoạch bài học cho các bài thuyết trình trên lớp bằng cách sử dụng các tài liệu và phần mềm ATLAST. Mục tiêu chính của Dự án ATLAST là khuyến khích và tạo điều kiện cho việc sử dụng phần mềm trong giảng dạy đại số tuyến tính. ATLAST tin rằng, phần mềm Matlab là sự lựa chọn tốt nhất để sử dụng trong việc giảng dạy đại số tuyến tính. Mặc dù các bài tập trong cơ sở dữ liệu ATLAST sử dụng nhiều gói phần mềm khác nhau, tất cả các bài tập được chọn để đưa vào cuốn sách này đã được điều chỉnh để sử dụng với Matlab. Một bộ sưu tập các tiện ích thường dùng của Matlab (M-files) cũng được phát triển để đi kèm với cuốn sách này.

Đề xuất ATLAST bày tỏ hi vọng sẽ đóng một vai trò quan trọng trong phong trào cải cách đại số tuyến tính. Ngoài việc phát triển các bài tập trên máy tính, toàn bộ hội thảo ATLAST dành thời gian để thảo luận về chương trình giảng dạy đại số tuyến tính và các vấn đề khác liên quan đến việc giảng dạy đại số tuyến tính, các hội thảo đã tạo cơ hội hoàn hảo cho các giảng viên đại số tuyến tính gặp nhau để chia sẻ ý tưởng và kinh nghiệm của họ. Nhiều người trong số những người tham gia tiếp tục đóng vai trò tích cực trong việc cải cách giáo dục đại số tuyến tính.

Năm 2018, được tài trợ bởi NSF (DUE-1822247), các chuyên gia trên toàn Hoa Kỳ đã được mời tham dự hội thảo kéo dài hai ngày để đánh giá lại các công việc bắt đầu gần 30 năm trước. Kết quả là, LACSG 2.0 được thành lập để truy cập lại và cập nhật các khuyến nghị. Các khuyến nghị mới đề xuất dạy đại số tuyến tính sớm hơn trong chương trình giảng dạy, loại bỏ giải tích như một môn học tiên quyết, xem xét nhu cầu của ngành công nghiệp, nhận thức được các nghiên cứu mới nhất trong giáo dục đại số tuyến tính, tận dụng lợi thế của công nghệ trong giảng dạy, thúc đẩy việc gắn các khái niệm với các ứng dụng và phát triển các khóa học thứ hai trong đại số tuyến tính [3].

Với kì vọng những xu hướng này sẽ tiếp tục và có thể tăng tốc. LACSG 2.0 muốn thu hút một số chú ý đến các vấn đề quan trọng liên quan đến chương trình giảng dạy và giảng dạy đại số tuyến tính. Cập nhật khuyến nghị thứ năm, LACSG 2.0 cho rằng: Sinh viên chuyên ngành Khoa học máy tính, Vật lý, Kinh tế và các môn học khác sử dụng các mô hình toán học cũng có thể được hưởng lợi rất nhiều từ hai hoặc nhiều khóa học về đại số tuyến tính. Khóa học thứ hai về đại số tuyến tính có thể tập trung nhiều hơn trên không gian vector (bao gồm không gian vector phức), ánh xạ tuyến tính và các chứng minh hơn so với khóa học (đầu tiên) tập trung vào \mathbb{R}^n , ma trận và tính toán. Một số chủ đề đã được giới thiệu để đưa vào và khám phá sâu trong khóa học thứ hai. LACSG 2.0 cũng gợi ý các khóa học thứ hai khác có thể muốn tập trung nhiều hơn vào phương pháp số trong đại số tuyến tính, đồng thời đưa ra một

số chủ đề (ngoài các chủ đề nêu trên) có thể được bao gồm trong một khóa học tập trung vào đại số tuyến tính số, hướng đến các sinh viên chuyên ngành Toán học và những sinh viên khác muốn tìm hiểu các công cụ mạnh mẽ của đại số tuyến tính.

Như vậy, trong suốt trên 30 năm qua, việc nghiên cứu chương trình giảng dạy đại số tuyến tính cho sinh viên luôn được các chuyên gia giáo dục Hoa Kỳ triển khai một cách liên tục, rộng khắp với nhiều kết quả nền tảng được đề xuất áp dụng trong giảng dạy tại các trường đại học. Cùng với sự phát triển mạnh mẽ của khoa học máy tính, những năm gần đây, ngôn ngữ lập trình Python (Python) với các đặc điểm: 1) Đơn giản, dễ học; 2) Miễn phí, mã nguồn mở, cộng đồng người dùng lớn; 3) Khả năng mở rộng; 4) Thư viện tiêu chuẩn lớn để giải quyết những tác vụ phổ biến; 5) Ngôn ngữ lập trình hướng đối tượng, ngày càng được sớm đưa vào giảng dạy cho học sinh, sinh viên. Các trường đại học hàng đầu trên thế giới thường xuyên mở các khóa học mở về ứng dụng Python vào các ngành khoa học. Trong Python có gói thư viện NumPy (viết tắt của 'Numerical Python'). Đây là thư viện cốt lõi cho tính toán khoa học, chứa đối tượng ma trận dưới dạng mảng n-chiều. NumPy đặc biệt hữu ích trong đại số tuyến tính. Để nâng cao chất lượng dạy - học môn Đại số tuyến tính bậc Đại học rất cần sự đổi mới về chương trình đào tạo, nội dung đào tạo theo hướng tiếp cận với các trường đại học trên thế giới. Trong bài viết này, tác giả trình bày việc nghiên cứu đổi mới nội dung đào tạo và áp dụng công cụ phần mềm - thư viện NumPy trong ngôn ngữ lập trình Python - vào dạy - học môn học Nhập môn Đại số tuyến tính cho sinh viên các ngành kỹ thuật tại Trường Đại học Thủy lợi.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Một số phần mềm hỗ trợ dạy đại số tuyến tính

2.1.1. Các phần mềm mã nguồn đóng

Trong dạy - học đại số tuyến tính, giảng viên và sinh viên sử dụng phần mềm để khai báo, tạo nhập các ma trận; tính toán và xử lý các ma trận một cách nhanh chóng để tìm ra kết quả. Việc sử dụng phần mềm ứng dụng cũng cho phép người dùng sử dụng các câu lệnh để lập trình giải quyết các bài tập, dự án. Một số phần mềm thường dùng như sau:

- *Matlab* (là từ viết tắt của Matrix Laboratory) được phát hành bởi Công ti MathWorks. Matlab được thiết kế để cung cấp môi trường lập trình và tính toán kỹ thuật số. Matlab cho phép người dùng sử dụng ma trận để tính toán các con số, vẽ thông tin cho các hàm và đồ thị, chạy các thuật toán, tạo giao diện cho người dùng và liên kết với các chương trình máy tính được viết bằng nhiều ngôn ngữ lập trình khác. Matlab là một ngôn ngữ lập trình cao cấp để tính toán số và phát triển ứng dụng.

Để sử dụng Matlab, người dùng tự nhập các câu lệnh để xem kết quả thực hiện.

- *Maple* là một phần mềm Toán học chuyên dụng được phát triển bởi hãng Waterloo Maple Inc. Người dùng có thể nhập biểu thức toán học theo các kí hiệu Toán học truyền thống. Maple hỗ trợ cho tính toán số và hiển thị. Maple cũng có một ngôn ngữ lập trình cấp cao đầy đủ cho phép người dùng sử dụng các câu lệnh để xây dựng chương trình giải quyết các bài toán.

Matlab và Maple đều là các phần mềm thương mại, để sử dụng người dùng phải trả phí.

2.1.2. Ngôn ngữ lập trình Python và thư viện NumPy

Python là một ngôn ngữ lập trình bậc cao, là một ngôn ngữ lập trình hướng đối tượng do Guido van Rossum tạo ra năm 1990. Python là ngôn ngữ có hình thức sáng sủa, cấu trúc rõ ràng, thuận tiện cho người mới học lập trình. Python được phát triển trong một dự án mã mở, do tổ chức phi lợi nhuận Python Software Foundation quản lí.

NumPy (Numeric Python) là một thư viện Toán học rất phổ biến và mạnh mẽ của Python. NumPy được trang bị các hàm số đã được tối ưu, cho phép làm việc hiệu quả với ma trận và mảng, đặc biệt là dữ liệu ma trận và mảng lớn với tốc độ xử lí nhanh hơn nhiều lần khi chỉ sử dụng Python đơn thuần. NumPy được phát triển bởi Jim Hugunin. Sử dụng NumPy, người dùng có thể thực hiện được nhiều thao tác liên quan phép toán Toán học và logic trên mảng, các phép toán liên quan đến đại số tuyến tính. NumPy tích hợp sẵn các hàm cho đại số tuyến tính và tạo số ngẫu nhiên. NumPy thường được sử dụng rộng rãi cùng với các gói như SciPy (Python Scientific) và Matplotlib (thư viện vẽ đồ thị). Sự kết hợp này được sử dụng rộng rãi để thay thế cho Matlab. Điều quan trọng là NumPy là một thư viện mã nguồn mở, miễn phí [4].

2.2. Phương pháp thu thập dữ liệu thứ cấp

2.2.1. Các khuyến nghị của nhóm nghiên cứu LACSG

LACSG đã đưa ra một danh sách các khuyến nghị cho các khóa học đầu tiên về đại số tuyến tính. Cụ thể như sau:

Thứ nhất, giáo trình và cách trình bày của khóa học đầu tiên trong đại số tuyến tính phải đáp ứng nhu cầu đặt hàng của các bộ môn liên quan tiếp sau.

Thứ hai, các khoa Toán học nên nghiêm túc xem xét việc biến khóa học đầu tiên của họ về đại số tuyến tính thành khóa học có định hướng xử lí ma trận.

Thứ ba, các khoa cần coi trọng nhu cầu và lợi ích của người học.

Thứ tư, giảng viên nên được khuyến khích sử dụng công nghệ trong khóa học đại số tuyến tính đầu tiên.

Thứ năm, ít nhất một “khóa học thứ hai” về lí thuyết ma trận/ đại số tuyến tính nên được ưu tiên cao cho mọi chương trình giảng dạy Toán học [1].

2.2.2. Tài liệu xuất bản của dự án ATLAST

Từ toàn bộ cơ sở dữ liệu của dự án ATLAST, các tác giả Steven Leon, Eugene Herman và Richard Faulkenbery đã chọn ra một bộ bài tập tổng hợp bao gồm tất cả các khía cạnh của khóa học đầu tiên về đại số tuyến tính. Tuyển tập các bài tập được Nhà Xuất bản Prentice Hall xuất bản thành tài liệu *ATLAST Computer Exercises for Linear Algebra* vào năm 1996. Tài liệu có tám chương và ba phụ lục cùng phần tài liệu tham khảo. Mỗi chương được chia thành hai phần. Phần đầu bao gồm các bài tập và phần thứ hai bao gồm các dự án dài hơn. Một số nhận xét như sau:

- *Về các bài tập.* Có ba dạng:

Bài tập dạng khám phá. Bằng cách sử dụng máy tính để giải quyết các ví dụ, bài tập, sinh viên có thể quan sát các tính chất thú vị và tự khám phá các định lí. Các bài tập khám phá giúp sinh viên có được năng lực về “trực giác số” trong lí thuyết ma trận. Sau khi phát hiện kết quả, sinh viên tiếp tục được yêu cầu chứng minh hoặc giải thích lí do tại sao kết quả sẽ áp dụng được trong trường hợp tổng quát.

Bài tập ứng dụng. Các bài toán liên quan ứng dụng thực tế thường yêu cầu khối lượng tính toán đáng kể. Việc sử dụng máy tính làm cho các bài tập ứng dụng này trở nên có thể giải quyết được một cách thuận lợi hơn. Nếu được trình bày phù hợp, các bài tập ứng dụng sẽ hỗ trợ, thúc đẩy rất nhiều nội dung trong khóa học.

Bài tập hình học. Các gói phần mềm hiện đại có khả năng đồ họa phức tạp có thể được sử dụng để minh họa về mặt hình học nhiều khái niệm được dạy trong các khóa học đại số tuyến tính. Ví dụ, sinh viên có thể hiểu rõ hơn về cách thức hoạt động của các phép biến đổi tuyến tính bằng cách vẽ đồ thị các hình ảnh khác nhau của một hình dưới nhiều phép biến đổi khác nhau. Hầu hết các chủ đề chính trong khóa học Đại số tuyến tính đều có các diễn giải hình học và có thể được minh họa trên máy tính.

Nhận xét: Phần lớn các bài tập dạng khám phá, một số bài tập ứng dụng có thể khai thác áp dụng ngay trong giảng dạy. Bài tập hình học đòi hỏi phải dành nhiều thời gian để dạy và thực hành.

- *Về các dự án.* Đối với các dự án cần sử dụng máy tính, các tác giả tài liệu ATLAST khuyến cáo sử dụng phần mềm Matlab hoặc bộ câu lệnh do ATLAST xây dựng.

2.2.3. Dữ liệu từ báo cáo khảo sát giảng viên Hoa Kỳ và Canada về môn Đại số tuyến tính bậc Đại học

Năm 2022, Christine Andrews-Larson (Florida State University, USA), Jason Siefken (University of Toronto, Canada) và Rahul Simha (George Washington University, USA) đã xuất bản *Báo cáo khảo sát giảng viên Hoa Kỳ - Canada về khóa học đại số tuyến tính đầu tiên bậc Đại học - đại số tuyến tính có thể là*

khóa học Toán đầu tiên ở bậc Đại học không? Dựa trên khảo sát về khóa học đại số tuyến tính đầu tiên bậc Đại học tại 129 trường đại học hàng đầu tại Hoa Kỳ và Canada [5]. Các thảo luận được đưa ra trong báo cáo, bao gồm cả ý kiến về các chủ đề được đề cập phổ biến và thường được đề cập trong nội dung giảng dạy của các trường. Qua khai thác dữ liệu từ báo cáo, tác giả nhận thấy có nhiều sự tương đồng trong việc dạy - học môn Đại số tuyến tính của các trường đại học tại Việt Nam nói chung và Trường Đại học Thủy lợi nói riêng với các trường tại Hoa Kỳ và Canada. Điều này cũng được tác giả cập nhật, sử dụng trong hoạt động thực nghiệm sư phạm.

2.3. Phân tích tổng hợp, dữ liệu

2.3.1. Thực trạng sử dụng công cụ phần mềm trong dạy học Đại số tuyến tính ở Việt Nam

Trong các trường kỹ thuật, ở bậc Đại học, khóa học về đại số tuyến tính thường được dạy cho sinh viên năm nhất vào học kì 2. Thời lượng môn học từ hai đến ba tín chỉ tùy theo ngành học. Nhiều nội dung trong môn học liên quan đến tính toán trên ma trận nên việc sử dụng công cụ phần mềm để hỗ trợ là rất cần thiết. Hiện nay, việc sử dụng công cụ phần mềm thường dưới các cách thức sau:

Dùng phần mềm như Matlab, Maple,... Giảng viên sẽ giới thiệu những nội dung cơ bản về cài đặt, các cấu trúc dữ liệu cơ bản, toán tử, các thư viện thường dùng trong đại số tuyến tính. Các tài liệu về Matlab tương đối phong phú, được soạn chủ yếu cho sinh viên học chuyên ngành (từ học kì 4). Các nội dung liên quan đến ma trận dành cho sinh viên năm thứ nhất thường được giới thiệu ở chương đầu. Sinh viên thường không mua bản quyền phần mềm mà dùng bản bê khóa để tiết kiệm chi phí.

Dùng phần mềm trực tuyến Matrix calculator tại địa chỉ <https://matrixcalc.org>. Công cụ này có đặc điểm dễ sử dụng, miễn phí, giao diện trực quan. Các chức năng tương đối đầy đủ đối với sinh viên năm nhất. Phần mềm chủ yếu áp dụng để tính toán, có một số chức năng hỗ trợ việc xử lý ma trận cơ bản. Đã có một số tài liệu giới thiệu và sử dụng phần mềm trực tuyến Matrix calculator để giải các bài tập đại số tuyến tính.

Ở bậc Đại học, Python ngày càng được đưa vào nhiều hơn trong chương trình đào tạo cho sinh viên khối ngành kỹ thuật. Đối với ngành Công nghệ thông tin, sinh viên được học Python vào học kì 1 của năm thứ nhất. Tuy nhiên, hiện nay, việc sử dụng Python để hỗ trợ giảng dạy môn Đại số tuyến tính còn ít. Để tránh việc phải giới thiệu cho sinh viên năm thứ nhất nhiều phần mềm, hạn chế việc sử dụng các phần mềm không có bản quyền, việc sử dụng Python với gói thư viện NumPy để tính toán, xử lý ma trận là một giải pháp phù hợp để hỗ trợ dạy - học đại số tuyến tính.

2.3.2. Kinh nghiệm bản thân

Tại Trường Đại học Thủy lợi, tác giả trực tiếp dạy các môn liên quan đại số tuyến tính: Thường xuyên theo dõi việc học tập của sinh viên, đặc biệt là sinh viên ngành Công nghệ thông tin (khóa K59 - năm học 2017-2018; K60 - năm học 2018-2019; K61 - năm học 2019-2020); Sử dụng mạng xã hội facebook để tăng cường kết nối với sinh viên các khóa; Sử dụng dữ liệu kết quả học tập của sinh viên qua các năm. Từ thực tế giảng dạy và phân tích tổng hợp ý kiến từ các chuyên gia cho thấy:

Đối với các môn liên quan đến đại số tuyến tính, hiện phổ biến tình trạng “dạy chay - học chay”, việc áp dụng các phần mềm hay các gói thư viện còn rất ít. Điều đó dẫn đến việc người học hạn chế trong việc phát triển kỹ năng giải quyết vấn đề, xử lý thông tin. Người học cũng gặp nhiều khó khăn trong việc phát triển kỹ năng tự học, tự nghiên cứu, áp dụng kiến thức vào thực tế; khi học các môn chuyên ngành, giảng viên thường phải nhắc lại hoặc bổ sung kiến thức, gây lãng phí thời gian, công sức đối với cả giảng viên và người học.

Điều dễ nhận thấy là các khuyến nghị của LACSG còn nguyên giá trị, đó là: 1) Về giáo trình đã được thực hiện tại Trường Đại học Thủy lợi (trong quá trình đổi mới chương trình đào tạo). Tác giả đi sâu, nghiên cứu việc thực hiện các khuyến nghị; 2) Các khoa Toán học nên nghiêm túc xem xét việc biến khóa học đầu tiên của họ về đại số tuyến tính thành khóa học có định hướng xử lý ma trận; 3) Khoa cần coi trọng nhu cầu và lợi ích của người học; 4) Giảng viên nên được khuyến khích sử dụng công nghệ trong khóa học đại số tuyến tính đầu tiên; 5) Về “Khóa học Đại số tuyến tính thứ hai” cần được tiếp tục nghiên cứu sau.

2.4. Thực nghiệm sư phạm

2.4.1. Sự chuẩn bị và vấn đề nghiên cứu

Bám sát các khuyến nghị (2), (3) và (4) vừa nêu tại mục 2.3.2. Để chuẩn bị thực nghiệm, tác giả đã:

- Theo dõi các bài giảng trên kho học liệu mở của MIT. Hệ thống bài giảng và các bài thuyết trình của GS. Gilbert Strang: Khóa học: *Linear Algebra* (1999) [6]; các video *An interview with Gilbert Strang on teaching linear algebra* (2010) [7], *A 2020 vision of linear algebra* (2020) [8].

- Tham gia các khóa học mở của các trường trên thế giới: *Introduction to Computer Science and Programming in Python, MIT* [9]; *Introduction to Linear Algebra and Python, Howard University* [10].

Các khóa học mở cho thấy, cách thức các chuyên gia giáo dục đưa nội dung của Python và thư viện NumPy vào môn Đại số tuyến tính và các ngành sử dụng nhiều kiến thức của đại số tuyến tính, ví dụ ngành Khoa học máy tính.

Đồng thời, tác giả đã đăng kí học các khóa học trực tuyến của Trung tâm Tin học, Đại học Khoa học tự nhiên Thành phố Hồ Chí Minh: *Lập trình Python cơ bản* (tháng 01 năm 2022); *Mathematics and Statistics for data science* (tháng 5 năm 2022). Sau các khóa học, tác giả đã bước đầu làm rõ các nội dung Python tổng quát và thư viện NumPy cần giới thiệu cho sinh viên sử dụng.

Kết quả của việc trao đổi với các chuyên gia trong lĩnh vực dạy ngôn ngữ lập trình Python và trong lĩnh vực giảng dạy các môn chuyên ngành Tự động hóa và Điều khiển đã giúp tác giả:

- Chọn đối tượng phù hợp để triển khai thực nghiệm sự phạm đối với môn học Nhập môn Đại số tuyến tính trong học kì 2 năm học 2021-2022 là sinh viên các lớp ngành Tự động hóa Khóa 63.

- Lựa chọn, cụ thể hóa được các nội dung Python tổng quát và thư viện NumPy để đưa vào giảng dạy [11], [12]. Việc bổ sung các nội dung của thư viện NumPy vào giảng dạy đảm bảo:

- + Tuân thủ đề cương chi tiết, lịch trình giảng dạy hiện hành;

- + Kỳ vọng về tương quan kết quả học tập giữa các nhóm sinh viên tham gia thực nghiệm và những sinh viên còn lại.

Vấn đề nghiên cứu: “Việc bổ sung kiến thức Python tổng quát và thư viện NumPy có giúp nâng cao năng lực học tập của sinh viên không?”.

2.4.2. Khách thể, thiết kế và quy trình nghiên cứu

Thuận lợi: Từ năm học 2007-2008, Trường Đại học Thủy lợi đã biên dịch cuốn sách *Introduction to Linear Algebra*, tác giả Gilbert Strang (Massachusetts Institute of Technology - MIT) xuất bản lần thứ 3 để sử dụng làm giáo trình (lưu hành nội bộ) cho môn học liên quan đại số tuyến tính [13]. Về nội dung, có sự tương đồng giữa giáo trình với các tài liệu ATLAST, phù hợp các khuyến nghị của LACSG.

Trong quá trình dạy - học, tác giả cũng đã sử dụng các tài liệu tham khảo là các cuốn sách sau:

- *Linear Algebra with Applications*, tác giả: Steven J. Leon (University of Massachusetts, Dartmouth), (1998), lần xuất bản thứ 5 [14]. Cuốn sách này đã được tiếp tục bổ sung, xuất bản lần thứ 10 - 2019.

- *Linear Algebra with Applications*, tác giả: David. C. Lay (University of Maryland), xuất bản lần thứ ba, (1997) [15]. Cuốn sách này cũng được thường xuyên cập nhật, tái bản (lần 6 - 2020) và hiện được nhiều trường đại học tại Hoa Kỳ và Canada sử dụng làm giáo trình cho khóa học đại số tuyến tính đầu tiên của bậc Đại học [4].

Khó khăn: Việc đưa các dự án trong tài liệu ATLAST vào giảng dạy cần phải sử dụng các phần mềm. Trong điều kiện tuyển sinh hết sức đa dạng về chất lượng đầu

vào, điều kiện học tập; việc giảng dạy và yêu cầu thực hiện các dự án sẽ tạo hứng thú, thúc đẩy việc học tập của một số sinh viên song cũng tạo áp lực và gây ra khó khăn với nhiều sinh viên khác. Căn cứ tình hình thực tế, tác giả xây dựng giải pháp với một vài điểm chính như sau:

- Giới thiệu về Python ở mức độ tổng quát và sử dụng gói thư viện NumPy vào dạy - học, chỉ lựa chọn một số bài tập đưa vào kế hoạch bài giảng.

- Đối chiếu các chương của tài liệu *ATLAST* với đề cương chi tiết các môn học để chọn lựa, bố cục các bài tập vào lịch trình giảng dạy một cách phù hợp.

- Khách thể nghiên cứu: Các nhóm nguyên vẹn, bao gồm sinh viên của cùng một lớp. Có hai nhóm, kí hiệu G1 và G2. Các nhóm này học cùng thời gian (vào các buổi chiều thứ Tư và thứ Bảy trong 08 tuần).

Trong mỗi nhóm thực nghiệm, các sinh viên được đăng kí tự nguyện việc có hoặc không học nội dung Python tổng quát và thư viện NumPy. Bộ phận thực nghiệm - có đăng kí học - kí hiệu lần lượt là G1A, G2A; bộ phận đối chứng (không đăng kí học) là G1B và G2B.

- Thiết kế và quy trình nghiên cứu:

- + Thiết kế: Những nội dung cơ bản nhất liên quan Python tổng quát và thư viện NumPy được xây dựng thành 05 bài. Cụ thể như sau: Bài 1 - Tổng quan về Python; Bài 2 - Biến và các kiểu dữ liệu cơ sở; Bài 3 - Toán tử; Bài 4 - Vectơ và ma trận; Bài 5 - Phân rã ma trận.

Tác giả dành 10% thời lượng (tương đương 03 tiết trong tổng số 30 tiết) để giới thiệu cho sinh viên tham gia thực nghiệm. Thời điểm giới thiệu: Thời gian 30 phút cuối buổi học thứ Bảy vào các tuần thứ 3, 4, 6, 7 và thứ 8 theo lịch trình giảng dạy (tổng cộng 05 buổi).

- + Quy trình: Khai thác dữ liệu kết quả học tập của các nhóm lấy từ phòng khảo thí và đảm bảo chất lượng. Phân tích dữ liệu, đánh giá hiệu quả của giải pháp đề xuất.

Tác giả lấy dữ liệu điểm hai môn tổ chức dạy cùng trong Học kì 2. Môn 1: Giải tích hàm nhiều biến (M1), do giảng viên khác giảng dạy trước đó và môn 2: Nhập môn đại số tuyến tính (M2).

2.5. Kết quả và thảo luận

2.5.1. Phân tích dữ liệu kết quả học tập

- Dữ liệu điểm môn Giải tích hàm nhiều biến (môn đã học trước, cùng học kì). Đây là môn do hai giảng viên khác dạy nên có thể xem là dữ liệu độc lập. Tiến hành thu thập truy hồi kết quả học tập của môn 1, rà soát, đối chiếu, lọc số sinh viên tham gia thực nghiệm ở môn 2. Thông tin nhóm: G1: 63 sinh viên, G1A: 26 sinh viên; G1B: 37 sinh viên; G2: 67 sinh viên; G2A: 11 sinh viên; G2B: 56 sinh viên.

Thông tin truy hồi của môn 1 cho thấy, các bộ phận thực nghiệm đều có kết quả trung bình cao hơn so với các nhóm đối chứng. Các sinh viên tham gia thực nghiệm có ý thức tích cực trong học tập.

Các nhóm G1, G2 do các giảng viên khác nhau giảng dạy. Nhóm G1 có sự tương quan giữa điểm thi và điểm quá trình tốt hơn so với nhóm G2. Nhóm G2: Các sinh viên tham gia thực nghiệm có kết quả cao hơn đáng kể so với nhóm đối chứng.

- Đối chiếu sự tương quan giữa dữ liệu điểm hai môn Toán cùng học kì.

+ Nhóm G1 (xem Bảng 1)

+ Nhóm G2 (xem Bảng 2)

Có sự tương quan giữa điểm quá trình, điểm thi giữa các môn M1, M2 theo từng bộ phận thực nghiệm và đối chứng. Do đó, dữ liệu được xem là đáng tin cậy để phân tích.

- Dữ liệu điểm môn Nhập môn Đại số tuyển tính - Môn 2 (xem Bảng 3).

Thông tin nhóm:

+ G1: 66 sinh viên; G1A: 27 sinh viên, G1B: 39 sinh viên

+ G2: 69 sinh viên; G2A: 13 sinh viên, G2B: 56 sinh viên

Nhận xét: *Kết quả học tập các bộ phận thực nghiệm đều cao hơn*, phù hợp với kết quả học tập của môn 1. Cụ thể: Với nhóm G1, các sinh viên đăng kí thực nghiệm đông, có thành phần đa dạng, trung bình kết quả học tập cao hơn không nhiều (0,49 điểm); Với nhóm G2, số sinh viên đăng kí ít, trung bình điểm quá trình cho thấy bộ phận này có nhiều sinh viên tích cực học. Trung bình kết quả học tập cao hơn đáng kể (1,98 điểm). Điều này cho thấy việc bổ sung kiến thức không gây khó khăn cho việc học tập của sinh viên.

2.5.2. Ý kiến phản hồi của sinh viên

Sau khi thi kết thúc môn học, Khoa Điện - Điện tử đã tiến hành lấy ý kiến sinh viên qua Phiếu khảo sát trải nghiệm của sinh viên về nội dung tăng cường cho môn học. Phiếu khảo sát gồm 20 câu hỏi, chia thành

Bảng 1: Sự tương quan dữ liệu điểm giữa hai môn học của các bộ phận nhóm G1

| Nhóm/Bộ phận | Điểm quá trình | | Thi | | Tổng kết học phần | |
|--------------|----------------|---------------|------------|---------------|-------------------|---------------|
| | Trung bình | Độ lệch chuẩn | Trung bình | Độ lệch chuẩn | Trung bình | Độ lệch chuẩn |
| G1 - M1 | 7,37 | 1,41 | 6,72 | 1,81 | 6,98 | 1,51 |
| G1 - M2 | 6,71 | 2,22 | 4,10 | 2,56 | 5,14 | 2,15 |
| G1A - M1 | 7,75 | 1,23 | 6,92 | 1,56 | 7,26 | 1,36 |
| G1A - M2 | 7,35 | 1,96 | 4,15 | 2,44 | 5,43 | 2,02 |
| G1B - M1 | 7,09 | 1,49 | 6,58 | 1,97 | 6,79 | 1,60 |
| G1B - M2 | 6,27 | 2,31 | 4,05 | 2,67 | 4,94 | 2,24 |

Bảng 2: Sự tương quan dữ liệu điểm giữa hai môn học của các bộ phận nhóm G2

| Nhóm/Bộ phận | Điểm quá trình | | Thi | | Tổng kết học phần | |
|--------------|----------------|---------------|------------|---------------|-------------------|---------------|
| | Trung bình | Độ lệch chuẩn | Trung bình | Độ lệch chuẩn | Trung bình | Độ lệch chuẩn |
| G2 - M1 | 7,94 | 0,97 | 6,10 | 1,80 | 6,84 | 1,26 |
| G2 - M2 | 6,57 | 1,98 | 4,10 | 2,41 | 5,09 | 1,96 |
| G2A - M1 | 8,73 | 0,98 | 6,84 | 1,22 | 7,59 | 0,93 |
| G2A - M2 | 8,32 | 1,35 | 6,27 | 2,13 | 7,09 | 1,44 |
| G2B - M1 | 7,79 | 0,90 | 5,96 | 1,86 | 6,69 | 1,27 |
| G2B - M2 | 6,23 | 1,91 | 3,68 | 2,24 | 4,70 | 1,81 |

Bảng 3: Dữ liệu kết quả học tập môn Nhập môn Đại số tuyển tính của các nhóm/bộ phận thực nghiệm

| Nhóm/Bộ phận | Điểm quá trình | | Thi | | Tổng kết học phần | |
|--------------|----------------|---------------|------------|---------------|-------------------|---------------|
| | Trung bình | Độ lệch chuẩn | Trung bình | Độ lệch chuẩn | Trung bình | Độ lệch chuẩn |
| G1 (66) | 6,75 | 2,20 | 4,14 | 2,56 | 5,18 | 2,15 |
| G1A (27) | 7,41 | 1,95 | 4,19 | 2,40 | 5,47 | 2,00 |
| G1B (39) | 6,29 | 2,27 | 4,10 | 2,70 | 4,98 | 2,25 |
| G2 (69) | 6,59 | 1,98 | 4,07 | 2,40 | 5,07 | 1,93 |
| G2A (13) | 8,12 | 1,56 | 5,73 | 2,45 | 6,68 | 1,65 |
| G2B (56) | 6,23 | 1,91 | 3,68 | 2,24 | 4,70 | 1,81 |

bốn phần: 1) Về tài liệu giảng dạy phần ngôn ngữ lập trình Python, với 3 câu hỏi; 2) Về kiến thức các bài bổ sung, 7 câu hỏi; 3) Về nội dung tăng cường, 7 câu hỏi; 4) Về thời lượng dành cho việc giảng dạy nội dung tăng cường, 3 câu hỏi; phần các ý kiến khác.

Các câu hỏi đều nhằm đo mức độ hài lòng của người học về các nội dung được nêu trong mỗi phần; thang đo từ mức 1 (hoàn toàn không đồng ý) đến mức 5 (hoàn toàn đồng ý).

Đối tượng thu thập ý kiến: Các sinh viên tham gia thực nghiệm. Số phiếu phát ra 40, số phiếu thu về 33.

Thông tin chính thu thập được như sau:

- Về tài liệu giảng dạy phần ngôn ngữ lập trình Python: Hầu hết sinh viên đều hài lòng/rất hài lòng, điểm trung bình các câu hỏi từ 3,8 đến 3,9.

- Về kiến thức các bài bổ sung: Hầu hết sinh viên đều tự đánh giá đã thành thạo phần cài đặt (điểm trung bình 3,5) và sử dụng các toán tử (điểm trung bình: 3,4). Sinh viên hiểu về các nội dung bổ sung nhưng chưa đến mức thành thạo (điểm trung bình từ 3,0 đến 3,2).

- Về nội dung tăng cường: Nhóm 7 câu hỏi này cũng nhận được sự hài lòng của sinh viên ở mức cao. Sinh viên cho rằng, các nội dung này đã cung cấp kiến thức cần thiết (điểm trung bình: 3,5); giúp hứng thú hơn trong học tập (3,4); nâng cao tư duy, nhận thức (3,7); phát triển kỹ năng tự học, tự nghiên cứu (3,6); kỹ năng giải quyết vấn đề, xử lý thông tin (3,5); bổ trợ kiến thức cho môn học khác (3,4). Tuy nhiên, mức độ sẵn sàng sử dụng NumPy cho các môn học tiếp theo còn chưa cao (điểm trung bình: 3,2).

- Về thời lượng dành cho việc giảng dạy nội dung tăng cường: Sinh viên cho rằng còn ít (điểm trung bình: 3,3); cần bổ sung thời lượng để sinh viên thành thạo khi sử dụng gói NumPy (3,4). Theo khảo sát, sau khi kết thúc môn học, sinh viên còn chưa dành thêm thời gian để tự học về NumPy (điểm trung bình: 2,9).

2.5.3. Bàn luận và đề xuất

- Nghiên cứu đã bám sát các khuyến nghị của LACSG và dự án ATLAST.

- Các thuận lợi, khó khăn trong thực tế dạy - học tại Trường Đại học Thủy lợi đã được nhận diện một cách rõ ràng, toàn diện.

- Sử dụng hiệu quả phương pháp chuyên gia đã giúp việc bổ sung kiến thức Python cơ bản và thư viện NumPy một cách phù hợp không gây ra sự xáo trộn về đề cương chi tiết và lịch trình giảng dạy.

- Quá trình thực nghiệm sư phạm:

+ Giảng viên tăng cường thêm nội dung nhưng không thay đổi tổng thời lượng giảng dạy, nội dung bổ sung liên quan đến phần mềm đòi hỏi sự chuẩn bị tài liệu cần hết sức cẩn thận, tài liệu cũng cần sớm được phổ biến đến sinh viên.

Khi có sự chuẩn bị tốt, giảng viên không gặp khó

khăn trong quá trình đổi mới.

+ Các kiến thức bổ sung không tạo áp lực đối với sinh viên. Các sinh viên tham gia thực nghiệm đã chủ động cài đặt, khai thác các lệnh Python và thư viện NumPy để trả lời các câu hỏi của giảng viên, tạo hưng phấn trong học tập. Qua đó nâng cao năng lực học tập của sinh viên.

+ Sau buổi học thứ 10 (bài bổ sung thứ ba), sinh viên có công cụ để thực hành, kiểm tra, đối chiếu kết quả các bài tập, nhờ đó thời lượng chữa bài tập được giảm bớt.

- Nhìn chung, kết quả học tập của bộ phận thực nghiệm cao hơn so với bộ phận đối chứng của mỗi nhóm. Bộ phận sinh viên tích cực học khi đăng kí thực nghiệm có kết quả thi cao hơn đáng kể.

Đối chiếu với dữ liệu độc lập của môn Toán trước đó, kết quả học tập đáp ứng kì vọng của quá trình thực nghiệm sư phạm. Thực nghiệm sư phạm cho thấy, việc bổ sung kiến thức Python tổng quát và thư viện NumPy đã giúp nâng cao năng lực học tập của sinh viên.

- Do hạn chế về thời gian nên không thể xây dựng cho bộ phận thực nghiệm một bài đánh giá riêng về mức độ áp dụng kiến thức NumPy. Nếu được bổ sung 0,5 hoặc 1 tín chỉ, việc tích hợp NumPy vào môn học sẽ thuận lợi hơn và chắc chắn sẽ đạt hiệu quả tốt trong giảng dạy.

- Trong tương lai, từ khóa tuyển sinh 2025 (tương đương K67), sinh viên đa phần đã được học Python từ cấp Trung học phổ thông, việc đưa NumPy vào dạy đại số tuyển tính chắc chắn sẽ thuận lợi hơn nhiều.

- Tác giả tiếp tục tiến hành thực nghiệm sư phạm cho đối tượng sinh viên khoa Công nghệ thông tin trong thời gian tới. Môn học Đại số tuyển tính với thời lượng 03 tín chỉ, tác giả đã xây dựng nội dung phần Python và thư viện NumPy để dạy trong 09 tiết (bao gồm 07 tiết dạy, thực hành và 02 tiết dành cho kiểm tra đánh giá).

3. Kết luận

Kế thừa kết quả nghiên cứu và ứng dụng nền tảng của nhóm LACSG và dự án ATLAST, những nghiên cứu bước đầu đã được triển khai phù hợp với các khuyến nghị mà LACSG đưa ra. Cùng với sự phát triển của công nghệ, áp dụng tài liệu ATLAST kết hợp sử dụng ngôn ngữ lập trình Python để đổi mới dạy - học môn *Nhập môn đại số tuyển tính*. Nghiên cứu cho thấy việc bổ sung phần Python tổng quát và thư viện NumPy một cách phù hợp vào kế hoạch giảng dạy không gây ra khó khăn đối với giáo viên và người học. Việc bổ sung kiến thức tạo cơ hội cho sinh viên tiếp cận môn học một cách hoàn chỉnh hơn theo quan điểm học đi đôi với hành, tạo hứng thú cho sinh viên trong quá trình học tập, nâng cao kết quả học tập. Đồng thời, sinh viên được bổ trợ kiến thức cho môn học và các môn học khác; nâng cao tư duy, nhận thức, phát triển kỹ năng tự học, tự nghiên cứu, phát triển kỹ năng giải quyết vấn đề, xử lý thông tin.

Tài liệu tham khảo

- [1] David Carlson., Charles, R. Johnson., David, C. Lay., A, Duane. Porter, (1993), *The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations for the First Course in Linear Algebra*, The College Mathematics Journal, Vol.24, No 1, p.41 - 46.
- [2]. Leon, Steven., Herman, Eugene., & Faulkenberry, Richard, (1996), *ATLAST Computer Exercises for Linear Algebra*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458.
- [3]. Sepideh, Stewart., Sheldon, Axler., Robert, Beezer., Eugene, Boman., Minerva, Catral., Guershon, Harel., Judith., McDonald., David, Strong., Megan, Wawro, (2022), *The Linear Algebra Curriculum Study Group (LACSG 2.0) Recommendations*, Notices of The American Mathematical Society, p.813 – 819, DOI: <https://dx.doi.org/10.1090/noti2479>.
- [4] Nguồn trên mạng internet, link truy cập lần gần nhất lúc 07h27 ngày 13/12/2022: <https://viblo.asia/p/tim-hieu-ve-thu-vien-numpy-trong-pythonphan-1-Do7542QXZM6>.
- [5] Christine, Andrews-Larson., Jason, Siefken., & Rahul, Simha, (2022), *Report on a US-Canadian Faculty Survey on Undergraduate Linear Algebra - Could Linear Algebra Be an Alternate First Collegiate Math Course?*, Notices of the American Mathematical Society, Volume 69, Number 5, p.806 – 812, DOI: <https://dx.doi.org/10.1090/noti2477>.
- [6] Khóa học trực tuyến *Linear Algebra*, (1999), MIT OpenCourseWare, <https://ocw.mit.edu/courses/18-06-linear-algebra-spring-2010/pages/syllabus/>.
- [7] Video *An interview with Gilbert Strang on teaching linear algebra*, (2010), MIT OpenCourseWare, <https://ocw.mit.edu/courses/18-06-linear-algebra-spring-2010/resources/an-interview-with-gilbert-strang-on-teaching-linear-algebra/>.
- [8] Video *Intro: A new way to start linear algebra*, (2020), MIT OpenCourseWare, <https://www.youtube.com/watch?v=YrHIHbài tậpiSM0>
- [9] Khóa học trực tuyến 6.0001 *Introduction to Computer Science and Programming in Python*, MIT OpenCourseWare, <https://ocw.mit.edu/courses/6-0001-introduction-to-computer-science-and-programming-in-python-fall-2016>
- [10] Khóa học trực tuyến *Introduction to Linear Algebra and Python*. Howard University, <https://www.coursera.org/learn/linear-algebra-python-intro/home/week/1>.
- [11] Lê Văn Hạnh, (2019), *Lập trình Python phần cơ bản*, Tài liệu phục vụ khóa học Lập trình Python cơ bản, Trung tâm Tin học, Đại học Khoa học tự nhiên Thành phố Hồ Chí Minh.
- [12] Nguyễn An Tê, (2022), *Mathematics and Statistics for data science*, Tài liệu phục vụ khóa học Kiến thức Toán và thống kê dành cho ngành Khoa học dữ liệu, Trung tâm Tin học, Đại học Khoa học tự nhiên Thành phố Hồ Chí Minh.
- [13] Gilbert Strang, (2003), *Introduction to Linear Algebra*, 3rd Edition, Wellesley-Cambridge Press.
- [14] Steven, J. Leon, (1998), *Linear Algebra with Applications*, 5th Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458.
- [15] David, C. Lay, (1997), *Linear Algebra with Applications*, 3rd Edition, Addison - Wesley Publishing Company.

RESEARCH AND APPLICATION OF NUMPY LIBRARY IN TEACHING INTRODUCTION TO LINEAR ALGEBRA AT THUY LOI UNIVERSITY

Phạm Xuân Trung

Email: trungpx@tlu.edu.vn
Thuy Loi University
175 Tay Son, Dong Da, Hanoi, Vietnam

ABSTRACT: American universities have attempted to reform undergraduate linear algebra courses over the past three decades. The article presents an overview of the research results and practical implementation of the American expert team in developing recommendations, innovating the course content towards matrix which is oriented and encouraged to utilize technology in the first linear algebra course. The author has relied on the foundational studies of the Linear Algebra Curriculum Study Group (LACSG) and the project “Augment the Teaching of Linear Algebra through the use of Software Tools - ATLAST” to compare with the reality of teaching linear algebra at Thuy Loi University in particular and universities of engineering in Vietnam in general in the context of the reformed general education program. The article also presents the initial pedagogical experimental results of applying the NumPy library in Python programming language to teaching Introduction to linear algebra course at Thuy Loi University.

KEYWORDS: Curriculum, linear algebra, NumPy library, pedagogical experiments, Thuy Loi university.