

# DAY HỌC HÌNH HỌC XẠ ẢNH THEO ĐỊNH HƯỚNG TIẾP CẬN NĂNG LỰC NHẪM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI TOÁN HÌNH HỌC SƠ CẤP CHO SINH VIÊN SƯ PHẠM

TS. TRẦN VIỆT CƯỜNG\*

**Abstract:** Now learners' competence- based teaching has been applied broadly and deeply in schools including pedagogical colleges. In this article, we mentioned to teaching some parts of projective geometry as students' competence based approach in the direction of association with elementary geometry aiming to develop the pedagogical students' competence in problem-solving, to help students recognize the relationship between advanced math and elementary math at secondary schools.

**Keywords:** projective geometry, geometry primary student capacity.

Thực tế dạy học hiện nay cho thấy, nhiều sinh viên (SV) sư phạm khi học tập các môn *Hình học cao cấp* nói chung và *Hình học xạ ảnh* nói riêng chưa nắm được mối liên hệ giữa nội dung kiến thức này với nội dung của *Hình học sơ cấp*. Một phần nguyên nhân là do trong quá trình giảng dạy những học phần này, giảng viên (GV) mới chỉ tập trung vào vấn đề cung cấp nội dung kiến thức mà chưa giúp các em thấy được mối liên hệ với nội dung kiến thức hình học sơ cấp ở trường phổ thông. Bài viết đề cập dạy học môn *Hình học xạ ảnh* theo hướng gắn với hình học sơ cấp nhằm phát triển năng lực học tập cho SV.

## 1. Dạy học theo hướng tiếp cận năng lực người học

Năng lực bao gồm sự vận dụng tổng hợp các tri thức, kĩ năng và hành vi ứng xử trong thực hành. Dạy học theo hướng tiếp cận năng lực nghĩa là trong quá trình dạy học cần chú ý tới các vấn đề sau:

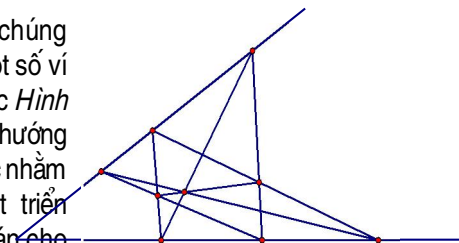
- Năng lực được thể hiện thông qua kết quả công việc, đạt được mục đích ở mức độ nào đó. Do đó, dạy học theo hướng tiếp cận năng lực cần quan tâm tới hoạt động học và kết quả hoạt động học của người học.

- Năng lực của người học là sự hợp thành giữa kiến thức, kĩ năng và thái độ. Do đó, dạy học theo hướng tiếp cận năng lực cần chú trọng trang bị kiến thức, kĩ năng, hình thành thái độ, hành vi ứng xử đúng đắn cho người học.

- Kết quả công việc thường là thước đo để đánh giá năng lực của mỗi cá nhân.

## 2. Một số ví dụ trong dạy học hình học xạ ảnh gắn với hình học sơ cấp nhằm phát triển năng lực cho SV sư phạm

Dưới đây, chúng tôi trình bày một số ví dụ trong dạy học *Hình học xạ ảnh* theo hướng tiếp cận năng lực nhằm góp phần phát triển năng lực giải toán cho SV sư phạm.



Hình 1

### 2.1. Định lí

**Paquyt:** Trong mặt phẳng  $P^2$ , cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$  cùng nằm trên đường thẳng  $\Delta$  và ba điểm phân biệt  $A', B', C'$  nằm trên đường thẳng  $b$  khác  $\Delta$ . Đặt  $M = AB' \cap BA'$ ,  $N = AC' \cap CA'$  và  $P = BC' \cap B'C$ . Khi đó, ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng (hình 1).

Sau khi tìm hiểu nội dung định lí Paquyt, GV hướng dẫn các em đặc biệt hóa đường thẳng  $\Delta$  trong định lí Paquyt bằng cách chọn một đường thẳng thích hợp trong mặt phẳng xạ ảnh làm đường vô tận, kết quả thu được các bài toán hình học sơ cấp tương ứng như sau:

- Trường hợp 1: chọn đường thẳng  $\Delta$  là đường thẳng MN thì:  $A^2 = P^2 \Delta$ ,  $BC' // B'C$ ,  $CA' // C'A$ .

**Bài toán 1:** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$  nằm trên đường thẳng  $a$  và ba điểm phân biệt  $A', B', C'$  nằm trên đường thẳng  $b$  khác  $a$ . Nếu  $BC' // B'C$  và  $CA' // C'A$  thì  $AB' // A'B$ .

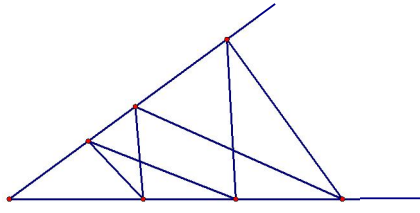
**Chứng minh:**

- Nếu  $a$  và  $b$  cắt nhau ( $a \cap b = I$ ) (hình 2):

\* Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên

Do  $BC \parallel B'C$ ,  
ta có: — — .

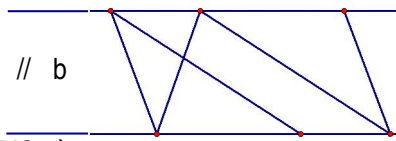
Suy ra:  
và



Hình 2

Chúng minh  
tương tự, ta được: và (với  
— —);

Hay:  
Do  $A \neq B$  nên  
 $AB \parallel A'B$ .  
- Nếu  $a \parallel b$   
(hình 3).



Hình 3

Từ:  $BC \parallel B'C$  và  
 $d \parallel d'$ , suy ra  $BC =$   
 $B'C$  và  $CA = A'C$ .

Do đó:  
Vì  $A \neq B$  nên  $AB \parallel A'B$ .

- Trường hợp 2: chọn  $\Delta$  là đường thẳng  $CC'$ . Gọi  
 $l$  là giao điểm của hai đường thẳng  $a$  và  $b$  thì  $A^2 =$   
 $P^2 \Delta$ . Khi đó:  $IB \parallel B'N$ ,  $AP \parallel IB'$ ,  $BN \parallel IB$  và  $IA \parallel A'P$ . Vậy,  
 $IBNB'$  và  $IAPA'$  là các hình bình hành.

Bài toán 2: Cho hai hình bình hành  $IBNB'$  và  
 $IAPA'$ , với  $A, A'$  tương ứng thuộc  $IB, IB'$ . Gọi  $M$  là giao  
điểm của  $AB'$  với  $BA'$ . Chứng minh  $M, N, P$  thẳng  
hàng.

Chứng minh: Vì  $l, A, B$  thẳng hàng;  $l', A', B'$  thẳng  
hàng và  $M = AB' \cap BA'$  nên  $M, B', A$  và  $M, B, A'$  cũng  
là các bộ 3 điểm thẳng hàng (hình 4). Suy ra:

Từ ta có:

$$\text{Do đó: } \overline{IM} = \alpha \overline{IB'} + (1-\alpha) \overline{IA} \Leftrightarrow \overline{IM} = \alpha k \overline{IA'} + (1-\alpha) \overline{IA} \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: , suy ra} \quad (2)$$

Vì không cộng tuyến nên biểu diễn qua  
là duy nhất. Từ (1) và (2), ta có:

$$\quad (3)$$

Thay (3) vào (1):

$$\Leftrightarrow \overline{IM} = \frac{1-t}{1-kt} k \overline{IA'} + \left( \frac{t(1-k)}{1-kt} \right) \overline{IA} \quad (4)$$

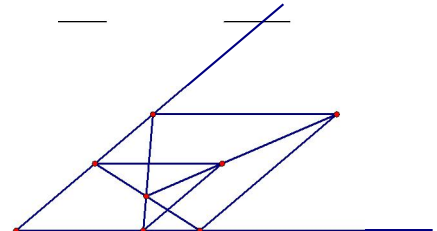
Mặt khác: (5) và  
(6).

Từ (5) và (6), ta được:

Từ (4) và (6):

$$=$$

Do đó:  
hay  
với

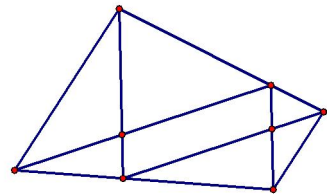


Hình 4

Vậy, ba điểm  $M, N$  và  $P$  thẳng hàng.

- Trường hợp 3: Với cách chọn đường thẳng  $\Delta$  là  
đường thẳng  $AC'$  thì từ  $A^2 = P^2 \Delta$ , ta có  $BCMB'$  và  
 $BNA'B'$  là các hình thang.

Bài toán 3: Cho  
tứ giác  $BCB'A'$  ( $BC$   
không song song  
với  $A'B$ ). Qua  $B'$ , kẻ  
đường thẳng song  
song với  $BC$  và cắt  
 $BA'$  tại  $M$ , qua  $B$  kẻ  
đường thẳng song  
song với  $A'B'$  và cắt  
 $CB'$  tại  $N$ . Chứng  
minh  $MN \parallel A'C$  (hình 5).



Hình 5

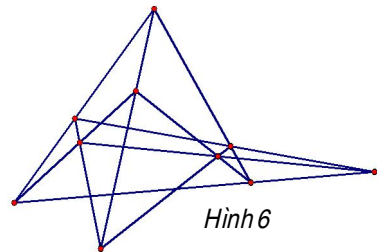
Tương tự, với các cách chọn đường thẳng vô tận  
như trên, SV hoàn toàn có thể sáng tạo ra nhiều bài  
toán mới gắn với nội dung hình học sơ cấp.

**2.2. Định lý Desargues thứ nhất.** Trong mặt  
phẳng xạ ảnh  $P^2$  cho sáu điểm phân biệt  $A, B, C,$   
 $A', B', C'$ ,  
trong đó

không có ba  
điểm nào  
thẳng hàng.

Nếu các  
đường thẳng  
 $AA', BB', CC'$   
đồng quy thì  
các giao điểm

của các cặp đường thẳng  $AB$  và  $A'B', BC$  và  $B'C', CA$   
và  $C'A'$  thẳng hàng (hình 6).



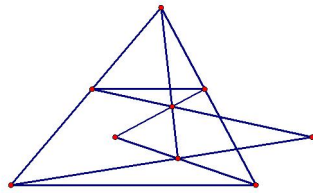
Hình 6

Sau khi SV tìm hiểu nội dung định lí Desargues thứ nhất trong hình học xạ ảnh, GV hướng dẫn các em tiến hành đặc biệt hóa đường thẳng  $\Delta$ . Bằng cách chọn một đường thẳng thích hợp trong mặt phẳng xạ ảnh làm đường vô tận, ta thu được các bài toán hình học sơ cấp tương ứng như sau:

- *Trường hợp 1:* Với cách chọn  $\Delta$  là đường thẳng đi qua điểm S là giao điểm của các đường thẳng  $AA', BB', CC'$ , không đi qua các điểm  $A, B, C, A', B', C'$ , ta có trong  $A^2 = P^2\Delta$ , các đường thẳng  $AA', BB', CC'$  đôi một song song nên  $AA'B'B, AA'C'C$  là các hình thang.

*Bài toán 1:* Cho hình thang  $AA'C'C$  có hai cạnh đáy là  $AA', CC'$ , đường thẳng  $a$  song song với cạnh đáy của hình thang. Gọi  $B, B'$  là các điểm trên đường thẳng  $a$  sao cho trong sáu điểm  $A, B, C, A', B', C'$  không có ba điểm nào thẳng hàng. Các cặp đường thẳng  $AB$  và  $A'B', BC$  và  $B'C', AC$  và  $A'C'$  cắt nhau lần lượt tại  $P, Q, R$ . Chứng minh rằng  $P, Q, R$  là ba điểm thẳng hàng.

*Chứng minh:* Do  $AA' // BB' // CC'$  nên theo định lí Thalet ta có (hình 7):



Hình 7

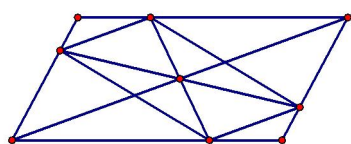
— — — — —

Suy ra: ————— .

Áp dụng định lí Menelaus cho  $\Delta ABC$ , suy ra  $P, Q, R$  là ba điểm thẳng hàng.

- *Trường hợp 2:* Với cách chọn  $\Delta$  là đường thẳng  $AA'$  thì trong  $A^2 = P^2\Delta$ , các cặp đường thẳng  $B'R_1$  và  $C'R_2, BR_1$  và  $RR_1, BB'$  và  $CC'$  song song với nhau nên  $RR_1PR_2$  là hình bình hành (với  $R_1$  là giao của  $A'B'$  với  $CR$ ,  $R_2$  là giao của  $BP$  với  $C'R$  và  $BB'CC'$  là hình thang nội tiếp hình bình hành đó).

*Bài toán 2:* Nếu hình thang  $BB'CC'$  có đáy là  $BB'$  và  $CC'$  nội tiếp hình bình hành  $RR_1PR_2$ , thì các điểm  $R, P$  và giao điểm  $Q$  của  $C'B'$  với  $CB$  là ba điểm thẳng hàng (hình 8).



Hình 8

- *Trường hợp 3:* Với cách chọn  $\Delta$  là đường thẳng không đi qua

bất kì điểm nào của bài toán thì trong  $A^2 = P^2\Delta$ , các dữ kiện của bài toán được giữ nguyên.

*Bài toán 3:* Cho hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  phân biệt. Nếu các đường thẳng  $AA', BB', CC'$  đồng quy thì giao điểm của các cặp đường thẳng  $AB$  và  $A'B', BC$  và  $B'C', CA$  và  $C'A'$  thẳng hàng.

Tương tự, với các cách chọn đường thẳng vô tận như trên, SV hoàn toàn sáng tạo ra nhiều bài toán khác gắn với nội dung hình học sơ cấp. Với những bài toán khác trong hình học xạ ảnh, chẳng hạn: định lí Menelaus, định lí Ceva, Định lí Pascal... GV có thể giúp SV sáng tạo ra nhiều bài toán hình học sơ cấp khác bằng cách chọn những vị trí đặc biệt của đường thẳng vô tận.

\*\*\*

GV sau khi hướng dẫn SV tìm hiểu nội dung các định lí trong hình học xạ ảnh, cần tổ chức đặc biệt hóa bài toán bằng cách chọn một đường thẳng thích hợp làm đường vô tận để thu được các bài toán hình học sơ cấp tương ứng nhằm giúp các em không những nắm vững kiến thức mà còn phát triển năng lực giải toán.

Do vậy, GV giảng dạy các học phần *Hình học cao cấp* cần dành một lượng thời gian thích hợp để phân tích, giải thích cho SV nắm được mối quan hệ giữa nội dung kiến thức của *Hình học cao cấp* với kiến thức *Hình học sơ cấp* ở chương trình phổ thông, góp phần nâng cao hiệu quả dạy học môn *Toán* ở trường phổ thông. □

#### Tài liệu tham khảo

1. Văn Như Cương. **Hình học xạ ảnh**. NXB Giáo dục, H. 1999.
2. Trần Việt Cường - Nguyễn Danh Nam. **Giáo trình Hình học sơ cấp**. NXB Giáo dục Việt Nam, H. 2013.
3. Trần Việt Cường - Nguyễn Danh Nam. **Giáo trình Bài tập Hình học sơ cấp**. NXB Giáo dục Việt Nam, H. 2013.
4. Phạm Bình Đô. **Bài tập hình học xạ ảnh**. NXB Đại học Sư phạm, H. 2003.
5. Bùi Gia Hiếu - Nguyễn Tiến Trung. *Dạy học bất đẳng thức ở lớp 10 trung học phổ thông theo hướng tiếp cận năng lực*. Kỷ yếu Hội thảo khoa học Phát triển năng lực nghề nghiệp giáo viên toán phổ thông Việt Nam. NXB Đại học Sư phạm, H. 2015.
6. Nguyễn Mộng Hy. **Bài tập hình học cao cấp**. NXB Giáo dục, H. 2003.