DẠY HỌC PHÁT HIỆN VÀ GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TRONG DẠY HỌC GIẢI BÀI TẬP TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

TRẦN QUANG ĐÔNG*

Ngày nhận bài: 22/10/2016; ngày sửa chữa: 23/11/2016; ngày duyệt đăng: 23/11/2016

Abstract: *Problems solving is the mordern teaching method that helps students identify problems then explore information and create ideas. By solving mathematics problems themselves, students gain knowledge, train skills and self-learning. In this article, author mentions application of this teaching method in solving mathematics problems with aim to develop creativity of students and improve learning quality for them.*

Keywords: *Math exercises, problem solving, teacher, students.*

1. Vận dụng dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề (DHPH&GQVĐ) trong dạy học môn *Toán* ở trường trung học cần tổ chức cho học sinh (HS) luôn đứng trước những tình huống có vấn đề, phải tìm tòi để phát hiện vấn đề và sáng tạo ra cách thức giải quyết vấn đề đó (tự rút ra công thức, chứng minh định lí, tìm cách ghi nhớ các kiến thức cần lĩnh hội; tìm ra thuật toán giải các bài toán điển hình, tìm cách giải hay và gọn,...). Kết quả là HS lĩnh hội được kiến thức, kĩ năng, kĩ xảo mới, đồng thời biết cách tự khám phá tri thức.

Khi vận dụng DHPH&GQVĐ trong dạy học môn *Toán*, cần chú ý khai thác những khía cạnh như: - Trong dạy học khái niệm, có hai con đường để hình thành khái niệm, đó là *quy nạp* và *suy diễn*. Nhìn chung, người ta thường phối hợp cả hai con đường này trong quá trình hình thành khái niệm cho HS; - Trong dạy học định lí, có hai con đường để tiếp cận định lí là *suy diễn* và *suy đoán*; - Trong dạy học giải bài tập toán, cần chú trọng cả hai mặt là *suy diễn* và *suy lí* (còn gọi là *dạy chứng minh* và *dạy tìm tòi*). Giáo viên (GV) cần rèn luyện cho HS các thao tác tư duy cơ bản, như: tương tự hóa, đặc biệt hóa, khái quát hóa, tổng quát hóa.

2. Vận dụng phương pháp DHPH&GQVĐ trong dạy học giải bài tập toán có sử dụng phương pháp đạo hàm

Bài toán: Tính đạo hàm của hàm số: $y = \frac{(x^2+x+1)^4}{(x^2+1)^3}$

Đặt: $u = (x^2 + x + 1)^4$; $v = (x^2 + 1)^3$.

Nếu áp dụng công thức tính đạo hàm của một thương, kết quả thu được sẽ khá phức tạp. HS cần tìm cách tính khác ngắn gọn hơn.

Hướng dẫn: GV hướng dẫn cho HS để tính đạo hàm, logarit (cơ số e) cả 2 vế:

Ta có: $\ln y = \ln\frac{(x^2+x+1)^4}{(x^2+1)^3} = \ln(x^2 + x + 1)^4 - \ln(x^2 + 1)^3$

Suy ra: $\ln y = 4.\ln(x^2 + x + 1) - 3.\ln(x^2 + 1)$.

Áp dụng công thức (ln| |)' = —; $u \neq 0$. Lấy đạo hàm 2 vế, ta có:

$$\frac{y'}{y} = 4.\frac{(x^2+x+1)'}{(x^2+x+1)} - 3.\frac{(x^2+1)'}{(x^2+1)}$$

$$= 4.\frac{2x+1}{x^2+x+1} - 3.\frac{2x}{x^2+1} = u(x)$$

Từ đó: $y' = y.u(x) = \frac{(x^2+x+1)^4}{(x^2+1)^3}.\left[4\frac{2x+1}{x^2+x+1} - 3.\frac{2x}{x^2+1}\right]$

$$= \frac{(x^2+x+1)^4}{(x^2+1)^3}.\left[\frac{4.(2x+1).(x^2+1) - 6x(x^2+x+1)}{(x^2+x+1).(x^2+1)}\right]$$

$$= \frac{x^2+x+1)^3}{(x^2+1)^4}.(8x^3 + 8x + 4x^2 + 4 - 6x^3 - 6x^2 - 6x)$$

$$= \frac{(x^2+x+1)^3}{(x^2+1)^4}.(2x^3 - 2x^2 + 2x + 4) = 2\frac{(x^2+x+1)^3}{(x^2+1)^4}.(x^3 - x^2 + x + 2)$$

Củng cố kiến thức: GV cho HS giải các bài tập sau: Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{(x+2)^2}{(x+1)^3(x+3)^4}$

b) $y = \sqrt[3]{x^2}.\frac{1-x}{1+x^2}.\sin^3 x.\cos^2 x$

Phương pháp tính đạo hàm theo cách trên gọi là phương pháp đạo hàm logarit.

Việc dùng đạo hàm logarit để tính đạo hàm đôi khi có thể khiến phép tính thực hiện dễ dàng hơn và được dựa trên các tính chất sau:

Tính chất 1: Đạo hàm logarit của một tích bằng tổng các đạo hàm logarit của các nhân tử: y = u.v.w

$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{u'}{u} + \frac{v'}{v} + \frac{w'}{w}$ (1).

*** Trường Cao đẳng Xây dựng số 1**

Chứng minh: Thật vậy, với y = u.v.w, ta có: |y| = |u|.|v|.|w|. Vậy: ln|y| = ln|u| + ln|v| + ln|w|.

Lấy đạo hàm 2 vế, ta được: $\frac{y'}{y} = \frac{u'}{u} + \frac{v'}{v} + \frac{w'}{w}$

Từ đẳng thức (1), nhân hai vế với y = u.v.w, thu được:

y' = $\frac{u'}{u}.u.v.w$ + $\frac{v'}{v}$.u.v.w + $\frac{w'}{w}$.u.v.w

= u'.v.w + u.v'.w + u.v.w'

Tính chất 2: Đạo hàm logarit của một thương bằng đạo hàm logarit của tử thức trừ đi đạo hàm logarit của mẫu thức: y = $\frac{u}{v} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{u'}{u} - \frac{v'}{v} (2)$

Chứng minh: Thật vậy, nếu y $\frac{u}{v}$ = thì |y| = $\frac{|u|}{|v|}$.

Lấy logarit 2 vế (cơ số e): ln|y| = ln|u| - ln|v|.

Lấy đạo hàm 2 vế, ta có: $\frac{y'}{y} = \frac{u'}{u} - \frac{v'}{v}$

Trong công thức này không yêu cầu u $\neq 0$ mà chỉ cần giả thiết v $\neq 0$.

Từ đẳng thức (2), nhân cả 2 vế với y = $\frac{u}{v}$; v $\neq 0$, ta có:

y' = $\frac{u'}{u}.\frac{u}{v} - \frac{v'}{v}.\frac{u}{v} = \frac{u'}{v} - \frac{v'.u}{v^2} = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}$, trùng với công thức tính đạo hàm của một thương.

Tính chất 3: Đạo hàm logarit của hàm số y = u^v (0 < u $\neq$ 1):

y = $u^v \to \frac{y'}{y}$ = v'.ln u + v.$\frac{u'}{u}$ (3)

Chứng minh: Vì y > 0 nên |y| = y = u^v.

Lấy logarit 2 vế (cơ số e): ln|y| = v.lnu, suy ra: $\frac{y'}{y}$= v'.lnu + v.$\frac{u'}{u}$

Hay: y' = y.[v'.lnu + v.$\frac{u'}{u}$].

- Xét trường hợp đặc biệt, hàm số y = (1 + $\frac{1}{x}$)^x, có tập xác định: 1 + $\frac{1}{x}$ > 0 $\Leftrightarrow \frac{x+1}{x} > 0 \Rightarrow$ x < - 1 hoặc x > 0.

Ta có: y = (1 + $\frac{1}{x}$)^x = $e^{x.\ln(1+\frac{1}{x})}$. Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm số

y = e^u: y' = $e^{x.\ln(1+\frac{1}{x})}.\left[\ln(1+\frac{1}{x}) + x.\frac{1}{1+\frac{1}{x}}.(-\frac{1}{x^2})\right]$ =

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\left(\ln(1+\frac{1}{x}) - \frac{1}{x+1}\right)$$

Lấy logarit 2 vế (cơ số e), thu được: lny = x.[ln(x + 1) - lnx]

Lấy đạo hàm 2 vế, suy ra:

$$\frac{y'}{y} = [\ln(x+1) - \ln x] + x\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}\right) = \ln\frac{x+1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

Vậy: y' = $\left(1+\frac{1}{x}\right)^x.\left(\ln\frac{x+1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)$.

Áp dụng: Tính đạo hàm của hàm số y = $(\cos x)^{\sin x}$

Hướng dẫn: Áp dụng công thức (3). Tập xác định: Hàm số xác định với những giá trị của x sao cho cosx > 0.

Ta có: lny = sinx.ln(cosx); $\frac{y'}{y} = \cos x.\ln(\cos x) + \sin x.\frac{(-\sin x)}{\cos x}$

= $\frac{\cos^2 x.\ln(\cos x) - \sin^2 x}{\cos x}$

Vậy: y' = $(\cos x)^{\sin x}$. $\frac{\cos^2 x.\ln(\cos x) - \sin^2 x}{\cos x}$

HS thường gặp khó khăn khi tính đạo hàm của các hàm số có dạng tích (hay thương) với nhiều nhân tử hoặc hàm số "lũy thừa - mũ" y = $[f(x)]^{g(x)}$ (gọi tắt: dạng y = u^v). Do vậy, GV cần dẫn dắt cho các em có thể giải các bài toán dựa vào phương pháp sử dụng đạo hàm. Việc vận dụng các công thức đó được xuất phát từ công thức tính đạo hàm y = ln|u| $\to$ y' = $\frac{u'}{u}$ và các định lí về logarit HS đã được học.

Từ các công thức tính đạo hàm, có thể đưa được về các công thức tính đạo hàm của tích, thương.

3. Trong quá trình xử lí các bài toán trên, GV tổ chức việc thực hiện giải bài tập toán sao cho các em luôn đứng trước những tình huống có vấn đề, tìm tòi, sáng tạo các cách thức giải quyết vấn đề (tự rút ra công thức, chứng minh định lí, ghi nhớ kiến thức đã lĩnh hội, tìm thuật toán để giải các bài toán điển hình, tìm cách giải hay, gọn). GV có vai trò tạo ra những

(Xem tiếp trang 169)

Tiêu biểu cho nhân vật đám đông ấy là những đồng nghiệp của bác Akaki trong truyện - những người luôn coi thường bác, đưa bác ra làm một công cụ, một đối tượng để tiêu khiển: "*bọn gác cổng, lúc bác đi qua chẳng những không đứng dậy mà còn không buồn nhìn đến bác, hình như đấy chỉ là con ruồi bay ngang qua phòng tiếp khách. Các ông chánh phó thì đối xử với bác lạnh lùng và độc đoán*" [1; tr 155]. Trước mặt bác người ta kể đủ thứ chuyện bịa đặt, họ nhạo báng quá quắt, họ vây quanh bác đòi bác phải ăn mừng chiếc áo mới. Những người đồng nghiệp kia không bao giờ thấy được sự khổ cực mà bác phải chịu để có được chiếc áo mới. Họ thờ ơ với xung quanh, thờ ơ với chính bản thân. Sống trong cộng đồng những kẻ nhẫn tâm ấy khiến Akaki trở nên nhu nhược, cam chịu thảm hại hơn.

Trong bữa tiệc khao áo do một ông phó văn phòng nào đó đứng ra tổ chức thay cho Akaki với lí do "*tỏ ra ta đây không hề lên mặt với ai mà chơi thân với cả cấp dưới*" [1; tr 179]. Bác đến sau cùng và khi tan tiệc là người về muộn nhất. Chiếc áo của bác không còn trên giá nữa, bác hoảng hồn khi thấy chiếc áo rơi xuống đất. Đồng nghiệp lần lượt lấy áo của họ đi, họ không thèm nhặt áo lên treo lại cho bác, để nó nằm bất động dưới chân như một cái giẻ lau. Sự thờ ơ, vô tâm của những người đồng nghiệp được đẩy tới đỉnh điểm sau khi Akaki chết. Cái chết ấy không đem lại sự buồn bã cho họ, mà ngược lại, cái chết ấy đã tạo cho kẻ khác có được một công việc mới.

3. Kết luận

Dù chỉ là một vài nét phác họa đơn giản nhưng Gogol đã để lại trong lòng người đọc ấn tượng sâu sắc - một nỗi ám ảnh lớn lao về những con người sống một cuộc đời vô hồn, vô danh. Toàn bộ cuộc đời người viên chức Akaki toát lên tiếng cười nhưng nó là tiếng cười chua xót, thương cảm cho thân phận nhỏ bé, thấp hèn của bác. Họ không chỉ bị áp bức, đè nén bởi những thế lực quan trọng trong xã hội mà còn bị chính tính nhu nhược, nô lệ của mình làm cho trở nên nhỏ bé, thấp hèn. Cái nhìn yêu thương, đồng cảm của nhà văn luôn ẩn sau giọng trào lộng, hài hước đó. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Nhiều tác giả (2001). *Lịch sử văn học Nga*. NXB Giáo dục.
[2] N.Gogol (1993). *Bức chân dung* (Văn Hoàng - Phạm Thủy Ba dịch). NXB Văn học.
[3] Nguyễn Hiến Lê (2000). *Gogol (1809 - 1852)*. NXB Văn nghệ TP. Hồ Chí Minh.
[4] Nhiều tác giả (2002). *Lí luận văn học*. NXB Giáo dục.
[5] Phạm Vĩnh Cư. *Gogol - Thử cảm nhận một thế giới nghệ thuật*. Tạp chí Văn học Nghệ thuật, số 05/2002.

Dạy học phát hiện và giải quyết...

(Tiếp theo trang 175)

tình huống có vấn đề, tích cực hóa hoạt động nhận thức của HS trong học tập. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Trần Văn Hạo (tổng chủ biên) (2011). *Giải tích 11*. NXB Giáo dục Việt Nam.
[2] Polya.G (1995). *Toán học và những suy luận có lí*. NXB Giáo dục.
[3] Polya.G (1997). *Sáng tạo toán học* (người dịch: Nguyễn Sĩ Tuyển - Phạm Tất Đắc - Hồ Thuần - Nguyễn Giản). NXB Giáo dục.
[4] Phạm Văn Hoàn (chủ biên) - Nguyễn Gia Cốc - Trần Thúc Trình (1981). *Giáo dục học môn Toán*. NXB Giáo dục.
[5] Kharlamop.I.F (1978). *Phát huy tính tích cực của học sinh như thế nào*. NXB Giáo dục.
[6] Nguyễn Bá Kim (1999). *Về định hướng đổi mới phương pháp dạy học*. Tạp chí Nghiên cứu giáo dục, số chuyên đề 332 (quý 1/1999), tr 4-5.

Xây dựng các tình huống...

(Tiếp theo trang 180)

[2] Phạm Văn Hoàn (chủ biên) - Nguyễn Gia Cốc - Trần Thúc Trình (1981). *Giáo dục học môn Toán*. NXB Giáo dục.
[3] Kharlamop.I.F (1978). *Phát huy tính tích cực của học sinh như thế nào*. NXB Giáo dục.
[4] O.kon.V (1976). *Những cơ sở của việc dạy học nêu vấn đề* (sách bồi dưỡng giáo viên). NXB Giáo dục.
[5] Nguyễn Bá Kim - Vũ Dương Thụy (1992). *Phương pháp dạy môn Toán* (Phần đại cương). NXB Giáo dục.
[6] Nguyễn Bá Kim - Đinh Nho Chương - Nguyễn Mạnh Cảng - Vũ Dương Thụy - Nguyễn Văn Thường (1994). *Phương pháp dạy học môn Toán (phần II)- Dạy học những nội dung cơ bản*. NXB Giáo dục.
[7] Nguyễn Bá Kim (1997). *Học tập trong hoạt động và bằng hoạt động* (sách bồi dưỡng thường xuyên - chu kì 1997-2000). NXB Giáo dục.
[8] Lerner.I.A (1977). *Dạy học nêu vấn đề* (Phạm Tất Đắc dịch). NXB Giáo dục.