RÈN LUYỆN MỘT SỐ KĨ NĂNG SIÊU NHẬN THỨC NHẰM BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC PHÁT HIỆN VÀ GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

HOÀNG XUÂN BÍNH*

Ngày nhận bài: 21/11/2016; ngày sửa chữa: 21/11/2016; ngày duyệt đăng: 22/11/2016.

***Abstract**: Metacognitive skills play an important role in promoting self-awareness of problem solving as well as learning competence of students. Thus, these skills help learners adjust, control competency of assessment and self-assessment, then promote problem soliving ability. These skills are necessary for teaching, especially for teaching Mathematics at high school, which requires students to identity and solve Mathematics problems at advanced level.*

***Keywords**: Metacognitive skills, problem solving, high school.*

Trong dạy học Toán, khi giải một bài toán (BT) khó thì việc tìm hướng giải là một trở ngại với học sinh (HS). Vậy, để giúp HS tự tìm ra hướng giải BT, giáo viên (GV) cần trang bị cho HS kĩ năng tìm tòi và phát hiện vấn đề, sau đó giải quyết vấn đề (GQVĐ) đó. "Siêu nhận thức" (metacognition) (SNT) được hiểu là "tư duy về tư duy" (thinking about thinking) hoặc "nhận thức về nhận thức", là khả năng kiểm soát quá trình suy nghĩ của cá nhân, đặc biệt là nhận thức về việc lựa chọn và sử dụng các chiến lược giải toán. SNT là tự phân tích quá trình suy nghĩ của một người nào đó khi GQVĐ, gồm ba thành phần chính, đó là: lập kế hoạch cho mục tiêu; giám sát, điều chỉnh trong quá trình GQVĐ; tự đánh giá quá trình GQVĐ. Mỗi thành tố này là một kĩ năng SNT.

Việc nghiên cứu và bồi dưỡng một số kĩ năng SNT cho HS là một xu hướng dạy học mới đang được các nước trên thế giới chú trọng. Ở nước ta, việc nghiên cứu và rèn luyện một số kĩ năng SNT nhằm bồi dưỡng năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề (PH&GQVĐ) cho HS trong dạy học Toán ở trường trung học phổ thông (THPT) chưa được quan tâm đúng mức, mới chỉ dừng ở mức có một số công trình nghiên cứu có đề cập cách thức điều khiển quá trình học tập, lĩnh hội kiến thức của HS theo hướng phát huy tính sáng tạo.

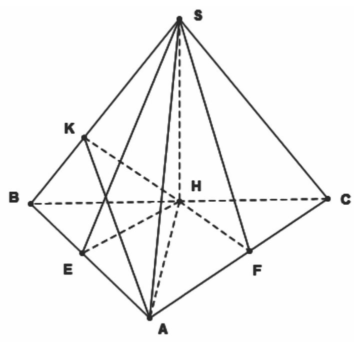
Bài viết tập trung nghiên cứu nhằm làm sáng tỏ một số kĩ năng SNT nhằm bồi dưỡng năng lực PH&GQVĐ cho HS trong dạy học môn *Toán* ở trường THPT.

1. Kĩ năng lập kế hoạch cho mục tiêu

Trước khi giải một BT, HS cần chỉ ra được kế hoạch - các bước giải BT đó như thế nào?; BT thuộc dạng toán, tương tự BT nào đã biết?; Phương pháp giải BT là gì?; Phát hiện ra những yếu tố đặc biệt của BT, những kiến thức liên quan để giải BT. Giả thiết và kết luận của BT có mối liên hệ gì với nhau? Ngoài ra, HS cần mô hình hóa BT để tìm hướng giải, hoặc chuyển đổi ngôn ngữ, quy lạ về quen...; từ đó, chọn lựa đưa ra cách giải tối ưu nhất.

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABC, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, với AB = a, các mặt bên là các tam giác cân tại đỉnh S. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng tạo với mặt phẳng đáy góc 60^0. Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC).

Trước tiên, HS cần khai thác giả thiết của BT, sau đó lập kế hoạch giải BT (xem *hình 1*). HS dễ dàng nhận thấy: Vì $SA = SB = SC$ (do các mặt bên là các tam giác cân), suy ra đỉnh S cách đều các đỉnh A, B, C và S thuộc đường thẳng d đi qua tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, vuông góc với đáy.



Hình 1

Mặt khác, ΔABC vuông tại A nên trung điểm H của cạch BC là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Do đó: $H \in d$ và $SH \perp (ABC)$. Từ giả thiết đề bài cho hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng tạo

* Trường Đại học Nội vụ Hà Nội

với mặt phẳng đáy góc 60^0, tam giác ABC cân tại A, suy ra $AH \perp (SBC)$.

Để tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC), HS cần đưa ra được một số kết quả cơ bản của BT: Kẻ $HK \perp SB \Rightarrow AK \perp SB$ (định lí 3 đường vuông góc), suy ra $\widehat{((SAB),(SBC))} = \widehat{AKH}$.

HS suy luận và tính toán được: $AC = AB = a$, $HA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SH = HF\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tam giác SHB vuông tại H, có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HB^2} \Rightarrow KH = a\sqrt{\frac{3}{10}}$.

Tam giác AHK vuông tại H, có:

$$\Rightarrow \tan\widehat{AKH} = \frac{AH}{KH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{\frac{3}{10}}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

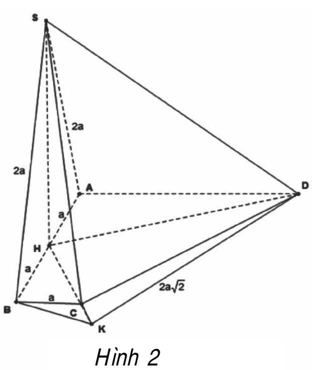
$$\Rightarrow \cos\widehat{AKH} = \sqrt{\frac{1}{\tan^2\widehat{AKH}+1}} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Để lập kế hoạch giải BT, HS cần tìm tòi, huy động những kiến thức liên quan, suy luận, phán đoán,... nhằm phát hiện ra vấn đề cơ bản, cốt lõi có liên quan đến cách giải BT; sau đó, chọn lựa hướng giải khả thi nhất và lập kế hoạch giải BT. Như vậy, kĩ năng lập kế hoạch giải BT đã góp phần bồi dưỡng năng lực PH&GQVĐ cho HS.

2. Kĩ năng giám sát và điều chỉnh

Trong quá trình thực hiện kế hoạch giải một BT, HS cần theo dõi, giám sát và điều chỉnh nhiệm vụ đang thực hiện xem có đúng với kế hoạch và tiến độ hay không, biết phát hiện ra những vấn đề cần điều chỉnh, bổ sung (chẳng hạn: tăng giảm thời gian cho phù hợp với từng giai đoạn hoặc thay đổi kế hoạch trong tình hình mới). HS cần phát hiện và sửa chữa sai lầm (giám sát và điều chỉnh), phát hiện và giải quyết khó khăn trong quá trình thực hiện; nỗ lực tìm những hướng giải quyết mới, độc đáo, sáng tạo hơn (điều chỉnh công việc) và phối hợp giữa các giải pháp cho phù hợp để GQVĐ. Chẳng hạn:

Ví dụ 2: Cho hình chóp *S.ABCD*, có đáy là hình thang vuông tại *A* và *B*, với *BC* là đáy nhỏ. Biết *SAB* là tam giác đều, có cạnh với độ dài bằng 2a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, khoảng cách từ *D* tới mặt phẳng (*SHC*) bằng $2a\sqrt{2}$ (với *H* là trung điểm *AB*). Hãy tính thể tích khối chóp theo *a*.



Hình 2

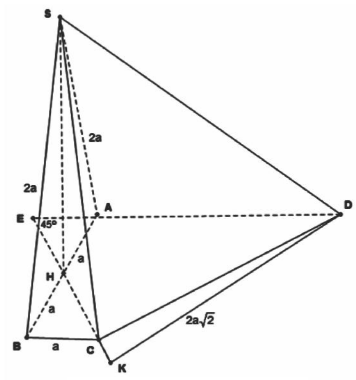
Từ giả thiết, suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ (xem *hình 2*). Theo định lí Pytago, ta có: $CH = \sqrt{SC^2 - SH^2} = a\sqrt{2}$.

Trong quá trình giải BT, HS cần giám sát để phát hiện sai lầm hoặc khó khăn nảy sinh. Khi đó, HS cần sửa chữa sai lầm hoặc tìm tòi phát hiện hướng giải khác.

Để tính diện tích mặt đáy của hình thang ABCD, HS có thể tính như sau:

$$S_{ABCD} = S_{\Delta HBC} + S_{\Delta HCD} + S_{\Delta HAD}$$

HS tính được $S_{\Delta HBC}$ và $S_{\Delta HCD}$, nhưng không tính được $S_{\Delta HAD}$. Đến đây, HS cần tìm hướng giải khác bằng cách phát hiện ra một số vấn đề mấu chốt của BT. Kéo dài AD và HC cắt nhau tại E, K là chân đường vuông góc từ D hạ xuống mặt phẳng (SHC), HS phát hiện được $EC = 2a\sqrt{2} = DK$ và tam giác EKD vuông cân tại K (xem *hình 3*).



Hình 3

Tiếp theo, HS cần phát hiện được mâu thuẫn sau: Tam giác EKD vuông cân tại K, suy $K \equiv C$. Khi đó, tam giác ECD vuông cân tại C, nên

$DE = CD\sqrt{2} = 2a\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 4a \Rightarrow AD = 3a.$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + DA)\cdot AB = 4a^2 \text{ (đvdt).}$$

Vậy, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}\cdot SH\cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3}{\sqrt{3}}$ (đvtt).

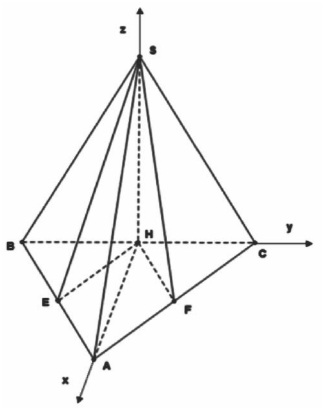
Trong quá trình GQVĐ, HS cần chú ý giám sát, điều chỉnh kế hoạch và nội dung cho phù hợp với tiến trình GQVĐ. Để làm được điều này, HS cần tìm vấn đề mấu chốt của BT cũng như những mâu thuẫn trong quá trình GQVĐ. Do vậy, kĩ năng giám sát và điều chỉnh nhằm bồi dưỡng cho HS khả năng PH&GQVĐ trong quá trình giải toán.

3. Kĩ năng tự đánh giá quá trình GQVĐ

Trong quá trình giải một BT, việc tự đánh giá sẽ giúp HS nhìn nhận lại các bước giải, từ đó phát hiện ra các vấn đề liên quan, như: những sai lầm và nguyên nhân dẫn đến sai lầm đó, khó khăn vướng mắc và rút ra bài học kinh nghiệm; phát hiện ra cách giải khác ngắn gọn, sáng tạo hơn, những kiến thức và kĩ năng thu được thông qua việc giải toán; khám phá những kiến thức cần được củng cố, rút kinh nghiệm trong quá trình lập và thực hiện kế hoạch. Tự đánh giá còn giúp HS phát hiện ra BT liên quan hoặc gắn với thực tế như thế nào? Nếu chưa biết cách giải, tự đánh giá sẽ giúp HS tìm ra nguyên nhân tại sao chưa tìm được cách giải BT.

Ở ví dụ 1, HS có thể tìm một cách giải khác, như: dựa vào kết quả $AH \perp (SBC)$, các em nghĩ đến phương pháp tọa độ trong không gian để giải BT.

Cụ thể: Chọn H làm gốc tọa độ, HA làm trục ox, HC làm trục oy, trục oz đi qua điểm H và S (xem *hình 4*)



Hình 4

Khi đó: $A(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0)$,

$B(0;-\frac{a\sqrt{2}}{2};0)$, $C(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0)$, $S(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{2})$ và

$$\overrightarrow{n_1} = \overrightarrow{n}_{(SAB)} = (-\frac{a^2\sqrt{6}}{4};\frac{a^2\sqrt{6}}{4};-\frac{a^2}{2}),$$

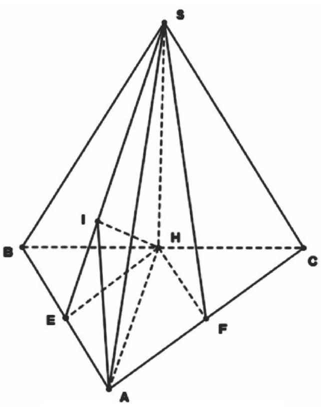
$$\overrightarrow{n_2} = \overrightarrow{n}_{(SBC)} = (\frac{a^2\sqrt{6}}{2};0;0)$$

$$\mathrm{Cos}\left(\widehat{(SAB),(SBC)}\right) = \mathrm{Cos}(\widehat{\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}}) = \frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

HS phát hiện được: $HI \perp SE \Rightarrow HI \perp (SAB)$ (xem *hình 5*).

Khi đó: $\left(\widehat{(SAB),(SBC)}\right) = \widehat{AHI}$, xét tam giác AHI, tính các cạnh HI, HA, AI, sau đó áp dụng định lí hàm số côsin sẽ tính được $\mathrm{Cos}\left(\widehat{(SAB),(SBC)}\right) = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

Tự đánh giá giúp HS biết nhìn nhận lại quá trình giải một BT, hệ thống hóa kiến thức, củng cố những



Hình 5

phần kiến thức còn chưa nắm vững; nắm kiến thức một cách có hệ thống và biết ứng dụng vào tình huống mới. Ngoài ra, còn giúp HS so sánh và rút ra kinh nghiệm học tập, điều chỉnh kế hoạch, chiến lược và quá trình thực hiện nhiệm vụ. Khi giải quyết một vấn đề, tất cả các giai đoạn được lồng ghép và tiến hành song song, phần kết thúc của giai đoạn này có thể sẽ là phần mở đầu cho giai đoạn khác.

* * *

Khả năng PH&GQVĐ là rất cần thiết đối với mỗi HS khi giải một BT nói riêng và trong quá trình học tập nói chung. SNT là suy nghĩ về những suy nghĩ, kĩ năng lập kế hoạch và lựa chọn chiến lược giải toán. Rèn luyện các kĩ năng SNT ở trên sẽ giúp HS có khả năng PH&GQVĐ hiệu quả hơn, có thể giám sát và thực hiện quá trình học tập của bản thân cũng như nhiều quá trình khác. Do đó, để cải thiện được khả năng PH&GQVĐ trong dạy học Toán đòi hỏi HS phải có kĩ năng SNT. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] G. Polya (1997). *Giải một bài toán như thế nào?*. NXB Giáo dục.
[2] Nguyễn Bá Kim (2004). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
[3] Hồ Thị Hương (2013). *Nghiên cứu lí thuyết siêu nhận thức và đề xuất khả năng ứng dụng trong giáo dục trung học*. Đề tài cấp Viện, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
[4] Brown A (1987). *Metacognition, executive control, self - regulation and other more mysterious mechanisms*. In F. E Weinert.
[5] Emily L.Lai (2011). *Metacognition: A Literature review*. Research report, Pearson.
[6] Flavell J.H (1976). *Metacognitive aspects of problem solving*. The nature of intelligence.
[7] Baker L (1989). *Metacognition, comprehension monitoring and the adult reader*. Educational psychology review.
[8] Flavell J.H (1979). *Metacognition and cognitive monitoring: a new area of cognitive developmental inquiry*. American psychology.