PHÂN BẬC HOẠT ĐỘNG KHI HƯỚNG DẪN SINH VIÊN GIẢI TOÁN TÌM GIỚI HẠN HÀM SỐ

ĐỖ THỊ THANH*

Ngày nhận bài: 27/09/2016; ngày sửa chữa: 02/11/2016; ngày duyệt đăng: 16/11/2016.

Abstract: *This article points out necessity of differentiated teaching in instructing students to solve mathematical problems of limits of functions. To illustrate for differentiated teaching, author provides some examples for preference.*

Keywords: *Differentiated teaching, solving, problems of limits of functions.*

1. Phân bậc hoạt động (PBHĐ) khi hướng dẫn sinh viên (SV) tìm giới hạn hàm số

1.1. Mô tả vắn tắt về PBHĐ. Để điều khiển quá trình dạy học đạt kết quả cao, người thầy cần xác định đúng mức độ, yêu cầu (mục tiêu) mà mỗi (hoặc là mỗi nhóm) người học cần đạt tới ở mỗi bước trung gian hay là ở mỗi bước cuối cùng của hoạt động. Đây chính là sự PBHĐ. Mức độ yêu cầu của hoạt động có thể là dài lâu (một mục, một chương, một kì, một năm,...) hay cũng có thể là ngắn (một tiết học, một hoạt động trong tiết học,...). Ở đây chỉ xét trong một vài tiết dạy; vì thế, việc xác định mức độ, yêu cầu (phân bậc) càng cụ thể, càng chi tiết thì chất lượng của hoạt động học của SV càng cao.

1.2. PBHĐ góp phần thực hiện nguyên tắc dạy học:

- PBHĐ trong dạy học giải bài tập nói chung và giải bài tập tìm giới hạn hàm số nói riêng sẽ giúp giảng viên (GV) kiểm tra, đánh giá mức độ hoàn thành nhiệm vụ và quá trình tiến bộ của SV được thuận lợi, chính xác.

- Giải bài tập *tìm giới hạn* là một trong những nhiệm vụ học tập mà nhiều SV phải tiến hành ngay từ những tuần học đầu tiên ở các trường cao đẳng, đại học. Khi đó, kiến thức - kĩ năng về tìm giới hạn hàm số của SV có sự chênh lệch khá lớn. Nếu GV chỉ chú trọng giao cho SV các bài tập dễ thì không những gây buồn tẻ, ức chế cho SV khá mà còn không đạt được mục tiêu dạy học. Ngược lại, nếu GV chỉ chú trọng giao cho SV các bài tập khó thì không phát huy được tính tích cực, chủ động của SV có học lực trung bình hoặc yếu. Vì vậy, GV cần (và có thể) chủ động giao nhiệm vụ cho SV qua hệ thống các hoạt động (giải bài tập tìm giới hạn hàm số) đã được phân bậc tức là đã thực hiện các nguyên tắc dạy học: *đảm bảo sự thống nhất giữa tính vừa sức và yêu cầu phát triển; đảm bảo sự thống nhất giữa cụ thể và trừu tượng; đảm bảo sự thống nhất giữa đồng loạt và phân hóa.*

1.3. Đặc điểm các bài tập tìm giới hạn hàm số đòi hỏi cần PBHĐ. Nội dung bài tập tìm giới hạn hàm số mà SV cần hoàn thành có đặc điểm: - Mức độ phức tạp khác nhau; - Mức độ trừu tượng, khái quát khác nhau; - Mức độ phức hợp khác nhau. Vì vậy, PBHĐ trong dạy học giải bài tập tìm giới hạn hàm số sẽ là một hướng quan trọng giúp GV và SV hoàn thành mục tiêu dạy học.

Kinh nghiệm dạy học cho thấy, nội dung các bài tập tìm giới hạn hàm số mà SV cần hoàn thành rất đa dạng, phong phú nhưng có những đặc điểm chung: mức độ phức tạp khác nhau; mức độ trừu tượng, khái quát khác nhau... Vì vậy, PBHĐ trong dạy học giải bài tập tìm giới hạn sẽ là một hướng quan trọng giúp GV và SV hoàn thành mục tiêu dạy học.

Theo Nguyễn Bá Kim, cần phối hợp nhiều phương diện làm căn cứ khi PBHĐ, chẳng hạn theo bảng sau:

Bậc	Căn cứ PBHĐ		Ví dụ
	Đặc điểm của đối tượng	Đặc điểm của hoạt động	
1	Bài toán đơn giản	Nội dung hoạt động chưa nhiều	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-4x+3}{x-1}$
2	Bài toán hơi phức tạp	Nội dung hoạt động hơi nhiều	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-4x^2+3}{x-1}$
3	Bài toán khá phức tạp	Nội dung hoạt động khá nhiều	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}$
4	Bài toán phức tạp	Nội dung hoạt động nhiều, có chất lượng khá cao	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{7x^2+1}-2}{x-1}$
5	Bài toán rất phức tạp	Nội dung hoạt động nhiều. Tính chất hoạt động phức hợp. Chất lượng hoạt động khá cao	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}}{x-1}$
6	Bài toán cực kì phức tạp	Nội dung hoạt động nhiều. Tính chất hoạt động phức hợp. Chất lượng hoạt động cao	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$

*** Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội**

2. Ví dụ minh họa

GV có thể PBHĐ và yêu cầu SV (tự học độc lập hoặc theo nhóm) với hệ thống bài tập như sau:

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-4x+3}{x-1}$ (bậc 1)

Lời giải mong đợi:

Cách 1 - Phân tích thành tích:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-4x+3}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-3)}{x-1}=-2$$

Cách 2 - Quy tắc L'Hospital:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-4x+3}{x-1}=\lim_{x\to 1}(2x-4)=-2$$

Cách 3 - Sử dụng định nghĩa đạo hàm:

Đặt $f(x)=x^2-4x+3\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-4x+3}{x-1}=f'(1)=-2$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-4x^2+3}{x-1}$ (bậc 2)

Lời giải mong đợi:

Cách 1: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-4x^2+3}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x^2-3x-3)}{x-1}=-5$

Cách 2: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-4x^2+3}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(3x^2-8x)=-5$

Cách 3: Đặt $f(x)=x^3-4x^2+3\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-4x+3}{x-1}=f'(1)=-5$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}$ (bậc 3)

Lời giải mong đợi hoặc có thể là:

Cách 1 - Nhân liên hợp:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)(x+1)}{(x-1)\left(\sqrt{3x^2+1}+2\right)}=\frac{3}{2}$$

Cách 2 - Quy tắc L'Hospital:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{3x}{\sqrt{3x^2+1}}=\frac{3}{2}$$

Cách 3 - Sử dụng định nghĩa đạo hàm:

Đặt $f(x)=\sqrt{3x^2+1}-2\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}=f'(1)=\dfrac{3}{2}$

Cách 4 - Khai triển Taylor tại điểm x = 1:

$$f(x)=\sqrt{3x^2+1}=2+\frac{3}{2}(x-1)+O(x-1)^2\Rightarrow$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}=\frac{3}{2}$$

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{7x^2+1}-2}{x-1}$ (bậc 4)

Lời giải mong đợi hoặc có thể là:

Cách 1: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{7x^2+1}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{7(x-1)(x+1)}{(x-1)\left[\sqrt[3]{(7x^2+1)^2}+2\sqrt[3]{7x^2+1}+4\right]}=\dfrac{7}{6}$

Cách 2: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{7x^2+1}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{14x}{3\sqrt[3]{(7x^2+1)^2}}=\dfrac{14}{12}=\dfrac{7}{6}$

Cách 3: Đặt $f(x)=\sqrt[3]{7x^2+1}-2\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{7x^2+1}-2}{x-1}=f'(1)=\dfrac{7}{6}$

Cách 4 - Khai triển Taylor tại điểm x = 1:

$$f(x)=\sqrt[3]{7x^2+1}=2+\frac{7}{6}(x-1)+O(x-1)^2\Rightarrow$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{7x^2+1}-2}{x-1}=\frac{7}{6}$$

e) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}}{x-1}$ (bậc 5)

Lời giải mong đợi hoặc có thể là:

Cách 1: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[6]{(8x+1)^3}-\sqrt[6]{(x+26)^2}}{x-1}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{512x^3+191x^2-28x-675}{(x-1)\left[\sqrt[6]{(8x+1)^{15}}+\sqrt[6]{(8x+1)^{12}(x+26)^2}+...+\sqrt[6]{(x+26)^{10}}\right]}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(512x^2+703x+675)}{(x-1)\left[\sqrt[6]{(8x+1)^{15}}+\sqrt[6]{(8x+1)^{12}(x+26)^2}+...+\sqrt[6]{(x+26)^{10}}\right]}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{512x^2+703x+675}{\sqrt[6]{(8x+1)^{15}}+\sqrt[6]{(8x+1)^{12}(x+26)^2}+...+\sqrt[6]{(x+26)^{10}}}=\frac{1890}{1458}=\frac{35}{27}$$

Cách 2: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{8x+1}-3+3-\sqrt[3]{x+26}}{x-1}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{8(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{8x+1}+3\right)}-\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{(x-1)\left[\sqrt[3]{(x+26)^2}+3\sqrt[3]{x+26}+9\right]}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{8}{\sqrt{8x+1}+3}-\lim_{x\to 1}\frac{1}{\sqrt[3]{(x+26)^2}+3\sqrt[3]{x+26}+9}=\frac{8}{6}-\frac{1}{27}=\frac{35}{27}$$

Cách 3: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\left(\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}\right)'$

$$=\lim_{x\to 1}\left[\frac{4}{\sqrt{(8x+1)}}-\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+26)^2}}\right]=\frac{4}{3}-\frac{1}{27}=\frac{35}{27}$$

Cách 4:

Đặt $f(x)=\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}}{x-1}=f'(1)=\dfrac{35}{27}$

Cách 5: Đặt $\sqrt[3]{x+26}=t\to 3$

Ta có:

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}}{x-1}=\lim_{t\to3}\frac{\sqrt{8t^3-207}-t}{t^3-27}=\lim_{t\to3}\frac{8t^3-t^2-207}{\left(t^3-27\right)\left(\sqrt{8t^3-207}+t\right)}$$

$$=\lim_{t\to3}\frac{(t-3)\left(8t^2+23t+69\right)}{(t-3)\left(t^2+3t+9\right)\left(\sqrt{8t^3-207}+t\right)}=\lim_{t\to3}\frac{8t^2+23t+69}{\left(t^2+3t+9\right)\left(\sqrt{8t^3-207}+t\right)}=\frac{210}{162}=\frac{35}{27}$$

Cách 6: Đặt $\sqrt{8x+1}=t\to3$

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}}{x-1}=\lim\limits_{t\to3}\dfrac{8t-4\sqrt[3]{t^2+207}}{t^2-9}$

$$=\lim_{t\to3}\frac{512t^3-64t^2-13248}{\left(t^2-9\right)\left[64t^2+32t\sqrt[3]{t^2+207}+16\sqrt[3]{\left(t^2+207\right)^2}\right]}$$

$$=\lim_{t\to3}\frac{(t-3)\left(512t^2+1472t+4416\right)}{(t-3)(t+3)\left[64t^2+32t\sqrt[3]{t^2+207}+16\sqrt[3]{\left(t^2+207\right)^2}\right]}$$

$$=\lim_{t\to3}\frac{512t^2+1472t+4416}{(t+3)\left[64t^2+32t\sqrt[3]{t^2+207}+16\sqrt[3]{\left(t^2+207\right)^2}\right]}=\frac{13440}{10368}=\frac{35}{27}$$

Cách 7- Khai triển Taylor tại điểm x = 1:

f(x) = $\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}$ = (x - 1) + O(x - 1)² $\Rightarrow$

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{8x+1}-\sqrt[3]{x+26}}{x-1}=\frac{35}{27}$$

f) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sqrt{\dfrac{6x}{\pi}+1}-2}{\sin x-1}$ (bậc 5)

Lời giải mong đợi hoặc có thể là:

Cách 1:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\frac{6x}{\pi}+1}-2}{\sin x-1}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\left(\sqrt{\frac{6x}{\pi}+1}-2\right)'}{(\sin x-1)'}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1}{3\cos x\sqrt{6\pi x+\pi^2}}=+\infty$$

Cách 2:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\frac{6x}{\pi}+1}-2}{\sin x-1}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{6x+\pi}-2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}\,(\sin x-1)}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{6\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{\pi}\,(\sin x-1)}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{6\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{\pi}\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}=+\infty$$

Cách 3: Đặt $x-\dfrac{\pi}{2}=t\to0$

Ta có:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\frac{6x}{\pi}+1}-2}{\sin x-1}=\lim_{t\to0}\frac{\sqrt{6t+\pi}-2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}\,(\cos t-1)}=\lim_{t\to0}\frac{-3t}{\sqrt{\pi}\sin^2\frac{t}{2}\left(\sqrt{6t+4\pi}+2\sqrt{\pi}\right)}=+\infty$$

g) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$ (bậc 6)

Lời giải mong đợi hoặc có thể là:

Cách 1: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\left(\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}\right)'}{\left(x^2-1\right)'}$

$$=\lim_{x\to1}\left[\frac{1}{2\sqrt{5-x^2}}+\frac{1}{3\sqrt[3]{\left(x^2+7\right)^2}}\right]=-\frac{1}{3}$$

Cách 2: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[6]{\left(5-x^2\right)^3}-\sqrt[6]{\left(x^2+7\right)^2}}{x^2-1}$

$$=\lim_{x\to1}\frac{-x^6+14x^4-89x^2+76}{\left(x^2-1\right)\left[\sqrt[6]{\left(5-x^2\right)^{15}}+\sqrt[6]{\left(5-x^2\right)^{12}\left(x^2+7\right)^2}+\ldots+\sqrt[6]{\left(x^2+7\right)^{10}}\right]}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{\left(x^2-1\right)\left(-x^4+13x^2-76\right)}{\left(x^2-1\right)\left[\sqrt[6]{\left(5-x^2\right)^{15}}+\sqrt[6]{\left(5-x^2\right)^{12}\left(x^2+7\right)^2}+\ldots+\sqrt[6]{\left(x^2+7\right)^{10}}\right]}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{-x^4+13x^2-76}{\sqrt[6]{\left(5-x^2\right)^{15}}+\sqrt[6]{\left(5-x^2\right)^{12}\left(x^2+7\right)^2}+\ldots+\sqrt[6]{\left(x^2+7\right)^{10}}}=-\frac{64}{192}=-\frac{1}{3}$$

Cách 3: Đặt $\sqrt[3]{x^2+7}=t\to2$

Ta có:

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}=\lim_{t\to2}\frac{\sqrt{2-t^3}-t}{t^3-8}=\lim_{t\to2}\frac{-t^3-t^2+12}{\left(t^3-8\right)\left(\sqrt{12-t^3}+t\right)}$$

$$=\lim_{t\to2}\frac{(t-2)\left(-t^2-3t-6\right)}{(t-2)\left(t^2+2t+4\right)\left(\sqrt{12-t^3}+t\right)}=\lim_{t\to2}\frac{-t^2-3t-6}{\left(t^2+2t+4\right)\left(\sqrt{12-t^3}+t\right)}=-\frac{1}{3}$$

Cách 4: Đặt $\sqrt{5-x^2}=t\to2$

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}=\lim\limits_{t\to2}\dfrac{t-\sqrt[3]{12-t^2}}{4-t^2}$

$$=\lim_{t\to2}\frac{t^3+t^2-12}{\left(4-t^2\right)\left[t^2+t\sqrt[3]{12-t^2}+\sqrt[3]{\left(12-t^2\right)^2}\right]}$$

$$=\lim_{t\to2}\frac{-t^2-3t-6}{(t+2)\left[t^2+t\sqrt[3]{12-t^2}+\sqrt[3]{\left(12-t^2\right)^2}\right]}=-\frac{16}{48}=-\frac{1}{3}$$

Cách 5: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{5-x^2}-2+2-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$

$$=\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{5-x^2}-2}{x^2-1}+\lim_{x\to1}\frac{2-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{-\left(x^2-1\right)}{\left(x^2-1\right)\left(\sqrt{5-x^2}+2\right)}+\lim_{x\to1}\frac{-\left(x^2-1\right)}{\left(x^2-1\right)\left(4+2\sqrt[3]{x^2+7}+\sqrt[3]{\left(x^2+7\right)^2}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{-1}{\sqrt{5-x^2}+2}+\lim_{x\to 1}\frac{-1}{4+2\sqrt[3]{x^2+7}+\sqrt[3]{\left(x^2+7\right)^2}}=-\frac{4}{12}=-\frac{1}{3}$$

Cách 6:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{5-x^2}-2x+2x-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{5-x^2}-2x}{x^2-1}+\lim_{x\to 1}\frac{2x-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{-5\left(x^2-1\right)}{\left(x^2-1\right)\left(\sqrt{5-x^2}+2x\right)}+\lim_{x\to 1}\frac{8x^3-x^2-7}{\left(x^2-1\right)\left((2x)^2+2x\sqrt[3]{x^2+7}+\sqrt[3]{\left(x^2+7\right)^2}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{-5}{\sqrt{5-x^2}+2x}+\lim_{x\to 1}\frac{8x^2+7x+7}{(x+1)\left((2x)^2+2x\sqrt[3]{x^2+7}+\sqrt[3]{\left(x^2+7\right)^2}\right)}=-\frac{1}{3}$$

Cách 7:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{5-x^2}-(x+1)+(x+1)-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{5-x^2}-(x+1)}{x^2-1}+\lim_{x\to 1}\frac{(x+1)-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{-2\left(x^2+x-2\right)}{\left(x^2-1\right)\left(\sqrt{5-x^2}-(x+1)\right)}+\lim_{x\to 1}\frac{x^3+2x^2+3x-6}{\left(x^2-1\right)\left[(x+1)^2+2(x+1)\sqrt[3]{x^2+7}+\sqrt[3]{\left(x^2+7\right)^2}\right]}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{-2(x+2)}{(x+1)\left(\sqrt{5-x^2}-(x+1)\right)}+\lim_{x\to 1}\frac{x^2+3x+6}{(x+1)\left[(x+1)^2+2(x+1)\sqrt[3]{x^2+7}+\sqrt[3]{\left(x^2+7\right)^2}\right]}$$

$$=\frac{-6}{2.4}+\frac{10}{2.12}=-\frac{1}{3}$$

Cách 8: $f(x)=\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}=-\frac{2}{3}(x-1)+O(x-1)^2$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{5-x^2}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}=-\frac{1}{3}$$

3. Kết quả bước đầu khi dạy thực nghiệm

Chúng tôi đã tiến hành thực nghiệm tại 2 lớp của Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội, vào học kì 1 năm học 2015-2016: - Lớp thực nghiệm: Tài chính ngân hàng 1 - K10, Lớp đối chứng: Tài chính ngân hàng 2 - K10. Nội dung bài kiểm tra 15 phút, tìm các giới hạn sau:

1) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$

2) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{3x^2+5}-2}{x-1}$

3) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{3x^2+5}-\sqrt{3x^2+1}}{x-1}$

Kết quả chấm bài kiểm tra có thể được mô tả vắn tắt như sau:

Lớp thực nghiệm: Số trung bình cộng $\overline{X}$ = 6,1; độ lệch hiệu chỉnh S_X = 1,26

X (điểm)	3	4	5	6	7	8	Cộng
n_i	2	3	20	24	12	14	n = 75

Lớp đối chứng: Số trung bình cộng $\overline{Y}$ = 5,2; độ lệch hiệu chỉnh S_Y = 1,48

Y (điểm)	2	3	4	5	6	7	8	Cộng
n_i	4	6	10	22	20	8	5	n = 75

Nhận xét: Với mức ý nghĩa α = 0,05 (tức là $t_{0,025}$ = 1,96), giả thuyết H_0: "Sự khác nhau của hai giá trị trung bình là không có ý nghĩa thống kê", H_1: "Sự khác nhau của hai giá trị trung bình có ý nghĩa thống kê".

Ta thấy T = $\dfrac{6,1-5,2}{\sqrt{\dfrac{1,5876+2,2046}{75}}}$ = 4,002 > 1,96 nên bác bỏ H_0.

* * *

4. Kết luận

Ở trên ta tìm được T = 4,002 > 1,96 = $t_{0,025}$, bác bỏ H_0. Điều này có nghĩa là xác suất xảy ra H_0 chỉ là 5%, có thể coi là hiếm khi xảy ra. Hay nói cách khác, sự chuyển biến về kết quả học tập của lớp thực nghiệm khi GV tổ chức PBHĐ trong khi hướng dẫn SV là khá rõ rệt, có ý nghĩa thống kê.

Mặt khác, nếu đòi hỏi độ tin cậy của kết luận cao hơn nữa, chẳng hạn độ tin cậy là 99%, ta thấy $t_{0,005}$ = 2,58 < 4,002 = T thì kết luận của ta vẫn đúng. Tức là sự chuyển biến về kết quả học tập của lớp thực nghiệm là khá rõ rệt, kết luận này có thể tin tưởng ở mức độ 99%.

Hơn nữa, ta có thể kiểm chứng giả thuyết mạnh hơn (một phía) như sau: nêu rõ đối thuyết là H_1: $\overline{X} > \overline{Y}$; tức là điểm trung bình ở lớp thực nghiệm cao hơn hẳn lớp đối chứng; kết luận H_1 đúng vẫn đáng tin ở mức độ 99%.

Tất nhiên, ở đây (và ở hầu hết mọi tình huống khác) chúng ta không thể đòi hỏi mức độ tin cậy tới 100%. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Nguyễn Bá Kim (2007). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.

[2] Lê Đức Ngọc (2015). *Giáo dục đại học phương pháp dạy và học*. NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

[3] Nguyễn Đình Trí (chủ biên) - Tạ Văn Đĩnh - Nguyễn Hồ Quỳnh (2010). *Toán học cao cấp (tập 2)*

(Xem tiếp trang 221)

Bảng 4. Các bước giảng dạy nội dung chuyền và nhận bóng trong BR ở trường tiểu học và trung học

Bậc học	Hai tay chuyền bóng trước ngực	Một tay chuyền bóng trên vai	Chuyền bóng bật lại	Hai tay bắt bóng
Tiểu học	B	Không	B	Không
THCS	B	B	D	B
THPT	B	B	B	B

Bảng 5. Các bước giảng dạy nội dung ném rổ trong BR ở các trường tiểu học và trung học

Bậc học	Đưa bóng trên vai một tay ném bóng	Cầm bóng bằng 2 tay trước ngực ném bóng (nữ)	Dẫn bóng lên rổ 1 tay dưới thấp
Tiểu học	Không	Không	B
THCS	B	B	I
THPT	B	B	D

Bảng 6. Các bước giảng dạy nội dung đột phá trong BR ở các trường tiểu học và trung học

Bậc học	Đẩy bóng về phía trước và bước chéo đột phá
Tiểu học	Không
THCS	I
THPT	I

Bảng 7. Các bước giảng dạy nội dung phòng thủ đối phương trong BR

Bậc học	Phòng thủ có người	Phòng thủ không người
Tiểu học	Không	Không
THCS	B	D
THPT	B	B

Bảng 8. Các bước giảng dạy nội dung chiến thuật phối hợp cơ bản trong BR ở các trường tiểu học và trung học

Bậc học	Phối hợp chuyền chéo	Yểm hộ	Lách qua người	Đổi người phòng thủ	Khép cửa
Tiểu học	Không	Không	Không	Không	Không
THCS	D	D	I	I	I
THPT	B	D	D	D	I

Bảng 9. Các bước giảng dạy nội dung chiến thuật tấn công nhanh trong BR ở các trường tiểu học và trung học

Bậc học	Thúc đẩy tiến công nhanh	Phối hợp tấn công kết thúc 2-1
Tiểu học	Không	Không
THCS	I	I
THPT	I	I

3. Kết luận

Vấn đề gắn kết, tích hợp nội dung giảng dạy BR trong trường tiểu học và trung học theo nguyên tắc giảng dạy sẽ đạt hiệu quả hơn khi giáo dục theo hướng hiện đại. Từ đó, chúng ta có thể tối ưu hóa chất lượng giảng dạy BR, cải thiện hơn nữa sự quan tâm của HS đối với BR nhằm tạo cảm hứng và đạt được kết quả tốt hơn trong học tập. Việc xây dựng nội dung đào tạo trong quá trình hội nhập cần phải xem xét đầy đủ các yếu tố của HS như: giới tính, thể chất, đặc điểm năng lực... Vì vậy, với việc tiến hành giảng dạy nội dung BR ở trường tiểu học và trung học phải hết sức tinh tế, có sàng lọc, cần so sánh, kết hợp, xem xét đầy đủ đối với mỗi cá nhân HS; việc lựa chọn và tích hợp các nội dung giảng dạy phải tuân thủ những nguyên tắc cơ bản trong quá trình dạy học, đặc biệt là ở các cấp học như: tiểu học và trung học.

Cần tập trung nghiên cứu hơn nữa về chiều sâu của việc gắn kết và tích hợp nội dung giảng dạy ở các trường tiểu học và trung học; không ngừng tổng kết kinh nghiệm và tăng cường hoàn thiện hiệu quả giảng dạy BR... Đó cũng chính là trách nhiệm của đội ngũ giáo viên nói chung và giáo viên thể dục nói riêng. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Thủ tướng Chính phủ (2010). *Quyết định số 2198/QĐ-TTg ngày 03/12/2010 về việc phê duyệt chiến lược phát triển thể dục, thể thao Việt Nam đến năm 2020.*

[2] Trương Anh Tuấn - Bùi Thế Hiển (1998). *Lí luận thể dục thể thao.* NXB Thể dục thể thao.

[3] Vũ Đức Thu - Nguyễn Xuân Sinh - Lưu Quang Hiệp - Trương Anh Tuấn (1995). *Lí luận và phương pháp giáo dục thể chất.* NXB Giáo dục.

[4] Cao Lực Tường - Vương Bộ (2009). *Hiện đại hóa thể thao trường học - Chủ đề vĩnh cửu trong việc thực hiện hiện đại hóa của con người.* Học viện thể thao Nam Kinh. NXB Khoa học xã hội Trung Quốc, tr 16-19.

[5] Cố Uyên Ngạn - Khương Ngọc Hoa (2009). *Các giai đoạn phát triển cơ sở lí luận của thể thao trường học.* Học viện thể thao Nam Kinh. NXB Khoa học xã hội Trung Quốc. Tr 13-14.

[6] L.X. Vygotsky (1981). *Tâm lí học nghệ thuật.* NXB Khoa học xã hội.

Phân bậc hoạt động khi hướng dẫn...

(Tiếp theo trang 184)

- *Phép tính giải tích một biến số.* NXB Giáo dục Việt Nam.

[4] Marzano R. J. (2000). *Thiết kế phân loại tư duy mới cho các mục tiêu giáo dục.* Thousand Oaks, CA, Corwin.

[5] Đặng Thành Hưng (2004). *Kĩ thuật thiết kế bài học theo nguyên tắc hoạt động.* Tạp chí Phát triển giáo dục, số 10, tr 6.

[6] Trần Đức Chiển (2013). *Dạy học chủ đề giải tích ở trường trung học phổ thông theo quan điểm dạy học tích hợp.* Kỉ yếu Hội thảo toàn quốc tại Trường Trung học phổ thông Chuyên Bắc Giang.