BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC SÁNG TẠO CHO SINH VIÊN THÔNG QUA RÈN LUYỆN MỘT SỐ THAO TÁC TƯ DUY QUAN TRỌNG TRONG DẠY HỌC DÃY SỐ VIẾT THEO QUY LUẬT

TRẦN THỤY HOÀNG YẾN*

Ngày nhận bài: 20/6/2016; ngày sửa chữa: 11/11/2016; ngày duyệt đăng: 16/11/2016.

Abstract: *In this article, author introduces steps of teaching to promote creativity of students through teaching rule-based sequence of numbers. Also, the artilce gives instruction of solving these Mathematical problems with some thinking skills such as generalization, specification, similarity with aim to promote creativity and solving problem ability of students.*

Keywords: *Thinking skills, generalization, specification, similarity, creativity.*

1. Đặt vấn đề

G.Polya đã viết: "*Bản thân sự kiện khái quát hóa (KQH), đặc biệt hóa (ĐBH), tương tự (TT) là những nguồn gốc vĩ đại của sự phát minh*" [1; tr 20]. KQH, ĐBH, TT trở thành cách thức, hình thức rất đắc lực để phát hiện và giải quyết vấn đề một cách sáng tạo; có thể sẽ không có một phát minh nào trong toán học, thậm chí trong bất cứ lĩnh vực nào nếu ta không dùng đến thao tác tư duy này. KQH, ĐBH, TT không những là những thao tác tư duy có vai trò rất quan trọng trong quá trình dạy học Toán mà còn là những phương pháp giúp người học mò mẫm, dự đoán để tìm lời giải của bài toán, mở rộng, đào sâu, hệ thống hoá kiến thức và góp phần quan trọng trong việc hình thành những phẩm chất trí tuệ cho người học.

Khi dạy học các bài toán về dãy số viết theo quy luật, giảng viên (GV) có thể rèn luyện cho sinh viên (SV) một số thao tác tư duy như KQH, ĐBH, TT góp phần phát triển năng lực sáng tạo cho họ trong quá trình xây dựng hệ thống bài tập. Bài viết trình bày cách xây dựng hệ thống các bài toán tổng quát, đặc biệt, bài toán TT về dãy số viết theo quy luật được bắt đầu từ bài toán đơn giản và định hướng nhiều phương pháp giải để bồi dưỡng năng lực sáng tạo cho SV.

2. Một số thao tác tư duy quan trọng và đặc trưng của năng lực sáng tạo

2.1. Một số thao tác tư duy quan trọng [2]

2.1.1. Khái quát hóa

KQH là chuyển từ việc nghiên cứu một tập hợp đối tượng đã cho đến việc nghiên cứu một tập hợp đối tượng lớn hơn, bao gồm cả tập hợp ban đầu. KQH có ý nghĩa to lớn trong toán học cũng như trong mọi lĩnh vực của khoa học bởi việc đề xuất giả thuyết, những dự đoán. Trong mọi hoạt động giải toán, việc KQH một bài toán có thể cho ta một bài toán rộng hơn, có tính khái quát hơn. Một số hình thức KQH là: KQH về ngoại diên; KQH về nội hàm; KQH chuyển từ cái riêng đến tổng quát (đã hoặc chưa biết); KQH chuyển từ cái tổng quát sang cái tổng quát hơn; KQH hội tụ, phân kì.

2.1.2. Đặc biệt hóa

ĐBH là một thao tác tư duy ngược của KQH. ĐBH là suy luận chuyển từ việc khảo sát một tập hợp đối tượng sang một tập hợp đối tượng nhỏ hơn chứa trong tập hợp ban đầu. ĐBH có tác dụng để kiểm nghiệm lại kết quả trong những trường hợp riêng, giúp ta nhận biết chúng sâu sắc hơn, từ đó dễ tìm ra những phương án giải quyết vấn đề đang quan tâm. Trong việc giải toán, việc xét các trường hợp đặc biệt có thể tìm được những gợi ý tốt để tìm được phương án giải của bài toán tổng quát, hoặc xây dựng được nhiều bài toán đặc biệt hơn. Một số hình thức ĐBH là: ĐBH tới hạn, ĐBH then chốt, ĐBH tiêu biểu.

2.1.3. Tương tự

Từ hai đối tượng giống nhau ở một số dấu hiệu ta rút ra kết luận rằng hai đối tượng đó cùng giống nhau ở dấu hiệu khác thì suy luận ấy gọi là TT hay TT là một kiểu giống nhau nào đó. Tùy trường hợp cụ thể mà ta có thể thấy vấn đề đang xét giống với một vấn đề khác về một khía cạnh nào đó. Vì thế sự TT có ý nghĩa tương đối. Chẳng hạn, hai đối tượng X, Y cùng có những dấu hiệu a, b, c và X có dấu hiệu d, ta kết luận Y cũng có dấu hiệu d. Khi giải toán, nếu sử

*** Trường Đại học Đồng Tháp**

dụng thao tác tư duy này thì có thể tìm được cách giải bài toán đang xét bằng cách nhớ lại phương pháp giải một bài toán TT nào đó. Một số hình thức TT là: TT giữa hữu hạn và vô hạn, TT giống nhau về các quan hệ, TT giống nhau về cấu trúc, TT hoàn toàn, TT đẳng cấu đa trị.

Mối liên hệ của KQH, ĐBH và TT [1; tr 20]: KQH, ĐBH, TT có mối liên hệ hữu cơ thống nhất với nhau theo một cơ chế chung của tư duy và được phối hợp với nhau trong việc phát hiện và giải quyết vấn đề một cách sáng tạo. Từ những sự kiện cụ thể riêng biệt ta so sánh đối chiếu các sự kiện với nhau để phát hiện ra các sự kiện chung, rồi KQH thành kết quả tổng quát. Suy diễn tiếp theo lại giúp phát hiện ra vấn đề mới, sự kiện mới, đa dạng phong phú. KQH, ĐBH là hai quá trình đối lập nhau nhưng thống nhất với nhau, trong nhiều trường hợp coi phép TT là tiền thân của KQH.

2.2. Đặc trưng của năng lực sáng tạo

Theo Từ điển Tiếng Việt (Nhà xuất bản Khoa học xã hội, 1988, tr 876), "*Sáng tạo là tạo ra những giá trị mới về vật chất hoặc tinh thần, hay: sáng tạo là tìm ra cái mới, cách giải quyết mới, không bị gò bó phụ thuộc vào cái đã có*".

Có thể chỉ ra một số biểu hiện đặc trưng của năng lực sáng tạo: (1) Thực hiện độc lập việc di chuyển các tri thức kĩ năng; kĩ xảo sang tình huống mới hoặc gần hoặc xa, bên trong hay bên ngoài hay giữa các hệ thống kiến thức; (2) Nhìn thấy những nội dung mới trong những tình huống bình thường; (3) Nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết; (4) Độc lập kết hợp các phương thức hoạt động đã biết, tạo thành cái mới; (4) Nhìn thấy cấu trúc mới của đối tượng quen thuộc; (5) Nhìn thấy mọi cách giải quyết có thể có, tiến hành giải theo từng cách và lựa chọn cách tối ưu; (6) Xây dựng phương pháp mới về nguyên tắc, khác với phương pháp quen thuộc đã biết; (7) KQH tri thức và phương pháp quen thuộc đã biết [3; tr 14].

Từ các biểu hiện đặc trưng của năng lực sáng tạo, có thể thấy các thao tác tư duy KQH, ĐBH, TT có có ý nghĩa quan trọng trong quá trình sáng tạo. Các thao tác này không chỉ là những phương pháp cơ bản giúp ta giải các bài toán đã cho sẵn, hoặc giúp người học mò mẫm, dự đoán để tìm ra cách giải. Chúng còn có một ý nghĩa quan trọng trong sáng tạo toán học nữa, ở chỗ chúng giúp phát hiện ra những vấn đề mới, những bài toán mới, hoặc nhìn thấy sự liên hệ giữa nhiều vấn đề với nhau. Nhờ những thao tác tư duy đó, người học có thể mở rộng, đào sâu thêm kiến thức bằng cách nêu lên và giải quyết những vấn đề tổng quát hơn, những vấn đề TT, hoặc đi sâu vào những trường hợp đặc biệt và hệ thống hóa kiến thức. Nhìn lại các kiến thức trong chương trình môn *Toán*, có thể thấy, nhiều vấn đề toán học mà sách giáo khoa đã trình bày ở các lớp trên là trường hợp mở rộng, khái quát của các kiến thức ở lớp dưới, có khi, sau một vấn đề tổng quát sách giáo khoa lại đi sâu vào một số trường hợp đặc biệt.

3. Rèn luyện các thao tác tư duy KQH, ĐBH và TT cho SV thông qua dạy học về dãy số viết theo quy luật

Theo Hoàng Chúng, giải xong bài toán ta cần xét xem nó có trường hợp đặc biệt gì lí thú, trong cách phát biểu của bài toán có vấn đề gì cần sáng tỏ thêm, có thể từ bài toán đó đề ra bài toán gì TT, bài toán tổng quát hơn [1]. Như vậy, không những giải toán là một hoạt động quan trọng mà việc phát biểu bài toán mới cũng là một hoạt động rất cần thiết. Chúng ta biết rằng không phải bài toán nào cũng giải được một cách dễ dàng. Đối với một số bài toán, việc giải trực tiếp đôi khi gặp khó khăn, khi đó chúng ta có thể xét các trường hợp đặc biệt, TT hay tổng quát của bài toán vì nhiều bài toán xét các trường hợp này lại dễ giải hơn nhiều, đôi khi giúp chúng ta tìm ra lời giải cho bài toán ban đầu. Vì thế, việc hiểu rõ cách xây dựng hệ thống các bài toán bởi các thao tác KQH, ĐBH, TT sẽ làm cho việc giải toán cũng trở nên dễ dàng hơn nhiều.

Trong rèn luyện các thao tác tư duy KQH, ĐBH, TT nhằm bồi dưỡng năng lực sáng tạo, GV cần hình thành cho SV các kĩ năng sau: - Phân tích vấn đề một cách toàn diện ở nhiều khía cạnh khác nhau như hình thức, nội dung và kết quả của bài toán, xét các trường hợp đặc biệt để từ đó KQH hoặc xét TT theo các hướng mới; - Tìm nhiều lời giải khác nhau của một bài toán, khai thác các lời giải để định hướng giải quyết các bài toán đặc biệt, TT hoặc bài toán tổng quát; - Khai thác và mở rộng bài toán theo 3 hướng KQH, ĐBH, TT.

Nếu vận dụng tốt các thao tác tư duy KQH, ĐBH, TT trong quá trình giải dạng toán này, SV sẽ phát triển năng lực sáng tạo, phát hiện bài toán mới cũng như cách giải quyết các bài toán đó. Để hình thành các kĩ năng trên, chúng tôi thực hiện theo 4 bước dạy học sau: - *Bước 1:* Lựa chọn các bài toán đơn giản, quen thuộc mà đa số SV có thể giải được làm bài toán xuất phát; - *Bước 2*: Khai thác bài toán xuất phát theo nhiều khía cạnh, nhiều hướng khác nhau để xuất hiện các bài toán KQH, ĐBH, TT; - *Bước 3*: Định hướng tìm nhiều lời giải từ bài toán được khai thác để định hướng giải quyết các bài toán đặc biệt, TT hoặc bài toán tổng quát hơn; - *Bước 4*: Hướng dẫn SV tự học và xây dựng hệ thống các bài tập thông qua các thao tác tư duy.

Ví dụ: Xuất phát từ bài toán đơn giản và quen thuộc đối với dãy số viết theo quy luật, GV tổ chức cho SV sáng tạo và khai thác thành nhiều bài toán mới và các cách giải khác nhau thông qua các thao tác tư duy KQH, ĐBH, TT.

Bước 1: Xuất phát từ bài toán: Tính tổng $S=1+2+3+...+99+100$ (*)

GV yêu cầu SV nêu cách giải bài toán trên. Với bài toán này, đa số SV sẽ giải được bằng phương pháp Gauss hay phương pháp giải phương trình với ẩn là tổng cần tính. Chẳng hạn, ta viết thành 2 tổng S:

$S=1+2+3+...+99+100$ (1) và $S=100+99+...+3+2+1$ (2)

Cộng theo vế của (1) và (2) ta được:

$2S=(1+100)+(2+99)...+(99+2)+(100+1)=100.101$.

Vậy $S=\dfrac{100.101}{2}$.

Đây là bài toán đơn giản để khởi đầu cho việc hướng dẫn SV sáng tạo ra các bài toán TT, bài toán tổng quát và bài toán đặc biệt về dãy số viết theo quy luật.

Bước 2: *Khai thác bài toán xuất phát* (*)

Ở bước này, GV tổ chức khai thác bài toán xuất phát (*) theo một số hướng khác nhau để xuất hiện các bài toán KQH, ĐBH, TT. Cụ thể:

Hướng 1: Khai thác yếu tố số mũ và số các số hạng của tổng

Từ bài toán (*), GV yêu cầu SV KQH sẽ thu được bài toán 1:

Bài toán 1: Tính tổng $A=1+2+3+...+(n-1)+n$ với $n\in\mathbb{N}^*$.

$G=1.3.5+3.5.7+5.7.9+...+(2n-3)(2n-1)(2n+1),\ (n\geq 2)$

SV sẽ có kết quả ngay khi dựa vào kết quả của bài toán xuất phát là: $A=1+2+3+...+(n-1)+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

$H=1.3.5.7+3.5.7.9+5.7.9.11+...+(2n-3)(2n-1)(2n+1)(2n+3),(n\geq 2)$

Tiếp tục khai thác hình thức của bài toán, với mỗi số hạng có mũ là 1 của bài toán 1, yêu cầu SV tăng dần số mũ để thu được các bài toán mới (bài toán 2):

Bài toán 2: Tính các tổng với $n\in\mathbb{N}^*$

$B=1^2+2^2+3^2+...+n^2$ $\quad D=1^4+2^4+3^4+4^4+...+n^4$

$C=1^3+2^3+3^3+4^3+...+n^3$ $\quad E=1^5+2^5+3^5+4^5+...+n^5$

Lại tiếp tục tăng dần số mũ ta có được bài toán tổng quát:

Bài toán tổng quát: Tính tổng $S_k=1^k+2^k+3^k+...+n^k\ (k>0)$

$S=1^k+2^k+3^k+...+n^k\ (k>0)$

Thay đổi và bớt các số hạng của bài toán 1 và 2, ta chỉ lấy các số hạng là số lẻ hoặc chẵn ta có các bài toán đặc biệt (bài toán 1.1 và 2.1):

Bài toán 1.1: Tính các tổng với $n\in\mathbb{N}$

$A_1=1+3+5+...+(2n-1)\ \ (n\geq 1)$

$A_2=1+5+9+...+(4n+1)$

$A_3=2+4+6+...+2n\ \ (n\geq 1)$

$A_4=2+6+10+...+(4n+2)$

Bài toán 2.1: Tính các tổng với $n\in\mathbb{N}$

$B_1=1^2+3^2+5^2+...+(2n+1)^2$ $\quad C_1=1^3+3^3+5^3+...+(2n+1)^3$

$B_2=1^2+5^2+...+(4n+1)^2$ $\quad C_2=1^3+5^3+9^3+....+(4n+1)^3$

$B_3=2^2+4^2+6^2+...+(2n)^2\ (n\geq 1)$ $\quad C_3=2^3+4^3+6^3...+(2n)^3\ (n\geq 1)$

$B_4=2^2+6^2+...+(4n+2)^2$ $\quad C_4=2^3+6^3+10^3...+(4n+2)^3$

Hướng 2: Nhân mỗi số hạng với các thừa số

Với bài toán 1, ta tiếp tục biến đổi hình thức của nó bằng cách mỗi số hạng sẽ nhân thêm một hay nhiều thừa số để thành các bài toán mới (bài toán 3)

Bài toán 3: Tính các tổng với $n\in\mathbb{N}^*$.

$F=1.2+2.3+3.4+..+(n-1)n,\ (n\geq 2)$

$G=1.2.3+2.3.4+3.4.5+...+(n-2)(n-1)n,\ (n\geq 3)$

$H=1.2.3.4+2.3.4.5+3.4.5.6+...+(n-3)(n-2)(n-1)n,\ (n\geq 4)$

Thực hiện TT như hướng 1, ta lại biến đổi các thừa số của mỗi số hạng, chỉ là các số lẻ hoặc chẵn, ta thu được một số bài toán đặc biệt sau:

Bài toán 3.1: Tính các tổng với $n\in\mathbb{N}^*$.

$F_1=1.3+3.5+5.7+...+(2n-1)(2n+1)$

$F_2=1.2+2.5+3.8+...+n(3n-1)$

$G_1=1.3.5+3.5.7+5.7.9+...+(2n-3)(2n-1)(2n+1),\ (n\geq 2)$

$H_1=1.3.5.7+3.5.7.9+5.7.9.11+...+(2n-3)(2n-1)(2n+1)\ 2n+3\ ,(n\geq 2$

Hướng 3: Nghịch đảo các số hạng ở hướng 2

Để xây dựng thêm các bài toán mới, ta khai thác các bài toán ở hướng 2 bằng cách nghịch đảo mỗi số hạng của từng tổng, ta có được bài toán 4:

Bài toán 4: Tính các tổng với $n\in\mathbb{N}$

$I=\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+\dfrac{1}{3.4}+..+\dfrac{1}{(n-1)n},\ (n\geq 2)$

$J=\dfrac{1}{1.2.3}+\dfrac{1}{2.3.4}+\dfrac{1}{3.4.5}+...+\dfrac{1}{(n-2)(n-1)n},\ (n\geq 3)$

$K=\dfrac{1}{1.2.3.4}+\dfrac{1}{2.3.4.5}+\dfrac{1}{3.4.5.6}+...+\dfrac{1}{(n-3)(n-2)(n-1)n},\ (n\geq 4)$

$L=\dfrac{1}{1.3}+\dfrac{1}{2.4}+\dfrac{1}{3.5}+..+\dfrac{1}{(n-1)(n+1)},\ \ (n\geq 2)$

Bước 3: *Định hướng giải một số bài toán đã xây dựng ở bước 2*

Sau khi đã xây dựng một số các bài toán TT, bài toán đặc biệt xuất phát từ bài toán tổng quát 1. GV định hướng để SV có phương pháp giải chung cho từng dạng. Đối với dãy số viết theo quy luật, cần định hướng cho SV có nhiều phương pháp giải và áp dụng một cách linh hoạt các phương pháp cho từng bài cụ thể, một số phương pháp giải có thể giới thiệu cho SV như sau: PP1: Phương pháp Gauss; PP2: Phương pháp giải phương trình với ẩn là tổng cần tính; PP3: Phương pháp khử liên tiếp; PP4: Phương pháp phân tích thành các tổng đã biết; PP5: Phương pháp dự đoán và chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

a) Định hướng giải bài toán 1 và bài toán 2 bằng PP3

Mỗi số hạng có dạng x^m, ta tìm cách phân tích mỗi số hạng về dạng hiệu $x^m = P(x+1) - P(x), \forall x \in \mathbb{R}$ để sử dụng phương pháp khử liên tiếp (PP3), trong đó P(x) là đa thức bậc (m+1) .

Bài toán 1 trở thành: Tìm đa thức bậc 2: $P(x) = ax^2 + bx + c$ sao cho $x = P(x+1) - P(x)$ (1)

(1) $\Leftrightarrow x = a(x+1)^2 + b(x+1) + c - ax^2 - bx - c$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{2}; b = -\frac{1}{2}$$

Do đó: $P(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x$. Từ (1) suy ra:

$$1 = P(2) - P(1); 2 = P(3) - P(2); 3 = P(4) - P(3); ...; n = P(n+1) - P(n)$$

Vậy

$$S = 1 + 2 + 3 + ... + n = P(n+1) - P(1) = \frac{1}{2}(n+1)^2 - \frac{1}{2}(n+1) = \frac{n(n+1)}{2}$$

Vì bài toán 2 được khai thác từ bài toán 1 nên với phương pháp trên, ta hoàn toàn có thể giải TT cho bài toán 2:

- Tìm đa thức bậc 3: $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sao cho $x^2 = P(x+1) - P(x)$ (2)

Ta tìm được $P(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x.$

Suy ra $B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

TT cho các tổng C, D, E, ta thu được một số kết quả:

$$C = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

$$D = 1^4 + 2^4 + 3^4 + ... + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{15}$$

$$E = 1^5 + 2^5 + 3^5 + ... + n^5 = \frac{[n(n+1)]^2(2n^2+2n-1)}{12}$$

Từ đó ta có phương pháp giải TT cho bài toán tổng quát:

- Tìm đa thức bậc $m+1$: $P(x) = a_{m+1}x^{m+1} + a_m x^m + ... + a_2x^2 + a_1x + a_0$ sao cho $x^m = P(x+1) - P(x)$

b) Định hướng giải bài toán 2 bằng PP5

Với tổng C ở bài toán 2, ngoài PP3 đã thực hiện như trên ta còn có thể giải bằng cách ĐBH bài toán ở một số trường hợp cụ thể để dự đoán kết quả và chứng minh bằng phương pháp quy nạp (PP5). Chẳng hạn, có thể mô tả như trong bảng dưới đây:

Xét các trường hợp	Kết quả
n = 1, $C(1) = 1 = 1^2$	$C(1) = 1^2$
n = 2, $C(2) = 1 + 8 = 9 = 3^2$	$C(2) = (1 + 2)^2$
n = 3, $C(3) = 1 + 8 + 27 = 36 = 6^2$	$C(3) = (1 + 2 + 3)^2$
...	...
Dự đoán thông qua KQH: $C(n) = 1^3 + 2^3 + ... + n^3$	$C(n) = (1 + 2 + ... + n)^2 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$?

Sau khi đã dự đoán được kết quả, GV yêu cầu SV chứng minh kết quả dự đoán bằng phương pháp quy nạp.

c) Định hướng giải bài toán 3 bằng PP4

Để phân tích tổng cần tính thành các tổng đã biết, ta viết tổng đó ở dạng thu gọn và phân tích số hạng tổng quát. Chẳng hạn,

$$F = 1.2 + 2.3 + 3.4 + .. + (n-1)n = \sum_{k=1}^{n}(k-1)k = \sum_{k=1}^{n}k^2 - \sum_{k=1}^{n}k$$

Mà $\sum_{k=1}^{n}k^2 = 1^2 + 2^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

và $\sum_{k=1}^{n}k = 1 + 2 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Nên $F = 1.2 + 2.3 + 3.4 + .. + (n-1)n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$

TT, ta có:

$$G = 1.2.3 + 2.3.4 + ... + (n-2)(n-1)n$$
$$= \sum_{k=1}^{n}k^3 - 3\sum_{k=1}^{n}k^2 + 2\sum_{k=1}^{n}k = \frac{(n-2)(n-1)n(n+1)}{4}$$

So sánh và nhận xét kết quả của tổng F và G, bằng thao tác TT ta có kết quả của tổng H mà không cần phải tính toán:

$$H = 1.2.3.4 + 2.3.4.5 + ... + (n-3)(n-2)(n-1)n =$$

$$-3)(n-2)(n-1)n = \frac{(n-3)(n-2)(n-1)n(n+1)}{5}$$

Vậy ta có thể sử dụng PP4 để giải cho các bài toán có dạng như bài toán 3.

d) Định hướng giải bài toán 3 và 4 bằng PP3

Cách giải bài toán 3 bằng PP4 phải thông qua các tổng khác, đôi khi phải tính toán kết quả của các tổng đó rồi mới được sử dụng, cho nên cần phải có một phương pháp khác tính trực tiếp, nên câu hỏi đặt ra là có thể sử dụng phương pháp khử liên tiếp cho các số hạng có dạng tích các thừa số liên tiếp không? Để làm được điều này, ta khai thác kết quả từ PP4, nếu số hạng là tích của 2 số liên tiếp thì kết quả là tích của 3 số liên tiếp và chia cho 3, nên ta cần tìm cách phân tích thành hiệu để có thể khử liên tiếp, chẳng hạn như:

$$(n-1)n = \frac{1}{3}(n-1)n\left[(n+1)-(n-2)\right] = \frac{1}{3}(n-1)n(n+1) - \frac{1}{3}(n-2)(n-1)n$$

$$-2) = \frac{1}{3}\ n-1\ n(n+1) - \frac{1}{3}(n-2)(n-1)n$$

Tức là ta nhân cho một hiệu mà hiệu đó là số liền sau lớn nhất và số liền trước nhỏ nhất của các thừa số trong tích, khi trừ cho nhau được bao nhiêu thì chia cho số đó. Từ đó ta có cách phân tích TT cho số hạng tổng quát của tổng G và H:

$$(n-2)(n-1)n = \frac{1}{4}(n-2)(n-1)n(n+1) - \frac{1}{4}(n-3)\ n-2\ n(n+1)$$

$$n-1\ n(n+1) - \ (n-3)(n-2)n(n+1)$$

$$(n-3)(n-2)(n-1)n = \frac{1}{5}(n-3)(n-2)(n-1)n(n+1) - \frac{1}{5}(n-3)(n-2)\ n-1\ n(n+1)$$

$$)(n-2)\ n-1\ n(n+1) - \frac{1}{5}(n-3)(n-2)(n-1)n(n+1)$$

Do bài toán 4 được khai thác từ bài toán 3, nên ta nghĩ ngay đến việc sử dụng TT PP3 cho bài toán 4. Một cách tổng quát, ta có cách phân tích như sau:

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1};\ \frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k}\right);$$

$$\frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$$

Bước 4: *Định hướng cho SV tự giải các bài toán đã được ĐBH: 1.1, 2.1; 3.1 và xây dựng hệ thống bài tập mới*

Ở bước này, GV chỉ định hướng phương pháp giải cho một số bài toán đặc biệt ở trên và SV có thể tự giải các bài toán đó bằng cách TT theo các phương pháp đã được hướng dẫn. Chẳng hạn, bài toán 1.1 là các bài toán đặc biệt từ bài toán 1, nên SV có thể sử dụng PP1 và PP2 để giải chúng. Một số bài toán còn lại GV có thể cho SV tự tìm ra kết quả thông qua các phương pháp giải đã biết.

Các bước 1, 2 và 3 là các bước GV tiến hành để hướng dẫn SV cách thức xây dựng và định hướng giải quyết hệ thống bài toán một cách sáng tạo thông qua các thao tác tư duy KQH, ĐBH, TT.

Cũng thông qua ba bước này, GV có thể hướng dẫn SV thực hành sử dụng các thao tác tư duy trên để xây dựng hệ thống bài tập toán về một nội dung, kiến thức nào đó trong chương trình môn *Toán* ở phổ thông theo các bước: - *Bước 1:* Yêu cầu SV lựa chọn các bài toán đơn giản, quen thuộc làm bài toán xuất phát; - *Bước 2*: Khai thác bài toán xuất phát theo nhiều khía cạnh, nhiều hướng khác nhau để xuất hiện các bài toán KQH, ĐBH, TT; - *Bước 3*: Tìm nhiều lời giải từ bài toán được khai thác để định hướng giải quyết các bài toán đặc biệt, TT hoặc bài toán tổng quát. GV nên tổ chức chia nhóm SV và cho họ thực hiện nhiệm vụ này ngoài lớp học, vì thao tác tư duy này đòi hỏi người học cần có thời gian và nghiên cứu nhiều tài liệu thì mới có thể xây dựng được hệ thống bài tập.

4. Kết luận

Trong quá trình dạy học, nếu GV có thể giúp SV vận dụng các thao tác KQH, ĐBH, TT theo các bước đã trình bày ở trên một cách linh hoạt thì không những bồi dưỡng được năng lực sáng tạo cho SV mà còn phát triển năng lực giải toán cho họ. Việc tổ chức dạy học chủ đề dãy số viết theo quy luật như là một minh họa cho các bước dạy học này, sẽ góp phần bồi dưỡng năng lực sáng tạo cho SV. Từ đó, GV có thể tiếp tục thực hiện, vận dụng trong dạy học các chủ đề khác. ❑

"Nghiên cứu này được hỗ trợ bởi đề tài mã số CS2015.01.32"

Tài liệu tham khảo

[1] Phạm Gia Đức - Phạm Đức Quang (2007). *Đổi mới phương pháp dạy học môn Toán ở trường trung học cơ sở nhằm hình thành và phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh*. NXB Đại học Sư phạm.
[2] G. Polya (1977). *Toán học và những suy luận có lí, (quyển 1 - tập 1)*. NXB Giáo dục.
[3] Hoàng Chúng (1969). *Rèn luyện khả năng sáng tạo toán học ở trường phổ thông*. NXB Giáo dục.

(Xem tiếp trang 186)

nhau và quá trình này có thể bắt đầu và kết thúc ở bất cứ giai đoạn nào. Tuy nhiên, khi đặt 2 quá trình này trong mối tương quan với nhau (không quan tâm đến trình tự), sẽ thấy có sự tương ứng nổi bật giữa quá trình ST và quá trình thiết kế TC-KT trong chương trình.

Bảng 2. Sự tương ứng giữa quá trình sáng tạo và quá trình thiết kế TC-KT

Sự tương ứng giữa quá trình sáng tạo và quá trình thiết kế TC-KT	
Quá trình ST	Quá trình thiết kế
1. Chuẩn bị (Preparation): Điều tra các vấn đề và thu thập các thông tin, dữ liệu (ví dụ: cố gắng thử nhiều máy hút bụi để kiểm tra, đo lường sự hỏng hóc khi túi chứa bụi đầy lên)	4. Kiến thức và hiểu biết về các công cụ, nguyên vật liệu và chất liệu, thành phần, linh kiện. 3. Đánh giá, thẩm định các quá trình và sản phẩm
2. Ấp ủ ý tưởng (Incubation): Thường là một giai đoạn vô thức (ví dụ: đi xa và suy nghĩ về một thứ bất kì, có thể đi xem lốc xoáy hay thác nước chảy)	
3. *Bừng sáng* (Illumination/revelation): Sự nhận thức sâu sắc vấn đề, là thời điểm của sự ST (nhận ra nếu chúng ta có thể làm hai luồng lốc xoáy nhỏ, một ở trong một ở ngoài, nó sẽ hút không khí thật mạnh vào máy hút bụi)	1. Tìm kiếm, mở rộng và phát triển các ý tưởng; lập kế hoạch, chia sẻ và truyền thông các ý tưởng
4. Kiểm tra, tái định hình các thử nghiệm (Verification/reframing): Gồm các thử nghiệm kiểm chứng, thường là thông qua trao đổi về kết quả với các đồng nghiệp hoặc chuyên gia trong lĩnh vực đó (làm hàng trăm mô hình và sản phẩm mẫu, mang chúng tới các nhà sản xuất hay hội chợ thương mại)	2. Làm việc với các công cụ, nguyên vật liệu, chất liệu và các thành phần để làm ra các sản phẩm chất lượng (thử nghiệm và hiện thực hóa các ý tưởng) 3. Đánh giá, thẩm định các quá trình và sản phẩm

2.4. TC-KT thường "đi cùng" ST, bởi chúng đều bao hàm các kĩ năng tư duy, trong đó có kĩ năng giải quyết vấn đề. Giải quyết vấn đề là kĩ năng tư duy từ lâu đã được khuyến khích trong lĩnh vực thiết kế kĩ thuật nhằm giải quyết các vấn đề thực tiễn. Đây cũng là một trong những kĩ năng tư duy ST đã được xác định trong các chương trình giáo dục ở nhà trường hiện nay.

Một đặc trưng của ST trong thiết kế TC-KT là "chơi xung quanh những ý tưởng" - đây cũng là hoạt động giải quyết vấn đề, mặc dù với trạng thái ít căng thẳng và không quá chặt chẽ về cấu trúc. Các "vấn đề thiết kế" có xu hướng "tinh tế", nghĩa là chúng không được định nghĩa rõ ràng như các vấn đề toán học và có liên quan đến nhiều yếu tố (như nguyên vật liệu, chất liệu, kĩ thuật, công nghệ và phong cách sống của con người). Điều này đôi khi làm chúng có vẻ không giống như những vấn đề ở các lĩnh vực khác; chẳng hạn: "*Thiết kế và làm một món ăn cho gia đình*" nghe giống một cơ hội để vui chơi và thử nghiệm sự kết hợp mới của các loại thực phẩm hơn là một nhiệm vụ phải giải quyết. Tuy nhiên, với một công nghệ thực phẩm, *"việc thiết kế và làm một chiếc bánh ngọt sao cho các thành phần có sự kết dính với nhau, phần bánh mì không quá khô, phần kem không quá ướt, độ ngọt vừa phải, hương vị thơm ngon tự nhiên"* đặt ra một loạt các vấn đề thách thức - đó không đơn thuần chỉ là công việc nấu nướng mà là một quá trình tìm kiếm các giải pháp cho nhiều vấn đề xuyên suốt từ lúc lên ý tưởng thiết kế cho đến khi thực hiện.

3. Giáo dục vì sự ST có thể được thực hiện trong tất cả các môn học, các lĩnh vực và công việc ở nhà trường. Mỗi môn học có nhiều hay ít cơ hội để giáo dục tính ST của người học, phụ thuộc vào đặc điểm từng môn và phương pháp dạy học được sử dụng trong môn học đó. Trong chương trình tiểu học hiện hành, *TC-KT* được nhìn nhận là môn học có vai trò quan trọng trong việc giáo dục phát triển tính ST của người học. Tuy nhiên, để đạt được điều này, yêu cầu GV cần hiểu rõ những đặc trưng của môn học để vận dụng các phương pháp dạy học phù hợp và hiệu quả. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] NACCCE (1999). *All Our Futures: Creativity, Culture and Education*.

[2] Anthony Wilson (2009). *Creativity in Primary Education* (second edition). Learning Matters Ltd, p.164-17).

[3] Ken Robinson (2010). *Bring on the learning revolution*. TED Talks Education.

[4] Ken Robinson (2013). *How to escape education's death valley*. TED Talks Education.

Bồi dưỡng năng lực sáng tạo...

(Tiếp theo trang 174)

[4] Trần Việt Cường - Lê Hồng Quang (2015). *Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua việc khai thác kết quả bài toán bất đẳng thức*. Tạp chí Thiết bị giáo dục, số đặc biệt tháng 4, tr 36-37.

[5] Nguyễn Thị Mỹ Hằng - Trần Kiều (2014). *Một số biện pháp góp phần rèn luyện các thao tác tư duy cho học sinh trung học phổ thông trong dạy học đại số và giải tích*. Tạp chí Khoa học giáo dục, số 106, tr 10-12.

[6] Nguyễn Thị Hương Trang (2001). *Vận dụng linh hoạt các thao tác tư duy khái quát hóa - đặc biệt hóa - tương tự trong dạy học giải toán*. Tạp chí Giáo dục, số 7, tr 36-37.

[7] Trần Anh Tuấn (2015). *Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua việc khai thác các bài toán trong dạy học bất đẳng thức*. Tạp chí Giáo dục, số 351, tr 47- 49.