KHẢ NĂNG BIẾN ĐỔI BÀI TOÁN HÌNH HỌC TỪ CHỨNG MINH SANG KHẢO SÁT CỦA GIÁO VIÊN TOÁN TƯƠNG LAI

NGUYỄN LÊ NGUYÊN THẢO - TRẦN KIÊM MINH* -
NGUYỄN ĐỨC HỒNG** - NGUYỄN THỊ HÀ PHƯƠNG***

Ngày nhận bài: 02/11/2016; ngày sửa chữa: 16/12/216/; ngày duyệt đăng: 17/12/2016.

Abstract: *This article refers to ability of mathematics student teachers of designing lessons of transforming proof geometric problems into investigation ones (a survey on 30 mathematics student teachers at Hue University of Education). The study shows differences in geometric problem transformation methods of mathematics student teachers. Morever, the results of survey also point out the necessity of integration of transforming proof problems into investigation ones into mathematics teacher training program.*

Keywords: *Inquiry-based learning, investigation problem, problem transformation, student teachers.*

1. Mở đầu

Học tập dựa trên tìm tòi, khảo sát (Inquiry-Based Learning) là một xu hướng giáo dục được nhiều nhà nghiên cứu và thực hành dạy học quan tâm hiện nay [1]. Một báo cáo của Uỷ ban Châu Âu về giáo dục và khoa học đã nhấn mạnh rằng sự thay đổi phương pháp dạy học các môn khoa học ở nhà trường phổ thông hiện nay chuyển từ chủ yếu theo tiếp cận suy diễn sang tiếp cận dựa trên các hoạt động khảo sát, khám phá, cung cấp các phương tiện để gia tăng mối quan tâm và thích thú của học sinh đối với khoa học [2].

Trong ngữ cảnh dạy học toán, các nhà nghiên cứu đã sử dụng các thuật ngữ khác nhau như khảo sát toán (mathematical investigation), khám phá toán (mathematical exploration) hoặc thực nghiệm toán (mathematical experimentation) để chỉ việc dạy học toán dựa trên khảo sát [3]. Dạy học toán dựa trên khảo sát đòi hỏi các nhiệm vụ toán đưa ra phải ở dạng khảo sát chứ không phải dạng đóng, tức là nhiệm vụ toán đó chứa đựng các đặc trưng cho phép học sinh khảo sát, đặt giả thuyết, thay đổi giả thiết, đưa ra nhiều cách giải quyết khác nhau. Để thiết kế được các nhiệm vụ toán như vậy, giáo viên cần phải có những kĩ năng đặt vấn đề và những hiểu biết về kiến thức và các quá trình liên quan đến bài toán. Điều này càng trở nên quan trọng khi mà hầu hết các bài tập trong các sách giáo khoa môn Toán hiện nay ở nước ta đều được cho dưới dạng bài toán đóng.

Trong chương trình đào tạo giáo viên toán hiện nay, tiếp cận dạy học dựa trên khảo sát vẫn còn ít được quan tâm giới thiệu và vận dụng. Các giáo viên toán tương lai ít có cơ hội rèn luyện và thực hành với việc đặt ra bài toán mới hay chuyển từ bài toán "đóng" (dạng chứng minh) sang bài toán "mở" (dạng khảo sát). Mục tiêu của nghiên cứu này là tìm hiểu khả năng và cách thức biến đổi bài toán hình học từ dạng chứng minh sang dạng khảo sát của các giáo viên toán tương lai. Chúng tôi cụ thể hóa mục tiêu này thành hai câu hỏi nghiên cứu sau đây:

- Những cách thức thay đổi bài toán hình học từ chứng minh sang khảo sát của giáo viên toán tương lai được thực hiện như thế nào?
- Đâu là các kiểu bài toán khảo sát được hình thành bởi các giáo viên toán tương lai?

2. Học tập dựa trên khảo sát và khả năng đặt vấn đề

Thuật ngữ học tập dựa trên khảo sát có thể được hiểu như là một cách dạy học trong đó học sinh hoạt động và tham gia tương tự như công việc của các nhà khoa học, bao gồm các hoạt động như đặt câu hỏi, phát biểu vấn đề, khảo sát và đưa ra giả thuyết, chứng minh giả thuyết [1]. Học tập dựa trên khảo sát là một cách tiếp cận dạy học gợi lên sự quan tâm, thích thú và động cơ học tập ở học sinh.

Trong hai thập kỉ qua, cộng đồng giáo dục toán học đã đặc biệt nhấn mạnh tầm quan trọng của môi trường học tập dựa trên khảo sát thúc trong việc đẩy học tập tích cực của học sinh [2], [3], [4], [5]. Các nhà nghiên cứu chỉ ra rằng phương pháp khảo sát đã cải thiện chất lượng của việc học toán bằng cách cung

* Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế
** Trường Đại học Nông lâm - Đại học Huế
*** Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng

cấp cho người học nhiều cơ hội nâng cao và thử nghiệm giả thuyết, nhận được phản hồi nhanh chóng, sử dụng đa biểu diễn, và được tham gia vào quá trình mô hình hóa [3].

Đặt vấn đề (problem posing) là một khái niệm rộng, thường liên quan đến việc tạo ra một bài toán mới bởi các câu hỏi. Nhiều nhà nghiên cứu cho rằng quá trình chuyển đổi một bài toán là một kiểu của hoạt động đặt vấn đề. Các nhà giáo dục toán xem việc đặt vấn đề và các bài toán khảo sát như là một phần của một kiểu nhiệm vụ toán rộng hơn là các "bài toán mở" [6]. Pehkonen lập luận rằng bài toán mở phụ thuộc vào tính "mở" của giả thiết và mục tiêu hướng đến, được xác định bởi một nhiệm vụ toán. Các nhà nghiên cứu tập trung đến các khía cạnh khác nhau của đặt vấn đề như đặc trưng của quá trình nhận thức liên quan đến việc đặt ra bài toán, chiến lược đặt bài toán [7], sự phát triển của kỹ năng đặt vấn đề, và đặt vấn đề như là một công cụ dạy học [2].

3. Phương pháp nghiên cứu

Nghiên cứu này được chúng tôi thực hiện trên đối tượng là 30 giáo viên toán tương lai (sinh viên ngành Sư phạm Toán) của Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế năm 2014 [6]. Các sinh viên được yêu cầu thay đổi ba bài toán hình học trong sách giáo khoa Hình học lớp 11 phổ thông từ dạng chứng minh (dạng đóng) thành dạng bài toán khảo sát (dạng mở). Dữ liệu thu thập được bao gồm các phiếu học tập và một bảng hỏi. Phân tích dữ liệu được thực hiện bằng phương pháp định tính. Dựa theo sự phân loại của Leikin & Grossman [5], chúng tôi phân tích kết quả theo hai hướng sau: - *Kiểu bài toán khảo sát được hình thành:* chúng tôi thực hiện phân tích tất cả các bài toán do giáo viên toán tương lai tạo ra để xác định xem liệu chúng có được xây dựng rõ ràng và có ý nghĩa toán học hay không. Căn cứ vào mức độ "mở" của bài toán tạo ra chúng tôi chia làm hai loại lớn: bài toán định hướng khảo sát và các bài toán không có đặc trưng khảo sát. - *Cách thức thay đổi bài toán chứng minh:* chúng tôi chia làm hai loại về kiểu chuyển đổi bài toán: thay đổi giả thiết của bài toán và thay đổi mục tiêu của bài toán ban đầu.

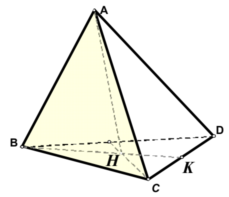
4. Kết quả

4.1. Các kiểu bài toán mới được hình thành

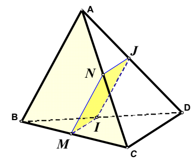
4.1.1. Bài toán định hướng khảo sát:

Chúng tôi phân chia bài toán định hướng khảo sát thành hai loại căn cứ vào độ "mở" của bài toán đặt ra bởi sinh viên: bài toán khám phá và bài toán kiểm chứng.

Bài toán khám phá: một bài toán được xem là bài toán khám phá nếu nó được xây dựng với yêu cầu mở về nhiệm vụ phân tích và chứng minh một phỏng đoán. Những bài toán này thường được nhận dạng qua cách phát biểu như: "Tìm mối liên hệ giữa ...", "Điều gì sẽ xảy ra nếu ...", "Những gì bạn có thể nói về ...?", "Có thể ...?". Một số phiếu học tập sau sẽ minh chứng cho kiểu bài toán này:

Bài toán 1. Cho tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc. Gọi H là trực tâm của tam giác BCD. Chứng minh rằng $AH \perp (BCD)$. **Yêu cầu:** Hãy thay đổi bài toán này thành một bài toán ở dạng khảo sát.	

Sau đây là những kiểu bài toán khám phá mà một số giáo viên toán tương lai đã hình thành từ Bài toán 1:

Nội dung bài toán mới	
Cho tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc. Gọi H là trực tâm của tam giác BCD. Xác định ~~góc~~ mối quan hệ giữa AH và mặt phẳng (BCD)	Cho tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc. Nếu tam giác BCD đều thì vị trí điểm H để AH ⊥ (BCD) có gì đặc biệt? Nếu tam giác BCD vuông tại C thì vị trí H có gì đặc biệt?
Bài toán 2. Cho tứ diện ABCD có AB vuông góc DC. Gọi M thuộc BC. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với AB, DC. Chứng minh thiết diện của tứ diện ABCD cắt bởi mp(P) là hình chữ nhật. **Yêu cầu:** Hãy thay đổi bài toán này thành một bài toán ở dạng khảo sát.	

Một số bài toán mới dạng khám phá được hình thành từ Bài toán 2:

Nội dung bài toán mới	
Cho tứ diện ABCD có AB vuông góc DC. gọi M thuộc BC. gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với AB, DC. Bạn hãy cho biết tính chất của thiết diện của tứ diện ABCD cắt bởi mp (P)?	1. Điều gì sẽ xảy ra nếu M trùng C? 2. Bạn có thể phát biểu gì về mối liên hệ của các cạnh của thiết diện! 3. Nếu thiết diện là hình vuông thì ABCD là loại tứ diện gì?

Bài toán xác minh: một bài toán được phân loại là một bài toán xác minh nếu nó không đòi hỏi đặt giả thuyết và chỉ yêu cầu kiểm tra một mệnh đề. Thường các bài toán này yêu cầu kiểm tra một mệnh đề đúng nhưng không yêu cầu xem xét với những điều kiện nào thì mệnh đề đó đúng. Cách thay đổi bài toán thường gặp là thay thế yêu cầu "Chứng minh X" bởi yêu cầu "X có đúng không?". Sau đây là một số cách thay đổi bài toán của giáo viên toán tương lai thuộc kiểu này:

Bài toán ban đầu	Cách thay đổi bài toán
Bài toán 1. Cho tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc. Gọi H là trực tâm của tam giác BCD. Chứng minh rằng $AH \perp (BCD)$.	2. Với giả thiết trên. Liệu AH có thể vuông góc với mp(BCD) không?
Bài toán 2. Cho tứ diện ABCD có AB vuông góc DC. Gọi M thuộc BC. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với AB, DC. Chứng minh thiết diện của tứ diện ABCD cắt bởi mp(P) là hình chữ nhật.	1. Với giả thiết trên, thiết diện MNJI có phải là hình chữ nhật không?
Bài toán 3. Cho tứ diện ABDC, gọi B', C', D' là các điểm bất kỳ lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD. Chứng minh rằng: $\frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD}$	1. Với giả thiết trên, liệu tỷ số $\frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD}$ có đúng không?

4.1.2. Bài toán không có đặc trưng khảo sát

Bài toán không có đặc trưng khảo sát bao gồm các kiểu như bài toán chứng minh, bài toán có chỉ dẫn, và bài toán tính toán. Bài toán chứng minh đòi hỏi giải thích cho một lập luận được xem như là đúng cho trước. Bài toán có chỉ dẫn là bài toán có gợi ý dẫn dắt dắt từ từ đến lời giải của bài toán ban đầu. Bài toán tính toán chứa đựng các giá trị số và thường liên quan đến tính toán độ dài, diện tích, thể tích... mà không yêu cầu đưa ra kết luận từ các tính toán đó. Sau đây là một bài làm thuộc kiểu bài toán không có đặc trưng khảo sát (bài toán tính toán) mà các giáo viên toán tương lai đã đề xuất:

Bài toán ban đầu	Bài toán mới
Bài toán 1. Cho tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc. Gọi H là trực tâm của tam giác BCD. Chứng minh rằng $AH \perp (BCD)$. **Yêu cầu:** Hãy thay đổi bài toán này thành một bài toán ở dạng khảo sát.	- Cho tứ diện ABCD, có đáy là tam giác cân tại B. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. biết AG⊥(BCD) a) ~~chứng~~, Tính góc giữa hai đường thẳng AB & CD

4.1.3. Bài toán không rõ ràng

Bài toán được phân loại là không rõ ràng trong hai trường hợp: (1) đề bài không rõ ràng về từ ngữ; (2) bài toán không có ý nghĩa về mặt toán học hoặc yêu cầu chứng minh một phát biểu sai. Dưới đây là một bài toán thuộc kiểu trên vì đề bài phát biểu không rõ ràng:

Bài toán ban đầu	Bài toán mới
Bài toán 2. Cho tứ diện ABCD có AB vuông góc DC. Gọi M thuộc BC. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với AB, DC. Chứng minh thiết diện của tứ diện ABCD cắt bởi mp(P) là hình chữ nhật. **Yêu cầu:** Hãy thay đổi bài toán này thành một bài toán ở dạng khảo sát.	Cho tứ diện đều ABCD có AB vuông góc DC. Gọi M ∈ BC. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với AB, DC. Khi đó MNJI là hình gì?

4.2. Cách thức biến đổi bài toán

Dựa trên bài làm của các giáo viên toán tương lai, chúng tôi chia làm hai cách thức biến đổi phổ biến: thay đổi giả thiết và thay đổi mục tiêu của bài toán đầu.

4.2.1. Thay đổi giả thiết

Thể loại này đề cập đến những thay đổi trên các đối tượng và tính chất được cho trong bài toán ban đầu khi chuyển sang bài toán khảo sát. Sau đây là một bài làm minh họa:

Cho tứ diện ABCD có đáy BCD là tam giác đều, các mặt bên là các tam giác cân tại A. Gọi G là trọng tâm của Δ BCD. Nhận xét mối quan hệ giữa AG với BD và BC?	- Nếu bỏ đi giả thiết AB⊥CD thì thiết diện tạo thành là hình gì? - Nếu cho ABCD là tứ diện đều thì thiết diện tạo thành là hình gì?

Đối với Bài toán 1 ở trên, một số giáo viên toán tương lai đã tiến hành thay các giả thiết "các cặp cạnh đối vuông góc" thành "đáy BCD là tam giác đều, các mặt bên là tam giác cân tại A".

4.2.2. Thay đổi mục tiêu bài toán ban đầu

Ở đây các giáo viên toán tương lai đã thay đổi mục tiêu của bài toán ban đầu thành một mục tiêu mới. Khi thực hiện thay đổi này vấn đề khảo sát sẽ rộng hơn không bó hẹp trong một nội dung nhất định tùy theo mục tiêu hướng tới. Sau đây là một bài bài làm minh họa liên quan đến thay đổi mục tiêu bài toán:

Bài toán ban đầu	Thay đổi mục tiêu bài toán
Bài toán 3. Cho tứ diện ABDC, gọi B', C', D' là các điểm bất kì lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD. Chứng minh rằng: $\frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD}$	1. Với giả thiết trên. mp(B'C'D') // mp(BCD) Bạn có nhận xét gì về 2 tứ diện AB'C'D' và ABCD

Bài toán trên được tạo ra với một mục tiêu mở, với nhiều phương án trả lời khác nhau có thể có như: tính đồng dạng giữa hai khối tứ diện, so sánh thể tích, tỉ số các cạnh tương ứng của tứ diện...

5. Kết luận

Trong khuôn khổ bài viết này chúng tôi đã đề cập đến vấn đề chuyển đổi bài toán hình học từ chứng minh (dạng đóng) sang khảo sát (dạng mở). Kết quả nghiên cứu cho thấy có nhiều cách thức khác nhau mà các giáo viên toán tương lai đã áp dụng để tạo ra bài toán mới dạng khảo sát, và họ cũng đã tạo ra nhiều kiểu bài toán mới có đặc trưng dạng khảo sát hoặc không. Thay đổi bài toán hình học từ dạng chứng minh sang dạng khảo sát là một nội dung cần thiết của các giáo viên toán tương lai nhằm đặt ra các bài toán khảo sát thúc đẩy học sinh tìm tòi, khám phá, đặt giả thuyết, kiểm chứng giả thuyết, từ đó giúp cho học sinh nắm bắt các kiến thức hình học một cách linh hoạt không áp đặt. Đây cũng là một năng lực đặt vấn đề quan trọng cần có của người giáo viên toán tương lai. Trong chương trình đào tạo giáo viên toán hiện nay, dạy học dựa trên khảo sát

(Xem tiếp trang 166)

Cho *a*, *b* thỏa mãn $a + b = a^2 + b^2 + ab$, tìm GTLN của $A = a^3 + b^3$.

Ta có $A = a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab) = (a+b)^2$.

Từ giả thiết $a + b = a^2 + b^2 - ab = \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4} \Rightarrow a + b \geq 0$.

Đặt $a + b = S$ và xét hệ phương trình

$$\begin{cases} a+b = a^2+b^2-ab \\ a+b = S \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = (a+b)^2 - 3ab \\ a+b = S \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = S \\ ab = \frac{S^2 - S}{3} \end{cases}$$

$$\exists a,b \Leftrightarrow S^2 \geq \frac{4(S^2 - S)}{3} \Leftrightarrow S^2 - 4S \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq S \leq 4 \Rightarrow \mathrm{A} = (a+b)^2 \leq 16$$

$\leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq S \leq 4 \Rightarrow \mathrm{A} = (a+b)^2 \leq 16$

Vậy khi *x* = *y* = ½.

Bài 16. Cho $\begin{cases} xy + x + y = 1 \\ x, y > 0 \end{cases}$. Tìm GTNN của $T = x^4 + y^4$.

Do vai trò bình đẳng giữa và y, ta dự đoán đẳng thức xảy ra khi $x = y = \alpha$.

Từ giả thiết ta tính được $\alpha = \sqrt{2} - 1$.

Khi đó: $x^4 + \alpha^4 + \alpha^4 + \alpha^4 \geq 4\sqrt[4]{x^4.\alpha^4.\alpha^4.\alpha^4} = 4x\alpha^3$ (1)

$y^4 + \alpha^4 + \alpha^4 + \alpha^4 \geq 4\sqrt[4]{y^4.\alpha^4.\alpha^4.\alpha^4} = 4y\alpha^3$ (2)

$x^4 + y^4 + \alpha^4 + \alpha^4 \geq 4\sqrt[4]{x^4.y^4.\alpha^4.\alpha^4} = 4xy\alpha^2$

=> $\alpha\left(x^4 + y^4 + \alpha^4 + \alpha^4\right) \geq 4xy\alpha^3$ (3)

Cộng từng vế của (1) (2) (3):

$(1+\alpha)\left(x^4 + y^4\right) + (6+\alpha)\alpha^4 \geq 4\alpha^3.(xy + x + y) = 4\alpha^3$.

Vậy $T \geq \frac{4\alpha^3 - 6\alpha^4(6+\alpha)}{1+\alpha}$ (hằng số), GTNN của T là $2\left(\sqrt{2}-1\right)^4$ khi $x = y = \sqrt{2} - 1$.

4. Kết luận

Với vai trò là người hướng dẫn người học, GV cần chỉ cho người học cái đích phải đạt, làm cho người học hứng thú học và giúp đỡ họ tới đích. Chúng ta cần khuyến khích người học tự giác, tích cực để đạt được những gì họ vẫn tin rằng mình có thể làm được. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Jean-Marc Denomme' - Madeleine Roy (2000). *Tiến tới một phương pháp sư phạm tương tác - Bộ ba người dạy, người học và môi trường*. NXB Thanh niên.

[2] Hoàng Phê (1996). *Từ điển tiếng Việt*. NXB Đà Nẵng.

[3] Nguyễn Quang Uẩn (chủ biên) (2002). *Giáo trình Tâm lí học đại cương*. NXB Đại học Sư phạm.

[4] Petty G. (1998). *Dạy học ngày nay*. NXB Stanley Thornes.

[5] Phan Dũng (1991). *Phương pháp luận sáng tạo khoa học kĩ thuật*. Giáo trình Đại học Tổng hợp TP. Hồ Chí Minh.

Khả năng biến đổi bài toán hình học...

(Tiếp theo trang 169)

vẫn còn ít được quan tâm giới thiệu và vận dụng. Các giáo viên toán tương lai ít được rèn luyện và thực hành với việc đặt ra bài toán mới hay chuyển từ bài toán "đóng" dạng chứng minh sang bài toán "mở" dạng khảo sát. Vì vậy nên khuyến khích các giáo viên toán tương lai nghiên cứu và thực hành vấn đề này để tăng cường năng lực dạy học sau này. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Artigue, M. - Blomhoj, M. (2013). *Conceptualizing inquiry-based education in mathematics*. ZDM-The international journal on mathematics education.

[2] Rocard, M. - Csermely, P. - Jorde, D. - Lenzen, D. - Walberg-Henriksson, H. - Hemmo V. (2007). L'enseignement scientifique aujourd'hui: une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe. Commission Européenne, Direction générale de la recherche, Science, économie et société.

[3] Brown, S. - Walter, M. (2005). *The art of problem posing (3rd ed.)*. New York: Routledge.

[4] Leikin, R. - Grossman. (2013). *Teachers modify geometry problems : from proof to investigation*. Educational Studies in Mathematics, 82, pp. 515-531.

[5] Da Ponte, J. P. (2007). *Investigations and explorations in the mathematics classroom*. ZDM- The International Journal on Mathematics Education, 39, pp. 419-430.

[6] Leikin, R. (2004). *Towards high quality geometrical tasks: Reformulation of a proof problem*. In M. J. Hoines - A. B. Fuglestad (Eds.). Proceedings of the 28th International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 3, pp. 209-216.

[7] Stoyanova, E. (1998). *Problem posing in mathematics classrooms*. In A. McIntosh & N. Ellerton (Eds.), Research in mathematics education: A contemporary perspective (pp. 164-185). Perth: MASTEC Publication.

[8] Pehkonen, E. (1995). *Using open-ended problem in mathematics*. ZDM-The International Journal on Mathematics Education, 27(2), pp. 67-71.

[9] Nguyễn Lê Nguyên Thảo (2004). *Nghiên cứu khả năng thay đổi bài toán hình học từ chứng minh sang khảo sát của sinh viên sư phạm toán*. Luận văn thạc sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế.