

# THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN PID DỰA TRÊN PHƯƠNG PHÁP ZIEGLER-NICHOLS CHO HỆ BÓNG VÀ TẮM

Trần Thị Như Hà\*, Trần Hoàn, Dương Văn Khải

Trường Đại học Công nghiệp Thực phẩm TP.HCM

\*Email: hattn@hufi.edu.vn

Ngày nhận bài: 03/6/2022; Ngày chấp nhận đăng: 13/7/2022

## TÓM TẮT

Bài báo này trình bày quá trình thiết kế mô phỏng bộ điều khiển PID cho hệ bóng và tắm. Vị trí quá bóng được điều khiển bám theo quỹ đạo cho trước nhờ vào việc điều khiển thay đổi góc nghiêng hai trục tọa độ của tắm. Trong một điều kiện với thông số cụ thể của hệ thống thì quá trình truy tìm các hệ số cho bộ điều khiển được trình bày và lựa chọn. Ngoài ra với điều kiện tuyến tính hóa cụ thể cho phương trình (2) cũng được trình bày. Kết quả mô phỏng cho thấy bộ điều khiển PID với bộ thông số được xác định bằng phương pháp Ziegler-Nichols đã làm cho hệ thống ổn định và xác lập tốt.

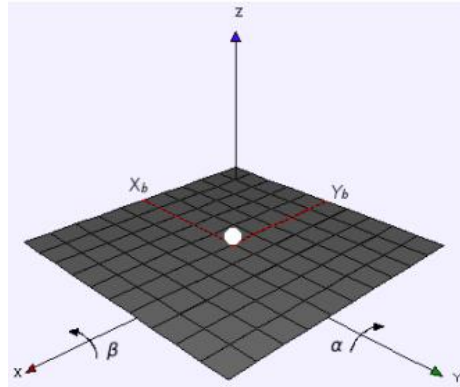
*Từ khóa:* Bóng và tắm, điều khiển PID, phương pháp Ziegler-Nichols.

## 1. GIỚI THIỆU

Hệ bóng và tắm là hệ mở rộng của hệ thống cân bằng bóng và thanh kinh điển - với hệ thống chỉ có hai bậc tự do, nơi bóng chỉ di chuyển theo hai hướng dựa trên chuyển động lên xuống của thanh, trong khi với hệ tắm và bóng, độ phức tạp sẽ tăng cao với bóng được lăn một cách tự do trên mặt tắm phẳng. Hệ thống này mang tính chất phi tuyến cao, nó như một hệ chuẩn để kiểm tra các phương pháp điều khiển phi tuyến khác nhau. Quá trình nghiên cứu để tìm ra giải thuật điều khiển hệ bóng và tắm, giữ quả bóng ở một vị trí cụ thể trên tắm hoặc chuyển động theo một quỹ đạo đặt trước có thể áp dụng các giải thuật điều khiển kinh điển hay hiện đại cho hệ phi tuyến sau khi đã được tuyến tính hóa. Đã có rất nhiều nghiên cứu sử dụng các thuật toán điều khiển khác nhau để điều khiển hệ bóng và tắm như theo hướng nghiên cứu của nhóm Y. Wang, X. Li, Y. Li và B. Zhao [1] sử dụng mạng Neural để điều khiển hệ bóng và tắm. Các giải thuật dựa trên trí tuệ nhân tạo này có độ chính xác cao nhưng phức tạp trong thiết kế. Nhóm tác giả X. Fan, N. Zhang và S. Teng [2], J. Li và Z. Sun [3] đã thiết kế bộ điều khiển Logic mờ (Fuzzy) để điều khiển ổn định hệ bóng và tắm. Kết quả đáp ứng của hệ thống ổn định khi sử dụng bộ điều khiển Fuzzy. Tuy nhiên bộ điều khiển mờ hoạt động chủ yếu phụ thuộc vào kinh nghiệm và phương pháp rút ra kết luận theo tư duy con người, sau đó được cài đặt vào máy tính dựa trên cơ sở logic mờ. Theo hướng nghiên cứu của H. Bang và Y. S. Lee [4] hay Hongwei Liu và Yanyang Liang [5] đã sử dụng bộ điều khiển trượt để điều khiển hệ bóng và tắm. Kết quả là các nhóm tác giả đã xác định được hai mặt trượt theo định nghĩa của hàm Lyapunov, kết hợp hai mặt trượt này để điều khiển hệ bóng và tắm ổn định. Tuy nhiên trong phương pháp điều khiển trượt việc tìm kiếm bề mặt trượt của hệ thống là không dễ dàng. Hay như nghiên cứu của nhóm F. Zheng, X. Li, S. Wang và D. Ding [6] đã điều khiển hệ bóng và tắm dựa trên cơ chế chuyển mạch. Tuy nhiên, khi sử dụng điều khiển chuyển mạch này thì vị trí góc lệch của bóng tương đối lớn. Bộ điều khiển PID điều khiển hệ bóng và tắm trong bài báo này sẽ đơn giản hơn trong việc thiết kế và cho đáp ứng tốt hơn.

## 2. KỸ THUẬT ĐIỀU KHIỂN

### 2.1. Cơ sở lý thuyết



Hình 1. Mô hình hệ bóng và tấm

Hệ bóng và tấm được mô tả trên Hình 1 với một bóng di chuyển tự do trên một tấm phẳng theo hai trục X và Y. Mong muốn của hệ cân bằng này là giữ ổn định cho bóng trên tấm phẳng ở vị trí đã biết hoặc cho bóng di chuyển theo quỹ đạo cho trước. Với yêu cầu trên, tấm sẽ được điều khiển nghiêng 2 góc  $\alpha$  và  $\beta$  bởi hai động cơ servo để bóng di chuyển đạt được vị trí mong muốn.

Hệ bóng và tấm có 4 bậc tự do, hai chuyển động của bóng so với tấm và hai chuyển động của tấm theo góc nghiêng. Đặt chuyển động của bóng là  $x_b$  và  $y_b$  tương ứng khi bóng di chuyển theo trục x và y, còn đối với chuyển động nghiêng theo trục x và trục y của tấm lần lượt là  $\alpha$  và  $\beta$ .

Một số giả thiết ban đầu được đưa ra cho hệ bóng và tấm là: bóng luôn tiếp xúc với tấm, bóng có thể lăn trên tấm mà không bị trượt, tấm cứng và đồng nhất, quả bóng là hình cầu, đặc và đồng nhất, tất cả các ma sát đều được bỏ qua. Từ đó ta có hệ phương trình vi phân không tuyến tính của hệ thống [7] là:

$$\begin{cases} \left( m_b + \frac{I_b}{r_b^2} \right) \ddot{x}_b - m_b \left( x_b \dot{\alpha}^2 + y_b \dot{\beta} \dot{\alpha} \right) + m_b g \sin \alpha = 0 \\ \left( m_b + \frac{I_b}{r_b^2} \right) \ddot{y}_b - m_b \left( x_b \dot{\alpha} \dot{\beta} + y_b \dot{\beta}^2 \right) + m_b g \sin \beta = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Với giả thiết ban đầu, quả bóng là hình cầu, đặc và đồng nhất, công thức tính mô men quán tính của bóng sẽ là:  $I_b = \frac{2}{5} m_b r_b^2$  thay vào (1) ta có:

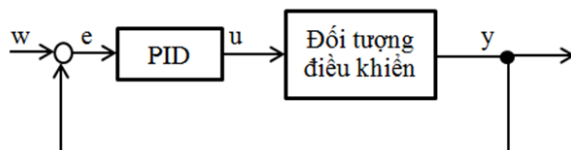
$$\begin{cases} m_b \left( \frac{5}{7} \ddot{x}_b - \left( x_b \ddot{\alpha} + y_b \dot{\beta} \dot{\alpha} \right) + g \sin \alpha \right) = 0 \\ m_b \left( \frac{5}{7} \ddot{y}_b - \left( y_b \dot{\beta}^2 + x_b \dot{\alpha} \dot{\beta} \right) + g \sin \beta \right) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Tuyến tính hóa hệ 2 phương trình trên với giá trị góc nghiêng của tấm nhỏ ( $\pm 5\%$ ):  $\alpha \ll 1$ ,  $\beta \ll 1$  suy ra:  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\sin \beta \approx \beta$  và tốc độ chuyển động của tấm chậm:  $\dot{\alpha} \ll 0$ ,  $\dot{\beta} \ll 0$  suy ra:  $\ddot{\alpha} \approx 0$ ,  $\ddot{\beta} \approx 0$ ,  $\dot{\alpha} \dot{\beta} \approx 0$  ta được:

$$\begin{cases} m_b \left( \frac{5}{7} \ddot{x}_b + g\alpha \right) = 0 \\ m_b \left( \frac{5}{7} \ddot{y}_b + g\beta \right) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

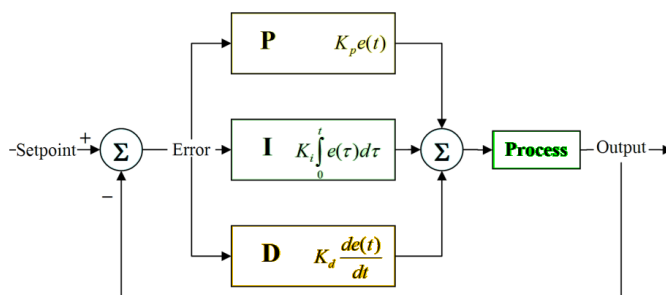
## 2.2. Điều khiển PID cho hệ bóng và tấm

Bộ điều khiển PID có cấu trúc đơn giản, dễ sử dụng nên được sử dụng rộng rãi trong điều khiển các đối tượng theo nguyên lý hồi tiếp (Hình 2). Bộ PID có nhiệm vụ đưa sai lệch  $e(t)$  của hệ thống về 0 sao cho quá trình quá độ thỏa mãn các yêu cầu cơ bản về chất lượng.



Hình 2. Điều khiển hồi tiếp với bộ điều khiển PID

Bộ điều khiển PID được mô tả bằng mô hình vào-ra, như sơ đồ bên dưới:



Hình 3. Sơ đồ khối của bộ điều khiển PID

Sơ đồ được mô tả lại bằng công thức như sau:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \quad (4)$$

Trong đó:  $e(t)$  - tín hiệu đầu vào;  
 $u(t)$  - tín hiệu đầu ra;  
 $K_p$  - hệ số khuếch đại;  
 $T_I$  - hằng số tích phân;  
 $T_D$  - hằng số vi phân.

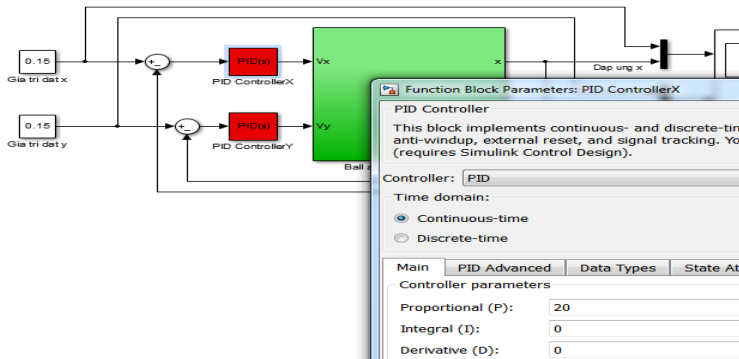
Từ mô hình vào - ra trên, ta có được hàm truyền đạt của bộ điều khiển PID:

$$R(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (5)$$

Có nhiều phương pháp xác định tham số của bộ điều khiển PID [1] [4], trong bài báo này tác giả sử dụng phương pháp Ziegler-Nichols thứ 2.

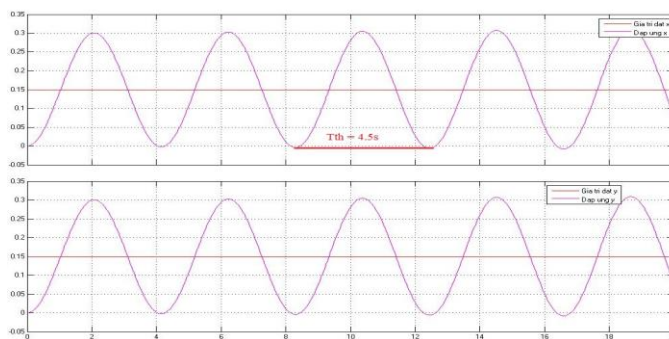
Các bước xác định thông số PID cho hệ thống theo phương pháp Ziegler-Nichols thứ 2:

**Bước 1:** Gắn độ lợi  $K_I$  và  $K_D$  bằng 0, còn độ lợi  $K_p$  được tăng cho đến khi nó tiến tới độ lợi tới hạn  $k_{th}$  (ở đây là 20, để đáp ứng nhanh đạt đến giá trị đặt) đến khi đáp ứng dao động từ đó xác định  $T_{th}$  và  $k_{th}$ , được thể hiện ở Hình 4.



Hình 4. Cài đặt giá trị cho bộ điều khiển PID để xác định  $T_{th}$  và  $k_{th}$

Ta thu được đáp ứng dao động của hệ thống để tính toán  $T_{th}$  và  $k_{th}$  như Hình 5.



Hình 5. Đáp ứng dao động khi  $K_p = 20$  và xác định  $T_{th}$  của hệ thống

$k_{th}$  và thời gian dao động  $T_{th}$  được dùng để tính toán như Bảng 1.

Bảng 1. Bảng tính toán các thông số của bộ PID

Thông số BĐK	$k_p$	$T_I$	$T_D$
P	$0,5k_{th}$	-	-
PI	$0,45k_{th}$	$0,85T_{th}$	-
PID	$0,6k_{th}$	$0,5T_{th}$	$0,125T_{th}$

**Bước 2:** Tính toán  $T_I$  và  $T_D$  của hệ thống dựa vào  $T_{th}$ , từ đó có bộ điều khiển PID mới, phù hợp với hệ bóng và tấm.

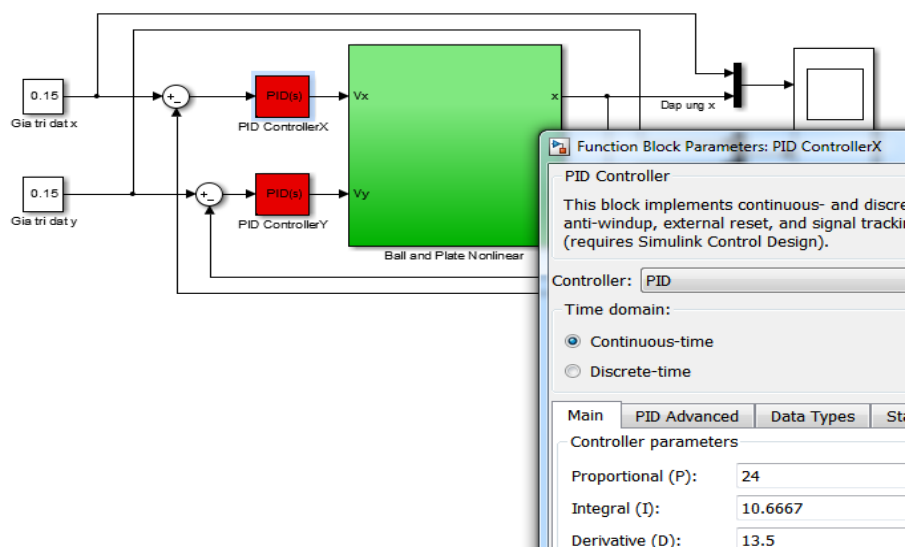
Do khi bộ điều khiển chỉ có khối P ta có:

$$K_p = 0,5 \times k_{th} \rightarrow \frac{K_p}{0,5} = \frac{20}{0,5} = k_{th} = 40 \quad (6)$$

Với  $T_{th} = 4,5$  (dựa vào đáp ứng), ta thu được các thông số mới cho bộ điều khiển PID hoàn chỉnh như sau:

$$\begin{aligned} K_p &= 0,6 \times k_{th} = 24 \\ T_I &= 0,5 \times T_{th} = 0,5 \times 4,5 = 2,25 \rightarrow K_I = \frac{K_p}{T_I} = 10,6667 \\ T_D &= 0,125 \times T_{th} = 0,5625 \rightarrow K_D = K_p \times T_D = 13,5 \end{aligned} \quad (7)$$

**Bước 3:** Cài đặt các hệ số mới cho bộ điều khiển và tiến hành kiểm tra lại đáp ứng của hệ thống.



Hình 6. Bộ điều khiển PID với hệ số mới

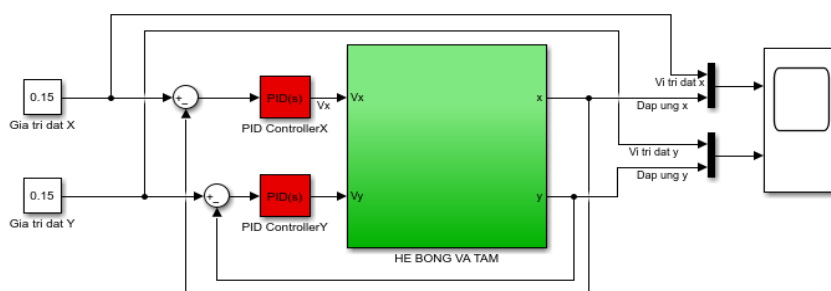
Bảng 2. Thông số vật lý để mô phỏng

Tham số	Ký hiệu	Giá trị	Đơn vị
Khối lượng của bóng	$m_b$	0,1	kg
Bán kính của bóng	$r_b$	0,015	m
Moment quán tính của bóng	$I_b$	$9.10^{-6}$	$kgm^2$
Moment quán tính của tấm	$I_p$	0,02	$kgm^2$
Góc nâng theo trục X	$K_t$	15	Arc
Góc nâng theo trục Y	R	15	Arc
Tọa độ bóng theo X	$x_b$	0	m
Tọa độ bóng theo Y	$y_b$	0	m
Gia tốc trọng trường	g	9,81	$m/s^2$
Hệ số hằng	$K_t$	0,022	
Hệ số hằng	$K_b$	0,025	
Tỷ số truyền	$K_g$	7	

### 3. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG VÀ BÀN LUẬN

#### 3.1. Khảo sát bộ điều khiển PID cho hệ bóng và tấm với tín hiệu vào là hằng số

##### 3.1.1. Sơ đồ Simulink bộ điều khiển PID cho hệ bóng và tấm với tín hiệu vào là hằng số

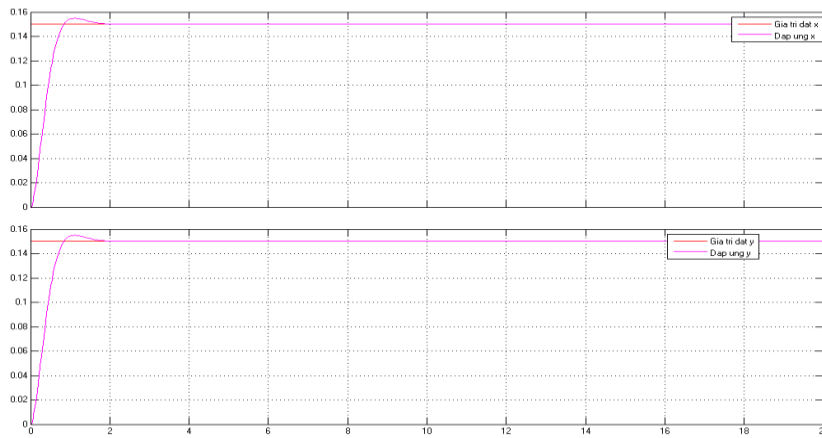


Hình 7. Sơ đồ Simulink bộ điều khiển PID điều khiển hệ bóng và tấm với tín hiệu vào là hằng số

Các thông số PID cho hệ bóng và tấm theo phương pháp Ziegler–Nichols thứ 2:  $K_p = 24; K_I = 10,6667; K_D = 13,5$

##### 3.1.2. Kết quả mô phỏng

Kết quả thu được, hệ thống đã đáp ứng tốt với độ vọt lố 0,01, thời gian đáp ứng 0,8 giây, hệ thống ổn định ở giây thứ 2.

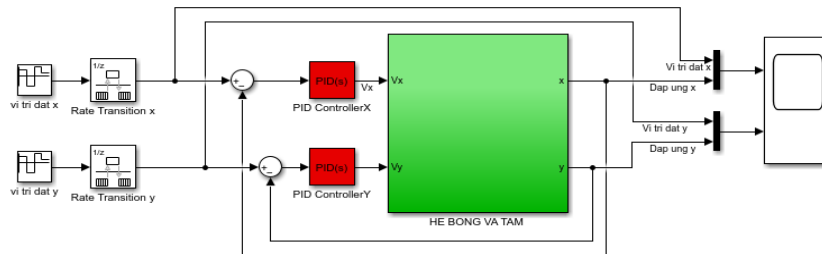


Hình 8. Đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào là hằng số

### 3.2. Khảo sát bộ điều khiển PID cho hệ bóng và tấm với tín hiệu vào là hàm Repeating Sequence Stair

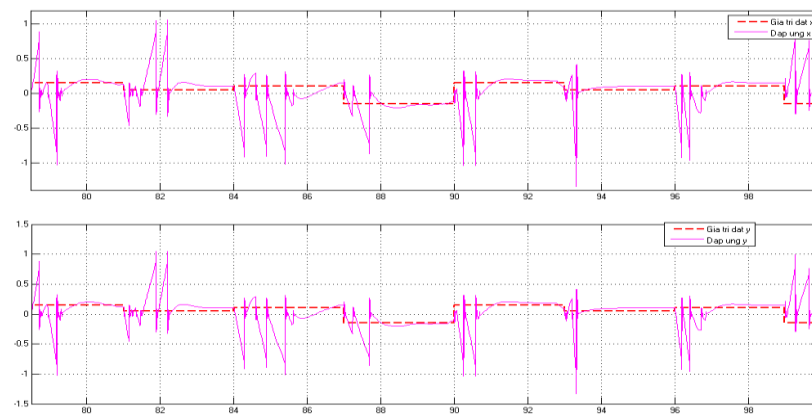
#### 3.2.1. Sơ đồ Simulink bộ điều khiển PID cho hệ bóng và tấm với tín hiệu vào là hàm Repeating Sequence Stair

Xét hệ bóng và tấm với tín hiệu vào là hàm Repeating Sequence Stair, đây là hàm cho phép tạo nên một tín hiệu tuần hoàn tùy ý, các bước thay đổi được, thích hợp cho điều khiển bóng đi theo một quỹ đạo được chọn trước.



Hình 9. Sơ đồ Simulink bộ điều khiển PID điều khiển hệ bóng và tấm với tín hiệu vào là hàm Repeating Sequence Stair

#### 3.2.2. Kết quả mô phỏng

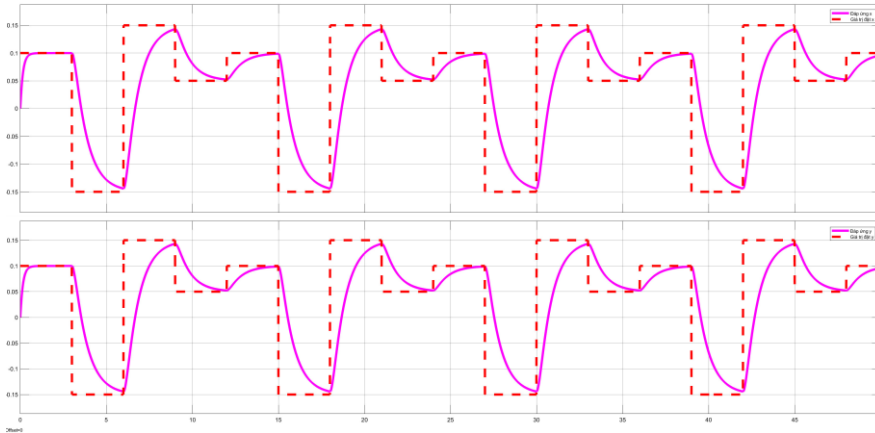


Hình 10. Đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào là hàm Repeating Sequence Stair với thông số PID giữ nguyên

Với các hệ số của bộ điều khiển PID giống với khi khảo sát nguồn vào là hằng số thì hệ thống không thể đáp ứng được khi thay đổi tín hiệu vào, dao động lớn, đặc biệt tại các vị trí chuyển trạng thái đột ngột của tín hiệu vào.

Để đáp ứng của hệ thống có thể bám theo tín hiệu đặt, tiến hành các bước xác định lại thông số PID như đã đề cập với bộ điều khiển có tín hiệu vào là hằng số nêu ở phần trên.

Áp dụng thông số mới cho bộ điều khiển:  $K_p = 1,2$ ;  $K_i = 0,2$ ;  $K_d = 13,7$ .



Hình 11. Đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào là hàm Repeating Sequence Stair

Ngõ ra của hệ thống bám theo tín hiệu đặt với sai số xác lập nhỏ (0,007), không có độ vọt lố, đáp ứng nhanh với vị trí dịch chuyển lớn.

#### 4. KẾT LUẬN

Với thông số sau khi chọn lọc cho bộ điều khiển PID bằng phương pháp Ziegler-Nichols cho hệ thống bóng và tấm đã được thực hiện bằng phần mềm mô phỏng Matlab cho thấy sau khi bộ thông số được chọn lọc thì kết quả ngõ ra bám theo tín hiệu đặt với độ vọt lố giảm về zero và đáp ứng chấp nhận được như thể hiện trong Hình 11. Ngoài ra mô hình tuyến tính của hệ bóng và tấm được xây dựng trên Matlab Simulink cũng đã được trình bày và bộ thông số điều khiển PID bằng phương pháp Ziegler-Nichols đã được lựa chọn. Tuy nhiên, trong bài báo này, tác giả đã bỏ qua ảnh hưởng của các lực ma sát và quán tính của bóng trên mặt trượt láng để dễ dàng tuyến tính hóa cho hệ thống. Vì vậy, khi xem xét ảnh hưởng quán tính của bóng trên mặt láng cần xây dựng nhiều giải thuật khác nhau để đánh giá đáp ứng của hệ thống chính xác hơn khi xét đến các yếu tố ảnh hưởng này.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Wang Y., Li X., Li Y., and Zhao B. - Identification of ball and plate system using multiple neural network models, 2019 International Conference on System Science and Engineering (ICSSE) (2019) 229-233, doi: 10.1109/ICSSE.2019.6257181.
2. Fan X., Zhang N., and Teng S. - Trajectory planning and tracking of ball and plate system using hierarchical fuzzy control scheme, Fuzzy Sets Syst. **144** (2) (2019) 297-312.
3. Li J., and Sun Z. - The study of simulation of fuzzy control in the ball and plate control system, Electric Machines and Control **5** (4) (2020) 270-273.



4. Bang H., and Lee Y.S. - Implementation of a ball and plate control system using sliding mode control, in IEEE Access **6** (3) (2018) 32401-32408.
5. Hongwei Liu, Yanyang Liang - Trajectory tracking sliding mode control of ball and plate system, 2017 2<sup>nd</sup> International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (CAR 2017) (2017) 142-145, doi: 10.1109/CAR.2017.5456649.
6. Zheng F., Li X., Wang S., and Ding D. - Position control of ball and plate system based on switching mechanism, 2018 IEEE International Conference on Automation and Logistics (ICAL) (2018) 233-237. doi: 10.1109/ICAL.2018.6024719.
7. Zeeshan A., Nauman N., and Jawad Khan M. - Design, control and implementation of a ball on plate balancing system, Proceedings of 2019 9<sup>th</sup> International Bhurban Conference on Applied Sciences & Technology (IBCAST) (2019) 22-26. doi: 10.1109/IBCAST.2019.6177520.

### **ABSTRACT**

#### **DESIGN OF PID CONTROLLER BASED ON ZIEGLER-NICHOLS METHOD FOR BALL AND PLATE SYSTEM**

Tran Thi Nhu Ha\*, Tran Hoan, Duong Van Khai  
*Ho Chi Minh City University of Food Industry*  
\*Email: [hattn@hufi.edu.vn](mailto:hattn@hufi.edu.vn)

This paper presents the simulation design process of PID controller for ball and plate system. The position of the ball is controlled to follow a given trajectory thanks to the control of changing the tilt angle of the two coordinate axes of the plate. In a condition with specific system parameters, the process of finding the coefficients for the controller is presented and selected. In addition, the specific linearization condition for equation (2) is also presented. The simulation results show that the PID controller with the set of parameters determined by the Ziegler-Nichols method has made the system stable and well established.

*Keywords:* Ball and plate, PID control, Ziegler-Nichols method.