

# TỐI ƯU HÓA HÌNH DẠNG TƯỜNG CHẮN

## SHAPE OPTIMIZATION OF RETAINING WALLS

Vũ Trường Vũ, Trịnh Bá Thăng

Đại học Giao thông vận tải Thành phố Hồ Chí Minh

vutruongvu@gmail.com

**Tóm tắt:** Bài báo trình bày hình dạng tối ưu của tường chắn trọng lực và tường chắn công-xon dựa trên sự kết hợp giữa phương pháp tối ưu hóa Differential Evolution với lý thuyết tính toán áp lực đất của Rankin và Coulomb. Dưới tác dụng của các tải trọng tính toán thông dụng như tĩnh tải, hoạt tải qui đổi và áp lực đất, tường chắn tối ưu có chi phí vật liệu nhỏ nhất và thỏa mãn các hệ số an toàn về trượt ngang, an toàn về lật, an toàn về cường độ của đất nền. Ngoài ra tường công-xon còn thỏa mãn an toàn về độ bền chịu uốn và chịu cắt. Bài báo cũng trình bày các tường chắn tối ưu với các giá trị khác nhau của chiều cao tường, cường độ của đất nền, góc ma sát trong của đất đắp, hoạt tải và độ nghiêng của mặt mái đất đắp.

**Từ khóa:** Tối ưu hóa hình dạng, tường chắn đất, differential evolution.

**Chỉ số phân loại:** 2.4

**Abstract:** The article presents the optimal shape of gravity retaining walls and cantilever retaining walls based on the combining between the Differential Evolution method and theories of Rankin and Coulomb for earth pressures. The optimal retaining walls, which are subjected to common loads such as dead loads, equivalent live loads and earth pressures, have the least material cost. They also satisfy all requirements on the safety of sliding, the safety of overturning and safety of soil bearing capacity. In addition, the cantilever retaining walls meet the safety of flexural strength and shear strength. The article also presents the optimal retaining walls with various values of parameters such as wall height, soil bearing capacity, angle of internal friction of backfill, equivalent live load and slope of backfill surface.

**Keywords:** Shape optimization, retaining wall, differential evolution.

**Classification number:** 2.4

### 1. Giới thiệu

Tường chắn là một trong những hạng mục quan trọng trong các tuyến đường đi qua những địa hình đồi núi. Hiện nay hầu như việc chọn lựa hình dạng, các thông số của tường chắn đều dựa trên kinh nghiệm, thông qua việc thử và sai trên một số ít phương án. Do đó, việc có thuật toán thích hợp để đưa ra hình dạng tường chắn tối ưu sẽ có ích cho việc thiết kế. Tại Việt Nam, tác giả chưa thấy công bố liên quan đến tối ưu hóa tường chắn. Trên thế giới đã có một số công trình liên quan như A. Saribas và F. Erbatur khảo sát độ nhạy và dạng tối ưu của tường chắn [1]; M. Ghazavi và A. Heidarpour nghiên cứu tối ưu hóa tường chắn có sườn tăng cường [2]; M. Asghar Bhatti dùng công cụ MS Excel Solver để tìm kết quả tối ưu [3], trong khi Mohammad Khajehzadeh và cộng sự dùng giải thuật Particle Swarm Optimization [4] và Gravitational Search [5]. Một điểm chung của các nghiên cứu trên là chỉ khảo sát một số ít các trường hợp tường chắn để minh họa cho phương pháp được sử dụng. Bài báo này sẽ trình bày tối ưu hóa tường chắn

trọng lực sử dụng giải thuật Differential Evolution (DE, tạm dịch là Tiến hóa khác biệt) và sẽ khảo sát một loạt các hình dạng tối ưu tương ứng với các điều kiện tải trọng, địa chất khác nhau.

### 2. Phương pháp Differential Evolution

Differential Evolution, được Storn và Price đề xuất [6], sử dụng các khái niệm tương tự như giải thuật di truyền: “quần thể” là tập hợp các cá thể, “lai ghép” là tạo ra cá thể mới bằng cách trộn lẫn các thành phần cá thể của thế hệ trước, và “lựa chọn” là việc giữ lại những cá thể tốt nhất cho thế hệ sau. Phép toán đặc trưng của phương pháp này là “đột biến”, được dùng để chuyển hướng tìm kiếm dựa trên thông tin có sẵn trong quần thể.

Xét một quần thể kích thước  $N$  gồm các véc-tơ có  $D$  chiều,  $x_{i,G}$   $i = 1, 2, \dots, N$  cho mỗi thế hệ  $G$ ,  $v_{i,G+1}$  là véc-tơ gây đột biến trong thế hệ  $(G + 1)$  và  $u_{i,G+1}$  là véc-tơ thử trong thế hệ  $(G + 1)$ . Ba phép toán trong DE được mô tả như sau:

- Đột biến:

$$v_{i,G+1} = x_{r1,G} + FM(x_{r2,G} - x_{r3,G}) \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

Với  $r_1, r_2, r_3$  là các số nguyên ngẫu nhiên trong khoảng  $[1, N]$ , khác lẫn nhau và khác chỉ số chạy  $i$ ;  $FM$  là hằng số đột biến trong khoảng  $[0, 2]$ .

- Lai ghép:

$$u_{i,G+1} = (u_{1i,G+1}, u_{2i,G+1}, \dots, u_{Di,G+1}) \quad (2)$$

Với:

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G+1} & \text{khi } (r \leq CR) \text{ hay } j = k \\ x_{ji,G} & \text{khi } (r > CR) \text{ và } j \neq k \end{cases}$$

$$j = 1, 2, \dots, D$$

Trong đó  $CR$  là hằng số lai ghép trong khoảng  $[0, 1]$ ,  $r$  là số ngẫu nhiên trong khoảng  $(0, 1)$ ,  $k$  là số nguyên ngẫu nhiên trong khoảng  $[1, D]$ .

- Chọn lựa:

$$x_{i,G+1} = \begin{cases} u_{i,G+1} & \text{khi } f(u_{i,G+1}) < f(x_{i,G}) \\ x_{i,G} & \text{khi khác đi} \end{cases} \quad (3)$$

Với  $f$  là hàm mục tiêu.

Phương pháp tối ưu DE trên được xây dựng cho các bài toán tối ưu không ràng buộc. Do đó kỹ thuật xử lý các ràng buộc cần được kết hợp với DE để giải các bài toán tối ưu có ràng buộc. Phương pháp so sánh lời giải thuộc vùng khả nghiệm và lời giải không thuộc vùng khả nghiệm sẽ được dùng thông qua giá trị hệ số phạt: Đối với bài toán cực tiểu hóa thì các lời giải không thuộc vùng khả nghiệm sẽ được cộng thêm một hệ số phạt cố định rất lớn (nhờ đó sẽ phân biệt được so với lời giải khả nghiệm), và kèm thêm một hệ số phạt biến đổi với giá trị càng lớn khi các ràng buộc bị vi phạm càng nhiều (nhờ đó lời giải ít vi phạm hơn sẽ được chọn).

### 3. Tính toán tường chắn

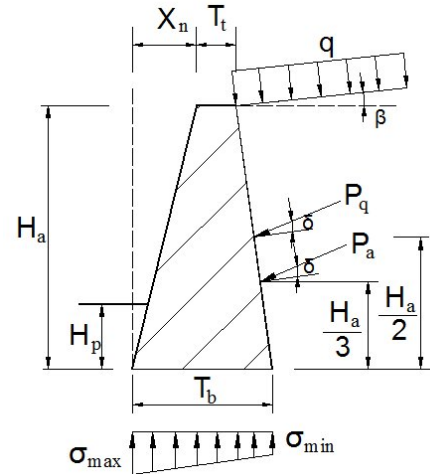
#### 3.1. Áp lực ngang của đất

Để ngắn gọn, bài báo chỉ tóm tắt những điểm chính trong việc tính áp lực ngang của đất, chi tiết cụ thể của lý thuyết tính toán có thể xem trong [7].

##### 3.1.1. Phương pháp Coulomb

Xét đến góc ma sát giữa đất đắp và lưng tường,  $\delta$ ; xét đến góc nghiêng của lưng tường. Trong trường hợp này, áp lực chủ động,  $P_a$ , và

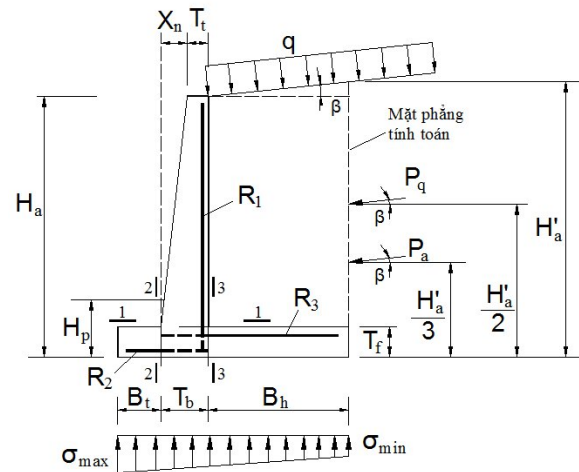
áp lực bị động,  $P_p$ , sẽ tạo với pháp tuyến của lưng tường một góc  $\delta$  như hình 1.



Hình 1. Mặt cắt ngang tường trọng lực.

#### 3.1.2 Phương pháp Rankin

Bỏ qua góc ma sát giữa đất đắp và lưng tường; không xét đến góc nghiêng của lưng tường (mặt phẳng tính toán luôn chọn thẳng đứng). Áp lực chủ động,  $P_a$ , sẽ nghiêng với phương ngang một góc  $\beta$  (chính là góc nghiêng của mái đất đắp). Các hệ số áp lực chủ động, bị động và vị trí hợp lực được cho trong hình 2.



Hình 2. Mặt cắt ngang tường công-xon.

### 3.2. Tính toán tường chắn

#### 3.2.1. Kiểm tra lật

Dưới tác dụng của áp lực đất, tĩnh tải và hoạt tải, tường được xem là an toàn về lật nếu thỏa điều kiện:

$$M_r/M_o \geq K_o$$

Trong đó  $M_r$  và  $M_o$  là mô men chống lật và mô men gây lật quanh mép ngoài chân tường;  $K_o$  là hệ số an toàn về lật.

### 3.2.2 Kiểm tra trượt phẳng

Tường được xem là an toàn về trượt phẳng nếu thỏa điều kiện:

$$F_r/F_s \geq K_s$$

Trong đó  $F_r$  và  $F_s$  là lực chống trượt và lực gây trượt dọc theo đáy móng;  $K_s$  là hệ số an toàn về trượt.

### 3.2.3. Kiểm tra ứng suất trong nền đất

Ứng suất trong nền đất phải thỏa điều kiện:

$$0 \leq \sigma_{min}, \sigma_{max} \leq R$$

Với  $R$  là cường độ của nền đất, ứng suất lớn nhất và nhỏ nhất được tính theo:

$$\sigma_{\min}^{\max} = \frac{P}{F} \pm \frac{M_x}{W_x}$$

Trong đó  $F$  là diện tích mặt đáy móng tường chắn,  $P$  là hợp lực thẳng đứng tác dụng lên tường,  $M_x$  là mô men của tất cả các ngoại lực đối với trục đi qua trọng tâm đáy móng và  $W_x$  là mô men chống uốn của tiết diện đáy móng tường.

### 3.2.4. Kiểm tra các mặt cắt nguy hiểm trong tường công-xon

Đối với tường công-xon, cần kiểm tra thêm khả năng chịu uốn và chịu cắt của các mặt cắt nguy hiểm tại chân tường, các mép trong và mép ngoài của bản móng. Theo TCVN 5574-2012 [8], các điều kiện này được thể hiện như sau:

Khả năng chịu uốn:

$$M \leq M_a = R_b b x (h_o - 0.5x)$$

Với  $M_a$  là khả năng chịu uốn của tiết diện tính toán;  $M$  là mômen uốn tại tiết diện tính toán;  $x$  là chiều cao vùng bê tông chịu nén,  $x = R_s A_s / R_b b$  (không tính cốt thép vùng chịu nén trong bài báo này);  $R_s$ ,  $R_b$  là cường độ chịu kéo khi uốn của thép và cường độ chịu nén của bê tông;  $A_s$  là diện tích cốt thép chịu kéo;  $b$  là bề rộng của tiết diện, chọn  $b = 1 \text{ m}$ ;  $h_o$  là chiều cao làm việc của tiết diện. Khả năng chịu cắt của bê tông:

$$Q \leq Q_a = 0.6 R_{bt} b h_o$$

Với  $Q$ ,  $Q_a$  là lực cắt và khả năng chịu cắt của tiết diện tính toán;  $R_{bt}$  là cường độ chịu kéo của bê tông;  $b$  và  $h_o$  tương tự như trên.

### 4. Thiết lập bài toán tối ưu

Bài toán tối ưu tường chắn được phát biểu như sau:

Cực tiểu hóa chi phí:

$$W = \gamma_c V_c + \eta \gamma_s V_s$$

Thỏa các ràng buộc:

- An toàn lật:  $M_r/M_o \geq K_o$

- An toàn trượt phẳng:  $F_r/F_s \geq K_s$

- Cường độ nền đất:  $0 \leq \sigma_{min}, \sigma_{max} \leq R$

Đối với tường dạng công-xon, cần phải thỏa thêm các điều kiện sau:

- Độ bền chịu uốn và chịu cắt tại ba mặt cắt 1-1, 2-2 và 3-3 như trong hình 2.

$$M \leq M_a, Q \leq Q_a$$

Trong đó:

$W$ : Chi phí (tương đối) 1 m dài tường;

$\gamma_c, \gamma_s$ : Trọng lượng riêng của bê tông và của cốt thép;

$\eta$ : Tỷ số đơn giá cốt thép và bê tông;

$V_c, V_s$ : Thể tích bê tông và thể tích cốt thép cho 1 m dài tường;

$M_r, M_o$ : Mô men chống lật và gây lật quanh mép ngoài chân tường;

$F_r, F_s$ : Lực chống trượt và gây trượt phẳng dọc theo đáy móng;

$K_o, K_s$ : Hệ số an toàn lật và an toàn trượt;

$\sigma_{min}, \sigma_{max}, R$ : Ứng suất nhỏ nhất, lớn nhất đáy tường tác dụng lên nền và cường độ của đất nền;

$M_a, Q_a$ : Khả năng chịu uốn và chịu cắt của tiết diện tính toán;

$M, Q$ : Mô men uốn và lực cắt tại tiết diện tính toán.

Để giải bài toán tối ưu trên, chương trình viết bằng ngôn ngữ MATLAB sẽ thực hiện các tính toán, kiểm tra tường chắn. Đồng thời, chương trình này sẽ kết hợp với phương pháp tối ưu để tìm lời giải tốt nhất. Biến thiết kế là tiết diện tường chắn và diện tích cốt thép chịu lực. Các biến này được phát sinh, chọn lọc dựa trên cơ chế của thuật toán tối ưu DE như đã trình bày. Các thông số của phương pháp tối ưu gồm hằng số lai ghép  $CR = 0.9$  và đột biến  $FM = 0.5$ . Đây là những giá trị thông dụng để có được lời giải tốt. Kích thước quần thể  $N = 50$  và số lần lặp  $I = 300$  được chọn trên cơ sở chạy thử nhiều lần đảm bảo cho sự hội tụ ổn định của lời giải.

### 5. Các bài toán và kết quả

#### 5.1. Tường chắn trọng lực

Tường trọng lực được khảo sát làm bằng bê tông không có cốt thép chịu lực. Do đó, hàm mục tiêu của bài toán có thể chuyển về dạng đơn giản là diện tích mặt cắt ngang tường; các ràng buộc chỉ gồm điều kiện lật quanh mép ngoài tường, điều kiện trượt phẳng và điều kiện cường độ của đất nền dưới đáy tường chắn. Lời giải của Coulomb, có xét đến tính ma sát giữa đất đắp và lưng tường, được áp dụng.

Để thiên về an toàn, các tính toán sẽ bỏ qua ảnh hưởng áp lực bị động của khối đất trước tường. Hình dạng của tường được mô tả trong hình 1. Các biến thiết kế gồm bề rộng đỉnh tường  $T_t$ , bề rộng chân tường  $T_b$ , và độ nghiêng tường  $X_n$ . Giới hạn tìm kiếm của các biến này, dựa trên sự làm việc tương đối hợp lí của tường, được giả định như sau:

$$0.01 \cdot H_a \leq T_t \leq H_a$$

$$0.01 \cdot H_a \leq T_b \leq H_a$$

$$-0.2 \cdot H_a \leq X_n \leq 0.5 \cdot H_a$$

Với  $H_a$  là chiều cao tường.

Bài báo sẽ khảo sát các trường hợp khác nhau của chiều cao tường  $H_a$ , cường độ đất nền  $R$ , góc ma sát đất đắp  $\varphi$ , độ nghiêng của mái đất đắp  $\beta$  và cường độ hoạt tải phân bố đều  $q$  trên mái đất đắp. Cụ thể như sau:

- Chiều cao tường,  $H = 1 - 8$  m, bước tăng cho mỗi tường là 1 m;

- Cường độ đất nền,  $R = 1.5 \text{ daN/cm}^2, 2.0 \text{ daN/cm}^2, 2.5 \text{ daN/cm}^2$ ;

- Góc ma sát đất đắp,  $\varphi = 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$  (dùng loại đất rời, không xét đến lực dính);

- Độ nghiêng mái đất đắp,  $\beta = 0, 10^\circ, 20^\circ$ ;

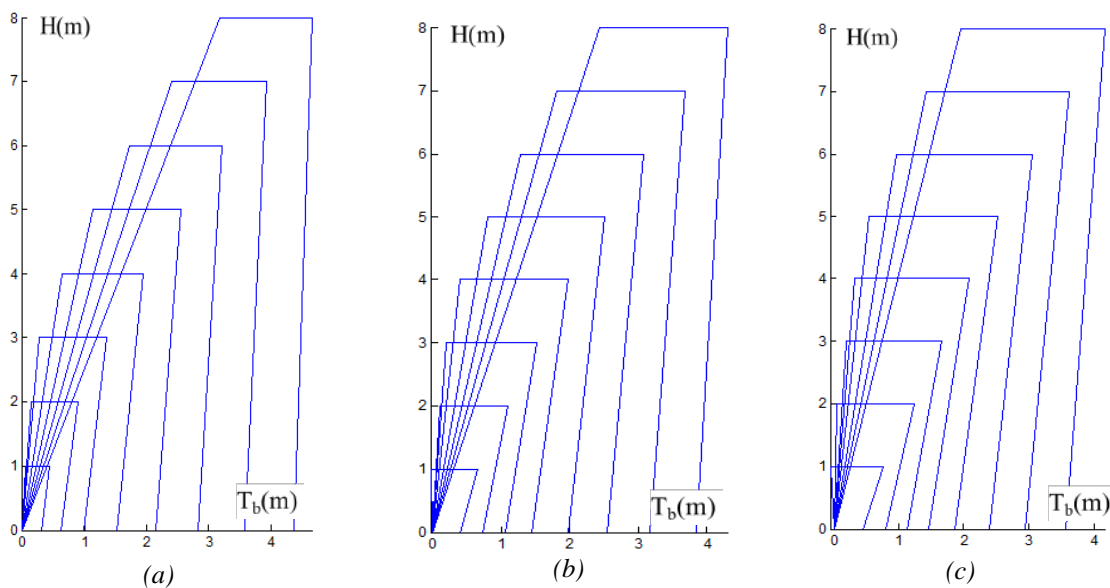
- Cường độ hoạt tải phân bố đều,  $q = 0, 10 \text{ kN/m}^2, 20 \text{ kN/m}^2$ .

Các số liệu khác được giả định như sau: Trọng lượng riêng đất đắp  $18 \text{ kN/m}^3$ , trọng lượng riêng bê tông  $24 \text{ kN/m}^3$ , hệ số ma sát giữa đất nền và móng tường  $\mu = 0.5$ , góc ma sát giữa đất đắp và lưng tường  $\delta = \varphi/2$ , chiều dày lớp đất trước tường  $H_p = 0.5 \text{ m}$  (tuy nhiên, để an toàn ta không tính áp lực bị động của khối đất trước tường này). Hệ số an toàn lật  $K_o$  và trượt phẳng  $K_s$  đều lấy bằng 1.5.

### 5.1.1. Kết quả

- Thông số của 24 trường hợp tường chắn tối ưu được cho trong bảng 1. Các tường được chia thành 3 nhóm với các thông số khác nhau của cường độ đất nền  $R$ , góc ma sát đất đắp  $\varphi$ , độ nghiêng mái đất đắp  $\beta$ , và cường độ hoạt tải phân bố đều  $q$ .

- Hình dạng tường chắn tối ưu được mô tả trong các hình 3. Mỗi hình nhỏ bao gồm một bộ 8 tường chắn có chiều cao từ 1-8m.



**Hình 3.** Hình dạng tối ưu của tường chắn trọng lực có  $H = 1-8 \text{ m}$ .

(a)  $\varphi = 25^\circ, \beta = 0^\circ, R = 1.5 \text{ daN/cm}^2, q = 0$ ;

(b)  $\varphi = 30^\circ, \beta = 10^\circ, R = 2.0 \text{ daN/cm}^2, q = 10 \text{ daN/cm}^2$ ;

(c)  $\varphi = 35^\circ, \beta = 20^\circ, R = 2.5 \text{ daN/cm}^2, q = 20 \text{ daN/cm}^2$ .



**Bảng 1.** Thông số tường chắn trọng lực tối ưu.

	Ha (m)	S (m <sup>2</sup> )	T <sub>t</sub> (m)	T <sub>b</sub> (m)	X (m)	SF <sub>o</sub>	SF <sub>s</sub>	σ <sub>max</sub> (daN/cm <sup>2</sup> )	σ <sub>min</sub> (daN/cm <sup>2</sup> )
φ = 25°, β = 0°, R = 1.5 daN/cm <sup>2</sup> , q = 0	1	0.3467	0.37	0.32	0.08	2.06	1.5	0.54	0.00
	2	1.3867	0.75	0.64	0.15	2.06	1.5	1.07	0.00
	3	3.1316	1.09	1.00	0.28	2.15	1.5	1.50	0.06
	4	5.6547	1.29	1.54	0.65	2.60	1.5	1.50	0.34
	5	8.9439	1.42	2.16	1.14	3.05	1.5	1.50	0.59
	6	13.0056	1.50	2.84	1.72	3.49	1.5	1.50	0.82
	7	17.8429	1.52	3.57	2.40	3.95	1.5	1.50	1.04
	8	23.4560	1.50	4.36	3.17	4.42	1.5	1.50	1.25
φ = 30°, β = 10°, R = 2.0 daN/cm <sup>2</sup> , q = 10 daN/cm <sup>2</sup>	1	0.5425	0.68	0.41	-0.01	2.04	1.5	0.65	0.00
	2	1.7397	1.00	0.74	0.10	2.09	1.5	1.18	0.00
	3	3.5460	1.31	1.05	0.21	2.11	1.5	1.70	0.00
	4	6.0048	1.56	1.44	0.42	2.28	1.5	2.00	0.12
	5	9.1875	1.70	1.97	0.81	2.66	1.5	2.00	0.40
	6	13.0563	1.80	2.55	1.28	3.05	1.5	2.00	0.65
	7	17.6150	1.86	3.18	1.82	3.46	1.5	2.00	0.89
	8	22.8654	1.87	3.84	2.43	3.87	1.5	2.00	1.12
φ = 35°, β = 20°, R = 2.5 daN/cm <sup>2</sup> , q = 20 daN/cm <sup>2</sup>	1	0.6385	0.83	0.45	-0.05	1.99	1.5	0.68	0.00
	2	1.9821	1.18	0.80	0.06	2.06	1.5	1.22	0.00
	3	3.9131	1.47	1.14	0.19	2.10	1.5	1.73	0.00
	4	6.4163	1.75	1.46	0.33	2.11	1.5	2.22	0.00
	5	9.5653	1.97	1.86	0.56	2.25	1.5	2.50	0.12
	6	13.4481	2.09	2.39	0.96	2.55	1.5	2.50	0.39
	7	17.9944	2.18	2.96	1.42	2.85	1.5	2.50	0.65
	8	23.2076	2.24	3.56	1.95	3.16	1.5	2.50	0.89

### 5.1.2. Nhận xét

Quan sát các thông số và hình dạng tối ưu, có thể rút ra một số nhận xét sau:

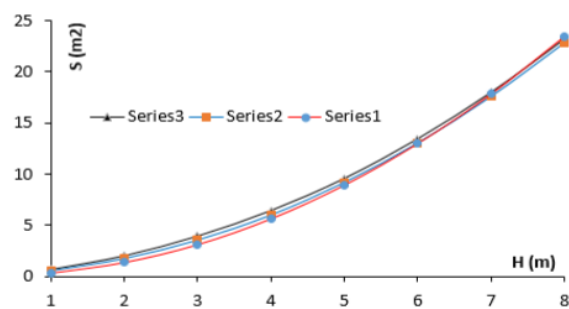
- Độ ổn định trượt phẳng có tính quyết định, với giá trị luôn bằng giá trị giới hạn 1.5 theo yêu cầu ban đầu của bài toán. Trong khi đó, độ ổn định lật hầu như luôn lớn hơn 2;

- Khi chiều cao tường tăng, ứng suất lớn nhất sẽ đạt đến cường độ của đất nền;

- Độ nghiêng lưng tường (mặt tiếp xúc đất đắp sau tường) nhỏ hơn ngực tường (mặt tự do) và cả hai đều nghiêng về phía đất đắp trong các trường hợp khảo sát;

- Bề rộng tại đỉnh tường nhỏ hơn tại chân tường. Trong một số trường hợp, bề rộng đỉnh tường có thể lớn hơn chân tường. Ví dụ hình 3b, 3c với những trường hợp chiều cao tường nhỏ;

- Quan hệ giữa tiết diện tường và chiều cao đắp đất theo dạng hàm mũ như hình 4.

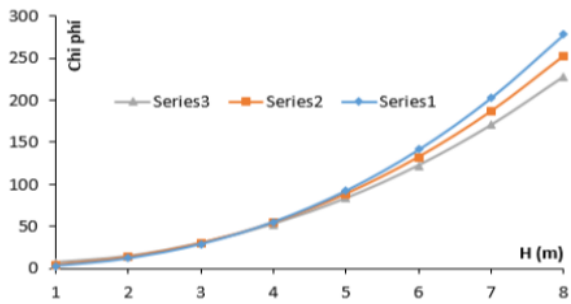


**Hình 4.** Quan hệ giữa diện tích tiết diện tường trọng lực với chiều cao, tải trọng, góc ma sát và độ nghiêng mái đất đắp.

(Series 1) φ = 25°, β = 0°, R = 1.5 daN/cm<sup>2</sup>, q = 0

(Series 2) φ = 30°, β = 10°, R = 2.0 daN/cm<sup>2</sup>,  
q = 10 daN/cm<sup>2</sup>

(Series 3) φ = 35°, β = 20°, R = 2.5 daN/cm<sup>2</sup>,  
q = 20 daN/cm<sup>2</sup>



**Hình 5.** Quan hệ giữa chi phí tường công-xon với chiều cao, tải trọng, góc ma sát và độ nghiêng mái đất đắp.

(Series 1)  $\varphi = 25^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$ ,  $R = 1.5 \text{ daN/cm}^2$ ,  $q = 0$

(Series 2)  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\beta = 5^\circ$ ,  $R = 2.0 \text{ daN/cm}^2$ ,  
 $q = 5 \text{ daN/cm}^2$

(Series 3)  $\varphi = 35^\circ$ ,  $\beta = 10^\circ$ ,  $R = 2.5 \text{ daN/cm}^2$ ,  
 $q = 10 \text{ daN/cm}^2$

## 5.2. Tường công-xon

Tương tự với tường trọng lực, bài báo sẽ khảo sát các trường hợp khác nhau của chiều cao tường, cường độ đất nền, góc ma sát đất đắp, độ nghiêng của mái đất đắp  $\beta$  và cường độ hoạt tải phân bố đều  $q$  trên mái đất đắp. Ngoài một vài khác biệt về giá trị sử dụng của  $q$  và  $\beta$ , các thông số được lấy tương tự tường trọng lực. Ngoài ra, do có kiểm tra độ bền chịu uốn và chịu cắt nên chọn các thông số liên quan gồm cường độ chịu kéo của thép AII là 280MPa, cường độ chịu nén và cường độ chịu kéo của bê tông có cấp độ bền chịu nén B20 lần lượt là 11.5 MPa và 0.9 MPa, chiều dày lớp bê tông bảo vệ là 4 cm. Chọn tỉ số đơn giá giữa cốt thép và bê tông dựa theo khối lượng,

$\eta = 25$ . Để đơn giản, hệ số này được đưa vào hàm mục tiêu thay cho đơn giá cụ thể của bê tông và cốt thép, như đã trình bày ở trên.

Các biến thiết kế (9 biến, xem hình 2) gồm bề rộng đỉnh tường  $T_t$ , bề rộng chân tường  $T_b$ , độ nghiêng tường  $X_n$ , bề rộng phần trước bản móng  $B_t$ , bề rộng phần sau bản móng  $B_h$ , chiều dày bản móng  $T_f$ , diện tích cốt thép tại mặt cắt 1-1 chân tường  $R_1$ , tại mặt cắt 2-2 trước tường  $R_2$ , và mặt cắt 3-3 sau tường  $R_3$ . Giới hạn tìm kiếm của các biến này, dựa trên sự làm việc tương đối hợp lý của tường theo [9], được chọn như sau:

$$0.05 * H_a \leq T_t, T_b \leq 0.2 * H_a$$

$$-0.05 * H_a \leq X_n \leq 0.1 * H_a$$

$$0.05 * H_a \leq B_t \leq 0.3 * H_a$$

$$0.05 * H_a \leq B_h \leq 0.7 * H_a$$

$$0.05 * H_a \leq T_f \leq 0.2 * H_a$$

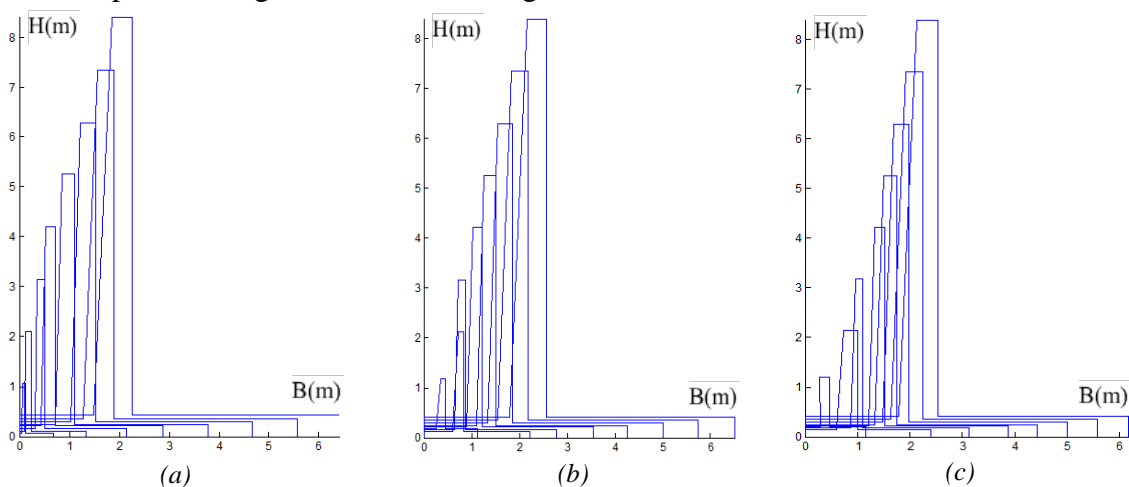
$$0.1\% \leq \text{hàm lượng thép } R_1, R_2, R_3 \leq 3\%$$

Phương pháp Rankin được sử dụng cho loại tường này. Mặt phẳng dùng để kiểm tra ổn định tổng thể đi qua mép của bản móng trong, minh họa trong hình 2.

### 5.2.1. Kết quả

- Giá trị hàm mục tiêu, các thông số của 3 nhóm gồm 24 tường chắn ứng với các giá trị của  $q$ ,  $R$ ,  $H_a$ ,  $\varphi$  và  $\beta$  được cho trong bảng 2.

- Hình dạng của các tường này được minh họa trong các hình 6. Mỗi hình nhỏ bao gồm một bộ 8 tường chắn có chiều cao từ 1-8m.



**Hình 6.** Hình dạng tối ưu của tường chắn công-xon có  $H = 1-8\text{m}$ .

(a)  $\varphi = 25^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$ ,  $R = 1.5 \text{ daN/cm}^2$ ,  $q = 0$ ;

(b)  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\beta = 5^\circ$ ,  $R = 2.0 \text{ daN/cm}^2$ ,  $q = 5 \text{ daN/cm}^2$ ;

(c)  $\varphi = 35^\circ$ ,  $\beta = 10^\circ$ ,  $R = 2.5 \text{ daN/cm}^2$ ,  $q = 10 \text{ daN/cm}^2$ .

**Bảng 2.** Thông số tường chắn công-xon tối ưu

	H <sub>a</sub> (m)	Chi phí	T <sub>t</sub> (m)	T <sub>b</sub> (m)	X <sub>n</sub> (m)	B <sub>t</sub> (m)	B <sub>h</sub> (m)	T <sub>f</sub> (m)	R <sub>1</sub> (m <sup>2</sup> )	R <sub>2</sub> (m <sup>2</sup> )	R <sub>3</sub> (m <sup>2</sup> )	μ (%)
φ = 25°, β = 0°, R = 1.5 daN/cm <sup>2</sup> , q = 0	1	3.04	0.05	0.07	0.02	0.05	0.55	0.06	0.0002	0.0001	0.0002	0.68
	2	12.00	0.10	0.13	0.03	0.10	1.10	0.10	0.0004	0.0001	0.0007	0.58
	3	28.99	0.15	0.20	0.05	0.31	1.63	0.15	0.0008	0.0002	0.0011	0.56
	4	55.35	0.20	0.29	0.09	0.43	2.16	0.20	0.0012	0.0002	0.0018	0.56
	5	92.39	0.25	0.39	0.14	0.72	2.67	0.25	0.0016	0.0005	0.0024	0.59
	6	141.21	0.30	0.50	0.20	1.01	3.17	0.30	0.0021	0.0008	0.0031	0.61
	7	202.89	0.35	0.63	0.28	1.27	3.66	0.35	0.0026	0.0012	0.0039	0.64
	8	278.37	0.40	0.77	0.37	1.49	4.15	0.42	0.0032	0.0015	0.0047	0.64
φ = 30°, β = 5°, R = 2.0 daN/cm <sup>2</sup> , q = 5 daN/cm <sup>2</sup>	1	4.48	0.05	0.11	0.06	0.30	0.70	0.07	0.0001	0.0001	0.0003	0.39
	2	13.51	0.10	0.13	0.03	0.10	1.21	0.11	0.0004	0.0001	0.0008	0.54
	3	30.00	0.15	0.20	0.05	0.39	1.64	0.15	0.0008	0.0002	0.0012	0.57
	4	54.72	0.20	0.29	0.09	0.56	2.07	0.20	0.0011	0.0003	0.0017	0.55
	5	88.55	0.25	0.38	0.13	0.76	2.50	0.25	0.0015	0.0005	0.0022	0.55
	6	132.27	0.30	0.49	0.19	0.98	2.91	0.30	0.0020	0.0008	0.0028	0.58
	7	186.61	0.35	0.60	0.25	1.21	3.32	0.35	0.0024	0.0011	0.0034	0.58
	8	252.28	0.40	0.72	0.32	1.43	3.72	0.40	0.0029	0.0014	0.0041	0.60
φ = 35°, β = 10°, R = 2.5 daN/cm <sup>2</sup> , q = 10 daN/cm <sup>2</sup>	1	6.90	0.13	0.20	0.07	0.30	0.70	0.07	0.0001	0.0001	0.0004	0.26
	2	14.30	0.10	0.13	0.03	0.10	1.24	0.13	0.0004	0.0001	0.0009	0.53
	3	29.85	0.15	0.20	0.05	0.44	1.57	0.15	0.0007	0.0002	0.0013	0.57
	4	52.56	0.20	0.28	0.08	0.56	1.92	0.20	0.0011	0.0003	0.0017	0.55
	5	83.17	0.25	0.37	0.12	0.70	2.26	0.25	0.0014	0.0005	0.0021	0.54
	6	122.24	0.30	0.46	0.16	0.87	2.59	0.30	0.0019	0.0007	0.0026	0.55
	7	170.31	0.35	0.57	0.22	1.03	2.92	0.35	0.0023	0.0009	0.0030	0.54
	8	227.88	0.40	0.68	0.28	1.20	3.24	0.40	0.0027	0.0012	0.0036	0.55

### 5.2.2 Nhận xét

Tương tự tường trọng lực, ta có thể thấy một số tính chất sau:

- Tương quan giữa hàm mục tiêu và chiều cao tường chắn có dạng hàm mũ, như hình 6.

Từ kết quả diện tích cốt thép chịu lực, ta có thể thấy:

- Chiều cao tường ảnh hưởng không đáng kể đến hàm lượng thép. Ngoại trừ trường hợp chiều cao tường thấp ( $h = 1\text{m}$ ), giá trị trung bình của  $\mu$  là 0.55%, dao động từ 0.53% (min) đến 0.68% (max).

- Diện tích cốt thép trong tường giảm theo thứ tự sau: phần sau của móng ( $R_3$ ), phần thân tường ( $R_1$ ) và phần trước của móng ( $R_2$ ). Trong đó giá trị  $R_3$  và  $R_1$  chênh lệch không nhiều và  $R_2$  tối đa chỉ khoảng phân nửa giá trị của  $R_3$ .

- Hình dạng tường chắn tối ưu trong hình 4 cho thấy khá rõ tính đồng dạng của tường khi chiều cao thay đổi. Lưng tường ít nghiêng hơn trường hợp tường trọng lực. Khi cường độ nền đất thấp thì chiều dài bản móng tăng lên để làm giảm áp lực xuống nền đất.

### 6. Kết luận

Bài báo sử dụng thuật toán Differential Evolution để tìm tiết diện tối ưu tường chắn với hàm mục tiêu là tổng chi phí vật liệu, bao gồm bê tông và cốt thép chịu lực. Hàm ràng buộc là các điều kiện an toàn về lật, trượt phẳng, ứng suất nền đất, độ bền của các mặt cắt nguy hiểm trong tường chắn loại công-xon. Do giới hạn khuôn khổ nên bài báo chỉ trình bày hình dạng tối ưu của 24 trường hợp tường chắn trọng lực và 24 trường hợp tường chắn công-xon. Từ đó đã rút ra một số nhận xét về hình dạng tối ưu của tường chắn. Kết

quả đầy đủ của 1152 tường chắn trọng lực và 1440 tường chắn công-xon (xem [10]). Do khai thác được tính tự động hóa tính toán khi tìm lời giải tối ưu nên phương pháp đã trình bày dễ dàng thực hiện nhiều trường hợp tường chắn với các điều kiện đất đắp, địa chất và tải trọng khác nhau □

#### Tài liệu tham khảo

- [1] **A. Saribas and F. Erbatur**, *Optimization and sensitivity of retaining structures*, ASCE Journal of Geotechnical Engineering, 122 (8), 649-656, 1996.
- [2] **M. Ghazavi and A. Heidarpour**, *Optimization of Counterfort Retaining Walls*, Fourth International Conference of Earthquake Engineering and Seismology, Iran, 2003.
- [3] **M. Asghar Bhatti**, *Retaining Wall Design Optimization with MS Excel Solver*, 17th Analysis and Computation Specialty Conference, ASCE, 2006
- [4] **Mohammad Khajehzadeh et al.**, *Economic Design of Retaining Wall Using Particle Swarm Optimization with Passive Congregation*, Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 4(11): pp. 5500-5507, 2010.
- [5] **Mohammad Khajehzadeh and Mahdiyeh Eslami**, *Gravitational search algorithm for optimization of retaining structures*, Indian Journal of Science and Technology, 5 (1), pp. 1821-1827, 2012.
- [6] **Storn, R. and K. Price**, *Differential Evolution - A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces*, in Technical Report TR-95-012. 1995, International Computer Science Institute, Berkeley.
- [7] **Bowles, J.E.** *Foundation Analysis and Design*, 5th Ed., McGraw-Hill, 1997
- [8] *Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép – Tiêu chuẩn thiết kế*, TCVN 5574 : 2012
- [9] *Công trình thủy lợi – Quy trình thiết kế tường chắn công trình thủy lợi*, TCVN 9152 : 2012.
- [10] **Vũ Trường Vũ, Trịnh Bá Thắng**, *Tối ưu hóa tường chắn đất*, đề tài nghiên cứu khoa học cấp cơ sở, 2015

**Ngày nhận bài: 24/4/2020**

**Ngày chuyển phản biện: 29/4/2020**

**Ngày hoàn thành sửa bài: 20/5/2020**

**Ngày chấp nhận đăng: 26/5/2020**