

## CƠ SỞ LÝ THUYẾT XÁC ĐỊNH CHÊNH CAO GIỮA CÁC ĐIỂM

Đỗ Minh Tuấn\* và Huỳnh Nguyễn Định Quốc

Trường Đại học Tài nguyên và Môi trường Thành phố Hồ Chí Minh

\*Người chịu trách nhiệm về bài viết: Đỗ Minh Tuấn (email: [dmtuan@hcmunre.edu.vn](mailto:dmtuan@hcmunre.edu.vn))

### Thông tin chung:

Ngày nhận bài: 04/04/2019

Ngày nhận bài sửa: 01/06/2019

Ngày duyệt đăng: 30/10/2019

### Title:

Theoretical basis for calculating the differences in height between points

### Từ khóa:

EGM2008, GNSS, PPP (precise point positioning), thế trọng trường

### Keywords:

EGM2008, GNSS, gravity geopotential, PPP (precise point positioning)

### ABSTRACT

In traditional survey, the difference in height between two points is determined by geometric levelling method, which is suitable in case of short distance between two points. When the distance between two points is hundreds of km long, the cost of surveying may become very high. In this paper, two other methods for calculating the difference in height between two points will be introduced. Based on GNSS received data, differences in height are calculated by two methods: (1) subtracting two equipotential surfaces at two points or (2) subtracting the elevations of two points. An experiment was conducted (at Nha Trang and Ho Chi Minh city) in order to verify given formulas. Results showed that errors are acceptable as they do not exceed Acceptable Error Limits, given by Technical Normative Standard, and hence, GNSS would have been a better choice than Geometric Levelling method in some cases.

### TÓM TẮT

Trong công tác đo đạc truyền thống, để xác định chênh cao giữa 2 điểm cần phải thực hiện đo thủy chuẩn hình học, với phương pháp đo này, khi khoảng cách giữa 2 điểm xa (hàng trăm km), chi phí sẽ rất lớn. Trong bài báo này, nhóm tác giả đề cập đến 2 phương pháp khác để tính chênh cao giữa 2 điểm. Điểm đặc biệt của 2 phương pháp này là sử dụng kết quả đo GNSS để tính chênh cao thông qua: (1) tính hiệu số thế giữa 2 mặt đẳng thế đi qua 2 điểm hay (2) tính hiệu độ cao qua việc xử lý số liệu đo tuyệt đối (tương đối). Hai điểm đo thực nghiệm được áp dụng tại Thành phố Hồ Chí Minh và Nha Trang, hai phương pháp trên cho cùng giá trị chênh cao và sai số nằm trong mức cho phép. Kết quả này cho thấy, trong một số trường hợp, có thể sử dụng GNSS thay thế cho phương pháp đo chênh cao thủy chuẩn hình học.

Trích dẫn: Đỗ Minh Tuấn và Huỳnh Nguyễn Định Quốc, 2019. Cơ sở lý thuyết xác định chênh cao giữa các điểm. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ. 55(5A): 32-36.

## 1 ĐẶT VẤN ĐỀ

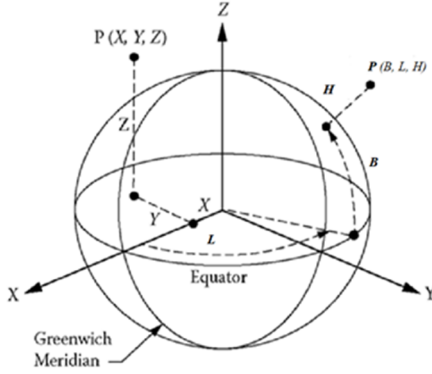
Trong thực tế, để phục vụ công tác khảo sát trong lĩnh vực Trắc địa, nhiều khi phải thực hiện việc xác định chênh cao giữa 2 điểm chưa biết độ cao trên mặt đất. Việc xác định chênh cao thường được thực hiện bằng phương pháp đo thủy chuẩn hình học từ các điểm đã biết độ cao trong lưới độ cao Nhà nước.

Giả sử vì lý do nào đó, xung quanh các điểm cần xác định chênh cao không có các điểm độ cao Nhà nước, hoặc địa hình phức tạp thì việc sử dụng phương pháp đo thủy chuẩn để xác định độ cao các điểm đó rất tốn kém. Để giải quyết vấn đề trên, bài báo này đề cập đến hai phương pháp xác định chênh cao giữa 2 điểm.

**2 PHƯƠNG PHÁP THỰC HIỆN**

**2.1 Sử dụng công nghệ Global Navigation Satellite System – GNSS**

Mối liên hệ giữa hệ tọa độ vuông góc không gian địa tâm (X, Y, Z) với hệ tọa độ trắc địa (B, L, H) được thể hiện qua Hình 1 và công thức sau (Đặng Nam Chinh và Đỗ Ngọc Đường, 2001):



**Hình 1: Mối liên hệ giữa hệ tọa độ không gian địa tâm và hệ tọa độ trắc địa**

$$\begin{cases} X = (N + H) \cdot \cos B \cdot \cos L \\ Y = (N + H) \cdot \cos B \cdot \sin L \\ Z = \left\{ N(1 - e^2) + H \right\} \cdot \sin B \end{cases} \quad (1.1)$$

Trong đó  $N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B}}$ : Bán kính cung pháp tuyến thứ nhất.

Với:  $e^2$ : Tâm sai thứ nhất.

$$\Delta h = H_A - H_B = (H_A^\gamma + \zeta_A) - (H_B^\gamma + \zeta_B) = (H_A^\gamma - H_B^\gamma) + (\zeta_A - \zeta_B) \quad (1.4)$$

Dị thường độ cao tại hai điểm A và B tính được bằng nhiều phương pháp khác nhau. Vấn đề ở chỗ là khu vực đó có số liệu trọng lực với mật độ cần thiết hay không. Ở đây, để đơn giản chúng ta sẽ sử

$$\zeta(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM^{REF}}{r\gamma} \sum_{n=0}^N \left( \frac{a^{REF}}{r} \right)^n \sum_{k=0}^n (\Delta C_{nk} \cos k\lambda + \Delta S_{nk} \sin k\lambda) P_{nk}(\cos \varphi) \quad (1.5)$$

Trong đó:  $GM^{REF}$ : Hằng số hấp dẫn, tương ứng với trọng trường của Ellipsoid tham chiếu.

$a^{REF}$ : Bán kính trục lớn của Ellipsoid tham chiếu.

$N$ : Cấp độ lớn nhất của hệ số điều hòa.

a: Bán trục lớn của kích thước Trái đất.

Từ công thức (1.1) trên, dễ dàng tính được độ cao trắc địa:

$$H = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos B} - N \quad (1.2)$$

Trong Trắc địa vật lý, độ cao Trắc địa được tính theo công thức:

$$H = H^\gamma + \zeta = H^S + N \quad (1.3)$$

Với:  $H$ : Độ cao trắc địa.

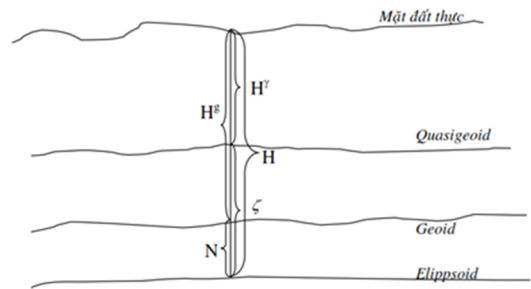
$H^S$ : Độ cao chính.

$H^\gamma$ : Độ cao chuẩn (độ cao bình thường).

$\zeta$ : Dị thường độ cao.

$N$ : Độ cao Geoid.

Công thức (1.3) thể hiện mối quan hệ của các hệ độ cao trong trắc địa thông qua Hình 2 bên dưới:



**Hình 2: Mối quan hệ giữa các hệ độ cao trắc địa**

Như vậy, công thức tính chênh cao giữa hai điểm A và B (Hofmann-Wellenhof et al., 2006):

dùng một mô hình trọng trường Trái đất nào đó, ví dụ EGM 2008. Khi đó, dị thường độ cao tại 1 điểm có tọa độ cầu sẽ được tính theo công thức (Hofmann-Wellenhof et al., 2006).

$\Delta C_{nk}; \Delta S_{nk}$ : Hệ số điều hòa được định mức hóa của thế nhiễu  $T$  cấp độ  $n$  và thứ hạng  $k$ , nhận được bằng cách loại trừ các hệ số trọng trường chuẩn từ các hệ số của trọng trường thực trái đất tương ứng.

$\gamma$ : Gia tốc trọng trường chuẩn trên mặt Ellipsoid tham chiếu.

Tọa độ cầu  $r, \varphi, \lambda$  nhận được theo công thức:

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (1.6)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad \operatorname{tg} \lambda = \frac{Y}{X} \quad (1.7)$$

Như vậy, chúng ta hoàn toàn có thể sử dụng công nghệ GNSS vào việc xác định chênh cao giữa 2 điểm thay vì phải sử dụng công nghệ đo cao hình học rất tốn kém. Độ chính xác của phương pháp này phụ thuộc vào 2 yếu tố:

– Thứ nhất: Độ chính xác xác định tọa độ của điểm A và B.

– Thứ hai: Độ chính xác xác định  $\zeta_A; \zeta_B$ . Yếu tố này phụ thuộc vào độ chính xác của mô hình Geoid cục bộ hoặc mô hình trọng trường toàn cầu được áp dụng.

### 2.2 Xác định chênh cao bằng hiệu số thế

Theo lý thuyết Trắc địa vật lý, độ cao chuẩn tại điểm A, B được tính theo công thức sau (Hofmann-Wellenhof *et al.*, 2006; Hoa, 2013):

$$H_A^\gamma = \frac{C_A}{\gamma_A} = \frac{W_0 - W_A}{\gamma_A} \quad H_B^\gamma = \frac{C_B}{\gamma_B} = \frac{W_0 - W_B}{\gamma_B} \quad (2.1)$$

Trong đó:  $W_0$ : Thế trọng trường thực trên mặt Geoid, là đại lượng đã biết đối với một mô hình trọng trường trái đất nào đó, ví dụ với EGM-2008,

$$W_A(r, \varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^N \frac{1}{r^{n+1}} \left[ A_n P_n(\cos \varphi) + \sum_{k=0}^n (A_{nk} \cos k\lambda + B_{nk} \sin k\lambda) P_{nk}(\cos \varphi) \right] + \frac{\omega^2}{2} r^2 \sin^2 \varphi \quad (2.4)$$

Các hệ số  $A_n, A_{nk}, B_{nk}$  có thể được tính theo mô hình Geoid cục bộ nào đó, hoặc sử dụng mô hình trọng trường trái đất nào đó đã biết, ví dụ EGM-2008.

Về bản chất, độ cao thường tại điểm B được tính như sau (Đặng Nam Chính và Đỗ Ngọc Đường, 2001; Hoa, 2013):

$$H_B^\gamma = \frac{1}{\gamma_m} \int g dh \quad (2.5)$$

Chi tiết hơn:

$$H_B^\gamma = \int dh + \frac{1}{\gamma_m} \int (\gamma_0 - \gamma_0^B) dh + \frac{1}{\gamma_m} \int \Delta g dh \quad (2.6)$$

Trong đó:

$\gamma_m^B$ : Giá trị trung bình của gia tốc trọng trường chuẩn dọc theo đường đường sức tại điểm B.

$$W_0 = 62636847,2911 \pm 0,183 m^2 s^{-2} \quad (\text{Hofmann-Wellenhof *et al.*, 2006}).$$

$W_A$ : Thế trọng trường thực tại điểm A.

$W_B$ : Thế trọng trường thực tại điểm B.

$\gamma_A$ : Gia tốc trọng trường chuẩn tại điểm A.

$\gamma_B$ : Gia tốc trọng trường chuẩn tại điểm B.

Các đại lượng  $C_A; C_B$  được gọi là số thế tại điểm A và B.

Gia tốc trọng trường chuẩn được tính theo công thức:

$$\gamma_A = \gamma_e (1 + f \sin^2 \varphi) \quad (2.2)$$

Trong đó:  $\gamma_e$ : Gia tốc trọng trường chuẩn tại cực.

$f$ : Độ dẹt trọng lực.

Chênh cao giữa 2 điểm A và B là khoảng cách giữa 2 mặt đẳng thế đi qua A và B:

$$H_B^\gamma - H_A^\gamma = \frac{W_B - W_0}{\gamma_B} - \frac{W_A - W_0}{\gamma_A} \quad (2.3)$$

Điều cần lưu ý là chênh cao chuẩn, tức là chênh cao hình học cộng với số hiệu chỉnh, do 2 mặt đẳng thế đi qua điểm A và B không song song với nhau, chúng được tính theo công thức (Hofmann-Wellenhof *et al.*, 2006)

$\Delta g$ : Dị thường trọng lực chân không tại điểm B.

Trong công thức (2.6), số hạng đầu tiên được hiểu như độ cao của điểm B, độ cao này nhận được bằng đo chênh cao hình học. Số hạng thứ 2 và thứ 3 thực chất là số hiệu chỉnh do các mặt đẳng thế không song song với nhau, chúng có giá trị không lớn lắm. Trong trường hợp không đòi hỏi độ chính xác cao, số hiệu chỉnh có thể bỏ qua và chênh cao hình học có thể được mặc nhiên công nhận như chênh cao chuẩn.

### 3 THỰC NGHIỆM

Để có cơ sở kiểm tra tính đúng đắn của các vấn đề trên, 2 điểm gốc đã biết độ cao được chọn tại Thành phố Hồ Chí Minh có độ cao thủy chuẩn **22,523 m**, 1 điểm được chọn tại Thành phố Nha Trang (Khánh Hòa) có độ cao thủy chuẩn **15,311 m**. Cả 2 vị trí được bố trí máy GPS 2 tần số để đo khảo sát, được xác định theo phương pháp PPP (Precise Point Positioning – Định vị điểm chính xác). Dữ liệu

được đo trong vòng 24h. Kết quả sau khi được xử lý như sau:

Tọa độ điểm tại Thành phố Hồ Chí Minh:

GPST	X(m)	Y(m)	Z(m)
sdx(m)	sdym(m)	sdzm(m)	
2019/01/02	-1798738.0849	6002054.9455	
1187968.8092	0.9023	1.4740	0.7195

Tọa độ điểm tại thành phố Nha Trang:

GPST	X(m)	Y(m)	Z(m)
sdx(m)	sdym(m)	sdzm(m)	
2019/01/02	-2047968.5433	5887887.1880	
1344372.2007	1.2431	1.9766	0.8629

Sử dụng công thức chuyển đổi từ tọa độ vuông góc không gian địa tâm (X, Y, Z) sang tọa độ trắc địa (B, L H) (Đặng Nam Chinh và Đỗ Ngọc Đường, 2001) cho 2 điểm khảo sát tại Thành phố Hồ Chí Minh và Nha Trang, kết quả chuyển đổi được thể hiện ở Bảng 1.

**Bảng 1: Tọa độ trắc địa điểm tại Thành phố Hồ Chí Minh và tại Thành phố Nha Trang**

TP. HCM	Độ	Phút	Giây	N.TRANG	Độ	Phút	Giây
L	106	40	58,052	L	109	10	44,672
B	10	48	22,607	B	12	14	57,543
H	21,3059 m			H	21,6531 m		

Dựa vào giá trị kinh vĩ độ của điểm tại Thành phố HCM và điểm tại Thành phố Nha Trang (Khánh Hòa), sử dụng mô hình EGM2008 (International Centre for Global Earth Models (ICGEM)), xác định

$$\Delta h^\gamma = H_{HCM}^\gamma - H_{NT}^\gamma = H_{HCM} - H_{NT} + \zeta_{NT} - \zeta_{HCM} = 21,3059 - 21,6531 + 4,082 - (-3,348) = 7,0828m$$

Theo giá trị thế năng (Hoa, 2013):

Thế trọng trường thực điểm tại Thành phố Hồ Chí Minh và Nha Trang lần lượt:

$$\begin{cases} W_{HCM} = 62636610.55105m^2 \cdot s^{-2} \\ W_{NT} = 62636679.8277m^2 \cdot s^{-2} \end{cases}$$

Gia tốc trọng trường chuẩn tại Thành phố Hồ Chí Minh và tại Nha Trang lần lượt:

$$\begin{cases} \gamma_{HCM} = 978212.68242mGal \\ \gamma_{NT} = 978261.10788mGal \end{cases}$$

Chênh cao giữa 2 điểm tại Thành phố Hồ Chí Minh và Nha Trang theo công thức (2.3):

$$H_{HCM}^\gamma - H_{NT}^\gamma = \frac{W_{HCM} - W_0}{\gamma_{HCM}} - \frac{W_{NT} - W_0}{\gamma_{NT}} = 7,0828m$$

Như vậy, chênh cao tính từ độ cao chuẩn và chênh cao tính theo giá trị thế năng đều cho kết quả giống nhau.

Chênh cao thủy chuẩn giữa hai điểm tại Thành phố Hồ Chí Minh và Thành phố Nha Trang:

$$\Delta h^{tc} = H_{HCM}^{tc} - H_{NT}^{tc} = 22,523 - 15,311 = 7,212m$$

Kết quả trên cho thấy, giá trị chênh cao thủy chuẩn lệch so với chênh cao theo giá trị thế năng và

giá trị dị thường độ cao lần lượt là -3,348 m và 4,082 m.

Từ công thức (1.4), chênh cao tính từ độ cao chuẩn tại Thành phố Hồ Chí Minh và Thành phố Nha Trang:

chênh cao theo độ cao chuẩn khoảng 0,2 m. Với khoảng cách từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Nha Trang khoảng 500 km, theo quy phạm thủy chuẩn hạng IV thì sai số khoảng 0,45 m. Như vậy, việc sai lệch 0,2 m so với quy phạm thủy chuẩn hạng IV thì hoàn toàn chấp nhận được (đối với khoảng cách xa hơn 100 km). Tuy nhiên, nếu khoảng cách ngắn hơn 100 km thì độ lệch trên có thể không thỏa mãn độ chính xác yêu cầu.

#### 4 KẾT LUẬN

Như vậy, bài báo đã trình bày 2 phương pháp để tính giá trị chênh cao (1) *tính hiệu số thế giữa 2 mặt đẳng thế đi qua 2 điểm* và (2) *tính hiệu độ cao qua việc xử lý số liệu đo tuyệt đối (tương đối)* dựa vào kết quả đo GNSS. Ưu điểm tuyệt đối của 2 phương pháp này là thay vì phải dẫn thủy chuẩn hình học rất tốn kém trên một khoảng cách lớn (khoảng hàng trăm km), ta chỉ cần biết tọa độ vuông góc không gian địa tâm của hai điểm đó (xác định bằng công nghệ GNSS), sau đó thông qua mô hình Geoid cục bộ nào đó có độ chính xác cao hoặc mô hình trọng trường trái đất toàn cầu nào đó thích hợp với khu vực đó nhất (EGM2008, EIGEN, GOCE, ...), chúng ta hoàn toàn có thể biết được chênh cao giữa hai điểm (theo công thức (1.4) và (2.3)). Độ chính xác của phương pháp này, như đã nêu ở trên, phụ thuộc chủ yếu vào mô hình Geoid được sử dụng. Trong bài báo này, mô hình EGM2008 được sử dụng, có độ chính xác về độ cao khoảng 0,3 m cho lãnh thổ Việt Nam; để có độ chính xác cao hơn cần

sử dụng mô hình Geoid cục bộ cho lãnh thổ Việt Nam.

Mặc dù độ chính xác còn hạn chế, nhưng 2 phương pháp nêu trên rất có ý nghĩa trong thực tế. 2 phương pháp vừa trình bày ở trên là thích hợp nhất với nhiệm vụ kiểm tra độ tin cậy của 2 mốc độ cao gốc (hoặc số mốc gốc nhiều hơn), chúng có thể bị lún, bị dịch chuyển (hiện tượng thường xuyên xảy ra trong thực tế).

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

Hofmann-Wellenhof, Bernhard, Moritz and Helmut, 2006. Physical geodesy. Two *Editton*. Springer-Verlag Wien, 403 pages.

Đặng Nam Chinh và Đỗ Ngọc Đường, 2001. Trắc địa cao cấp đại cương. NXB Giao thông vận tải. Hà Nội, 168 trang.

Hoa, H. M., 2013. Estimating the Geopotential value  $W_0$  of the local Geoid based on data from local and global normal heights of GPS/leveling points in Vietnam. *Geodesy and Cartography*, 39(3): 99-105.

International Centre for Global Earth Models (ICGEM). Available from <http://icgem.gfz-potsdam.de/home>.