PHÁT TRIỂN TƯ DUY HÀM CHO HỌC SINH TRUNG HỌC CƠ SỞ THÔNG QUA DẠY HỌC GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

NGUYỄN THỊ PHONG*

Ngày nhận bài: 12/05/2016; ngày sửa chữa: 13/05/2016; ngày duyệt đăng:16/05/2016.

***Abstract**: In the national examinations, besides the problems directly related to functions, there are problems where students are required to use functional thinking as an effective way to solve. There are problems containing elements of functional thinking in math curriculum of secondary school. In this article, author focused on functional thinking and the development of functional thinking for students at secondary school through teaching equations, helping students interest in learning and enhance quality of teaching Math.*

***Keywords**: Functional thinking, solving equation problem.*

Hiện nay, trong chương trình môn *Toán* ở trường phổ thông, khái niệm "Hàm" đã và đang thể hiện rõ vai trò chủ đạo và xuyên suốt. Chủ đề "Phương trình (PT)" được trình bày có liên hệ chặt chẽ với hàm số, với tư tưởng hàm số, biến hình, tư tưởng về sự tương ứng giữa các tập hợp, sự vật, hiện tượng là vấn đề tư duy hàm (TDH). Phát triển TDH có ý nghĩa quan trọng, là yêu cầu trong dạy học môn *Toán*, là điều kiện để nâng cao chất lượng dạy học nhiều mảng kiến thức môn *Toán*.

Theo Koliagin, TDH là một loại hình tư duy đặc trưng bởi việc nhận thức được tiến trình những sự tương ứng riêng và chung giữa các đối tượng toán học hay giữa các tính chất của chúng (kể cả kĩ năng vận dụng). Hoạt động TDH là hoạt động trí tuệ, liên quan đến sự diễn đạt sự vật, hiện tượng các quy luật của chúng trong trạng thái biến đổi sinh động mà không phải ở trạng thái tĩnh tại, có sự phụ thuộc lẫn nhau chứ không cô lập, tách rời nhau.

Theo Trần Thúc Trình, thì: TDH là hoạt động trí tuệ liên quan đến sự tương ứng giữa các phần tử của một, hai hay nhiều tập hợp, phản ánh mối liên hệ phụ thuộc lẫn nhau giữa các phần tử của tập hợp đó trong sự vận động của chúng. Nguyễn Bá Kim thay vì đưa ra định nghĩa TDH, đã đưa ra các hoạt động đặc trưng của tư duy hàm là: hoạt động phát hiện, thiết lập, nghiên cứu và sử dụng các sự tương ứng. Như vậy, TDH là hoạt động trí tuệ liên quan đến sự nghiên cứu các quy luật của sự vật, trong sự biến đổi sinh động và trong sự phụ thuộc lẫn nhau.

1. Phát triển TDH cho học sinh (HS) trung học cơ sở (THCS) thông qua dạy học giải PT

Trong dạy học Toán ở trường THCS, việc phát triển TDH cho HS không có nghĩa là giáo viên (GV) giảng bài về TDH. Nhiệm vụ phát triển TDH không tồn tại độc lập so với nhiệm vụ trang bị kiến thức. GV cần dựa trên kiến thức trong chương trình để tìm ra giải pháp phát triển TDH cho HS.

Thực tế, việc phát triển giáo dục TDH cho HS THCS gặp nhiều khó khăn bởi một số nguyên nhân như: trình độ HS còn hạn chế, không đồng đều, khối lượng kiến thức về PT ở bậc THCS chưa nhiều, yêu cầu đại trà còn ở mức đơn giản, các bài toán (BT) nâng cao thì khó và ít được tiếp cận. Tri thức về hoạt động TDH chưa được quy định rõ ràng trong chương trình nên không được giảng dạy một cách tường minh cho HS. Nhiều GV THCS nắm về TDH chưa đầy đủ và chưa thấy được tầm quan trọng của nó trong quá trình dạy học. Trong dạy học còn xem xét các đối tượng toán học một cách cô lập, trong trạng thái tĩnh tại, rời rạc, chưa thấy hết mối liên hệ phụ thuộc, mối quan hệ nhân quả, khiến HS lúng túng khi giải toán. Bên cạnh đó, tài liệu về nội dung này nhìn chung còn ít, khó tiếp cận, gây khó khăn cho GV và HS.

2. Phối hợp rèn luyện giải PT với phát triển TDH cho HS THCS

2.1. Phát triển TDH thông qua tìm giá trị vào, giá trị ra của một tương ứng trong giải toán PT. Việc nêu BT dưới dạng yêu cầu HS tính giá trị vào, tính giá trị vào khi biết giá trị ra hoặc điều kiện đối với giá trị ra không những giúp HS hiểu rõ nghĩa của các thuật ngữ "PT", "bất PT", "giải PT"... mà còn rèn luyện và phát triển TDH cho HS.

Ví dụ 1: a) Hãy tìm các giá trị của x (giá trị vào) sao cho $x^2 - 4x + 3$ nhận giá trị 0 (giá trị ra); b) Với những giá trị nào của x (giá trị vào) thì $4x^2 - 5x$ nhận giá trị lớn hơn 1? (Điều kiện với giá trị ra).

*** Trường Đại học Tân Trào.**

Khi tiến hành giải PT f(x) = g(x), nghĩa là phải tìm các giá trị x_0 (giá trị vào) sao cho $f(x_0) = g(x_0)$, có thể có nhiều giá trị của x để f(x) = g(x) nên sự tương ứng này có thể đơn trị hoặc đa trị. Các BT dạng này có mục đích rèn luyện, bồi dưỡng TDH cho HS thông qua việc tìm giá trị ra của một tương ứng.

Dưới đây, ta xét lớp BT: Tìm giá trị vào hoặc điều kiện đối với giá trị vào để giá trị ra thỏa mãn hệ thức cho trước.

Ví dụ 2: Cho PT: $x^2 - 2mx + 2m + 3 = 0$ (1). Tìm m sao cho biểu thức $E = x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$ đạt giá trị lớn nhất, trong đó x_1, x_2 là nghiệm của PT đã cho.

Hướng dẫn các bước giải: - Tìm giá trị vào là m; - Giá trị ra là x_1, x_2 và điều kiện đối với giá trị ra là E đạt giá trị lớn nhất; - Tìm sự tương ứng.

2.2. Phát triển TDH thông qua vận dụng các dạng PT mẫu. Xét theo quan điểm vận dụng các tư tưởng chủ đạo của TDH, nhấn mạnh đến việc thiết lập sự tương ứng giữa tình huống được đưa ra trong mỗi BT giải PT với tập hợp dạng PT mẫu HS đã được học. Với nhiều BT có thuật giải trong sách giáo khoa, việc thiết lập sự tương ứng được thực hiện trực tiếp qua hoạt động nhận dạng.

Có hai cấp độ thực hiện hoạt động nhận dạng khi khai thác các bài tập dạng PT mẫu: - Nhận dạng BT qua thiết lập sự tương ứng giữa các số hay tham số đã cho trong BT (tham số thực) với các tham số trong kiến thức lí thuyết về dạng PT đã học (tham số hình thức); - Nhận dạng sự chuyển loại của BT có chứa tham số dựa theo sự biến thiên giá trị của tham số.

Ví dụ 3: Cho PT: $(m - 2)x^2 - 2(m + 1)x + m = 0$ (1)

a) Giải PT khi m = 3.

b) Giải và biện luận PT.

Hướng dẫn:

- GV yêu cầu HS xác định dạng PT, hệ số a, b, c của PT trong trường hợp m = 3 và cách giải?

- Đưa ra các câu hỏi gợi ý như: + *Hỏi:* PT (1) là PT bậc hai khi nào?; *Trả lời:* $a = m - 2 \neq 0$; + *Hỏi:* Khi đó, cho biết mối quan hệ khi thay đổi giá trị m với số nghiệm của PT?; + *Trả lời:* $\Delta < 0$: PT vô nghiệm; $\Delta = 0$: PT có nghiệm kép; $x = -\frac{b}{a}$; $\Delta > 0$: PT có hai nghiệm phân biệt $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Do vậy, sự biến thiên giá trị m dẫn đến sự thay đổi về dấu của biệt thức , điều này kéo theo sự thay đổi về số nghiệm và giá trị nghiệm của PT.

Hỏi: PT (1) suy biến khi nào? Giải PT trong trường hợp này.

2.3. Phát triển TDH thông qua phương pháp đánh giá. Có nhiều BT giải PT, bất PT bằng cách đánh giá giá trị các biểu thức thành phần sẽ cho kết quả nhanh chóng, dễ dàng mà cách giải khác có thể bế tắc hoặc khó khăn, phức tạp hơn. Việc đánh giá giá trị các biểu thức thành phần có thể dựa trên tam thức bậc hai, tính chất của bất đẳng thức, bất đẳng thức cơ bản,...

- Tri thức phương pháp ẩn tàng khi giải PT dạng f(x) = g(x) là:

+ Coi *f(x)* và *g(x)* là 2 hàm số, với tập xác định lần lượt là D_f, D_g và đánh giá tập giá trị của chúng.

+ Nếu $f(x) \le c$ (c là hằng số) với $\forall x \in D_f$, dấu bằng xảy ra tại $x \in \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ và $g(x) \ge c$ (hằng số) với $\forall x \in D_g$, dấu bằng xảy ra tại $x \in \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$.

Khi đó: PT $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = c \\ g(x) = c \end{cases} \Leftrightarrow$ Tập nghiệm của PT là $S = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\} \cap \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$.

Ví dụ 4: Giải PT : $\sqrt{x^2 + 4x + 20} = -3x^2 + 6x + 1$.

Hướng dẫn: - Phát hiện, thiết lập sự tương ứng: Đặt: $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 20}$, $g(x) = -3x^2 + 6x + 1$. Do đó, PT đã cho trở thành: $f(x) = g(x)$.

- Nghiên cứu sự tương ứng: Ta có: $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 20} = \sqrt{(x+2)^2 + 16} \ge 4$, dấu bằng xảy ra khi x = -2.

$g(x) = -3x^2 + 6x + 1 = -3(x-1)^2 + 4 \le 4$, dấu bằng xảy ra khi x = 1.

- Sử dụng sự tương ứng: Ta thấy: $\begin{cases} f(x) \ge 4 \\ g(x) \le 4 \end{cases}$. Do đó:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 4 \\ g(x) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing.$$

Vậy, PT đã cho vô nghiệm.

2.4. Phát triển TDH thông qua giải PT bằng phương pháp đặt ẩn phụ. Trong quá trình tiến hành giải PT, thường biến đổi để đưa về PT đơn giản hơn và cuối cùng dẫn đến một PT đã biết cách giải.

Việc chuyển đổi cách phát biểu BT đưa về BT tương đương dưới dạng dễ hiểu, đơn giản hơn là một thành tố của TDH. Dưới đây, chúng tôi chỉ đề cập đến chuyển đổi cách phát biểu BT ban đầu sang BT mới tương đương bằng cách đặt ẩn phụ (đây là cách thường gặp khi giải PT). Cách chuyển đổi này cần rèn cho HS thói quen đặt điều kiện cho ẩn phụ phải có căn cứ chặt chẽ, tránh đưa ra nhận định cảm tính và điều kiện của ẩn thiếu cơ sở (chẳng hạn: $t = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$, với x > 0 thì t > 0 vì t là tổng của hai số dương).

Với những BT chứa tham số, việc đặt đúng điều kiện cho ẩn phụ có tính chất tiên quyết để giải PT đã cho. Cần chú ý: với những BT đặt ẩn phụ $t = g(x)$, ta phải chuyển yêu cầu của x tương ứng sang yêu cầu của t để BT luôn đúng. Để làm được điều này, cần xem xét các yếu tố: t có thể nhận các giá trị nào để có x?; khi đó, với mỗi giá trị của t có thể có bao nhiêu giá trị của x?; nếu x thỏa mãn một điều kiện nào đó thì t phải thỏa mãn điều kiện tương ứng gì?

Vì vậy, khi đặt ẩn phụ $t = g(x)$, GV cần hướng dẫn HS chuyển BT đối với ẩn x về BT tương đương với ẩn t.

Ví dụ 5: Giải và biện luận PT:

Hướng dẫn: Để giải BT, HS đã được làm quen trong chương trình học, đó là dùng phương pháp đặt ẩn phụ $t = x^2$ (điều kiện) để đưa PT (1) về dạng quen thuộc: .

HS cần nhận thức được việc đặt $t = x^2$ là thiết lập tương ứng giữa t và x. Từ đó có kết luận: với $t < 0$ thì PT vô nghiệm x; với $t = 0$ thì PT có nghiệm $x = 0$; với nghiệm $t > 0$ thì PT có hai nghiệm x phân biệt $\sqrt{\ }$.

2.5. Phát triển TDH thông qua PT có dấu giá trị tuyệt đối. Giá trị tuyệt đối của số thực x là . Do đó khi gặp PT, bất PT chứa dấu giá trị tuyệt đối, hướng tư duy cơ bản khi giải loại toán này là khử dấu giá trị tuyệt đối; cần dựa vào ý nghĩa giá trị tuyệt đối để bỏ dấu, phương pháp cụ thể là phương pháp điểm không.

Tuy nhiên, khi tìm giá trị tuyệt đối cần tránh vận dụng khái niệm một cách hình thức, dẫn đến sai lầm, như khi giải và biện luận PT: $|x - 3| = m$, ta không cần chia ra ba trường hợp $x > 0$, $x = 0$, $x < 0$ để biện luận mà chỉ căn cứ để giải. Khi giải PT chứa giá trị tuyệt đối đã xuất hiện TDH.

Ví dụ 6: Giải PT: .

Hướng dẫn:

Đặt .

- *Hoạt động phát hiện, thiết lập sự tương ứng:* Đặt hàm số như trên.

- *Hoạt động nghiên cứu sự tương ứng:* Ta lập bảng để bỏ dấu giá trị tuyệt đối có trong f(x).

- *Hoạt động sử dụng sự tương ứng:* Với x trên từng khoảng, ta có PT và nghiệm tương ứng trên khoảng đó.

Kết luận: PT có một nghiệm duy nhất là $x = 1$.

* * *

Những nội dung trên cho thấy, dạy học giúp HS có cách tư duy tốt hơn, với nhiều BT tìm được cách giải ngắn gọn, rõ ràng, chặt chẽ và ít nhầm lẫn. Do vậy, việc rèn luyện khả năng TDH cho HS là rất cần thiết.

Bài viết đã tìm hiểu khái niệm TDH và vấn đề phát triển TDH cho HS THCS thông qua dạy học chủ đề PT. Từ đó, phân tích sự phát triển TDH cho HS với những nội dung cụ thể, khắc sâu phần lí luận và thực hành dạy học giải Toán theo quan điểm hàm ở trường phổ thông, không những giúp HS hứng thú, say mê trong học tập mà hiệu quả dạy học được nâng cao. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Vũ Hữu Bình (2008). *Nâng cao và phát triển Toán 9 (tập 1, 2).* NXB Giáo dục.

[2] Lê Hồng Đức - Đào Thiện Khải (2004). *Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để giải toán.* NXB Hà Nội.

[3] Nguyễn Bá Kim (2004). *Phương pháp dạy học môn Toán.* NXB Đại học Sư phạm.

[4] Nguyễn Bá Kim - Đinh Nho Chương - Nguyễn Mạnh Cảng - Vũ Dương Thụy - Nguyễn Văn Thường (1994). *Phương pháp dạy học môn Toán phần II.* NXB Giáo dục.

[5] Trần Thúc Trình (1998). *Tư duy và hoạt động toán học.* Viện Khoa học Giáo dục.

[6] V.A.Ôganhexian - Iu.M.Kôliagin (1980). *Phương pháp giảng dạy Toán ở trường phổ thông.* NXB Giáo dục.

Về năng lực dạy học tích hợp ...

(Tiếp theo trang 199)

student–teachers' experience. Mediterranean Journal of Social Sciences, Vol 5 No 7, pp. 300-306

[5] Bùi Văn Hồng (2015). *Dạy học tích hợp trong giáo dục nghề nghiệp theo lí thuyết học tập trải nghiệm của David A. Kolb*. Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Vol 60, No 8D, tr 37-46.

[6] Đinh Quang Báo - Hà Thị Lan Hương (2014). *Dạy học tích hợp – Phương thức phát triển năng lực học sinh.* Kỉ yếu Hội thảo khoa học Nâng cao năng lực đào tạo giáo viên dạy tích hợp môn khoa học tự nhiên. Hà Nội, tr 23-28.

[7] Bộ Giáo dục và Đào tạo (2005). *Tài liệu tập huấn dạy học tích hợp ở trường Tiểu học (Dùng cho cán bộ quản lí, giáo viên Tiểu học).* NXB Đại học Sư phạm.

[8] Xavier Roegiers (1996). *Sư phạm tích hợp hay Làm thế nào để phát triển các năng lực ở nhà trường* (Bản dịch tiếng Việt). NXB Giáo dục.

[9] Giselle O.Martin - Kniep, 2011. *Tám đổi mới để trở thành người giáo viên giỏi* (Dịch giả: Lê Văn Canh). NXB Giáo dục Việt Nam.