DẠY HỌC GIẢI TOÁN PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẲNG Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG THEO QUY TRÌNH CIA (CONTENT - IDEAS - ACTIVITIES)

BÙI VĂN NGHỊ* - TRẦN THỊ THU PHƯƠNG**

Ngày nhận bài: 20/06/2016; ngày sửa chữa: 23/06/2016; ngày duyệt đăng: 24/06/2016.

Abstract: *The article mentions briefly about CIA learning process (Content-Ideas-Activities). This three-phase process can be understood that for certain content of teaching, you need to clarify the content to an appropriate depth and breadth, determine the main of content, then create questions and activities. This process helps to make your lessons more active and interesting for your students. Also, this paper proposes ideas of applying the CIA process in the teaching linear equations in the plane at high schools to improve problem solving capacity for students.*

Keywords: *CIA process; mathematical problem solving, linear equations in the plane.*

1. Đặt vấn đề

Trong [1; tr 27-28], tác giả đã đề cập tới phương pháp dạy học theo quy trình "Content - Ideas - Activities" (viết tắt là CIA, dịch là: Nội dung - Ý tưởng - Hoạt động). Để dạy học theo quy trình này, giáo viên (GV) phải bắt đầu phần chuẩn bị bằng cách phác họa ra những nội dung dạy học; sau đó GV xem xét những "ý tưởng" chủ yếu có thể nảy sinh (bao gồm những quan niệm, những tình huống, những câu hỏi, những vấn đề,...). Ở trên lớp, GV khuyến khích học sinh (HS) đề xuất hoặc vận dụng những ý tưởng để nhận thức hoặc giải quyết vấn đề; tiếp đó HS phải có những hoạt động trải nghiệm, thực hành trong quá trình học tập.

Quy trình này phù hợp với nhiệm vụ của GV Toán là: tất cả để giúp đỡ HS phát triển toán học [2; tr 19]; giúp đỡ HS phát triển các kĩ năng mà họ sẽ sử dụng hàng ngày để giải quyết vấn đề, trong đó bao gồm khả năng giải thích các ý tưởng, khả năng sử dụng các nguồn lực để tìm kiếm thông tin cần thiết, để làm việc với những người khác về một vấn đề [3; tr 89].

Bài viết này trình bày một kết quả nghiên cứu: Vận dụng quy trình CIA vào dạy học giải toán phương trình đường thẳng trong mặt phẳng. Sở dĩ chúng tôi chọn chủ đề này bởi vì đây là một chủ đề hay; nhiều bài toán trong chủ đề này có thể giải được nhờ những ý tưởng khác nhau. Với những hiểu biết của mình, HS hoàn toàn có thể tham gia vào quá trình đề xuất, trao đổi, thảo luận và thực hành những ý tưởng được nảy sinh.

2. Dạy học giải toán theo quy trình CIA

Theo Nguyễn Bá Kim [4; tr 305], những người học toán và giải toán rất cần thiết phải biết quy trình bốn bước giải toán của nhà toán học Polya (1887-1985). Theo Polya, các bước giải bài toán gồm: Hiểu bài toán; Tìm cách giải; Trình bày lời giải; Nhìn lại [5]. Trong quá trình giải toán, GV không chỉ là người đưa ra lời giải bài toán hoặc chỉ hướng HS vào cách giải của mình; GV cần có sự hướng dẫn, gợi ý, giúp cho HS tự định hướng, tự suy nghĩ tìm ra lời giải.

Có thể nói một cách vắn tắt về dạy học theo quy trình CIA là: Với một nội dung (*content*) dạy học, cần nảy ra các ý tưởng (*ideas*) trước, sau đó hãy thực hành (*activities*) cụ thể. Những ý tưởng này bắt nguồn từ kinh nghiệm có được từ nhiều nguồn. Cũng có thể có nhiều ý tưởng khác nhau và mỗi HS đều mong muốn có một ý tưởng đi thẳng đến đích. Song nhiều khi không có ngay được một ý tưởng như thế, bởi trong ý tưởng vẫn còn những chỗ trống, vẫn còn thiếu một số ý cần thiết. Khi đó, cần có những hoạt động thực hiện, kiểm chứng tính hợp lí, hiệu quả và sự thành công của các ý tưởng đề xuất. Chú ý rằng trong quy trình CIA lớn có thể có những quy trình CIA nhỏ hơn.

Trong dạy học giải toán, có thể thiết kế tình huống dạy học theo quy trình CIA dựa trên những dạng bài toán khác nhau: bài toán có nhiều lời giải, có thể nhìn theo nhiều khía cạnh; bài toán có nhiều trường hợp; bài toán mở.

Ví dụ, thiết kế tình huống dạy học "Phương trình đường phân giác":

* ***Nội dung***: GV yêu cầu HS giải bài toán sau: Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng: $(d_1): 4x + 3y - 7 = 0$ và $(d_2): 4x - 3y - 1 = 0$. Viết phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng (d_1) và (d_2).

* ***Ý tưởng***: GV yêu cầu HS tham gia đề xuất các ý tưởng giải bài toán. Trong trường hợp cần thiết GV có thể hướng dẫn, gợi ý những ý tưởng sau cho HS.

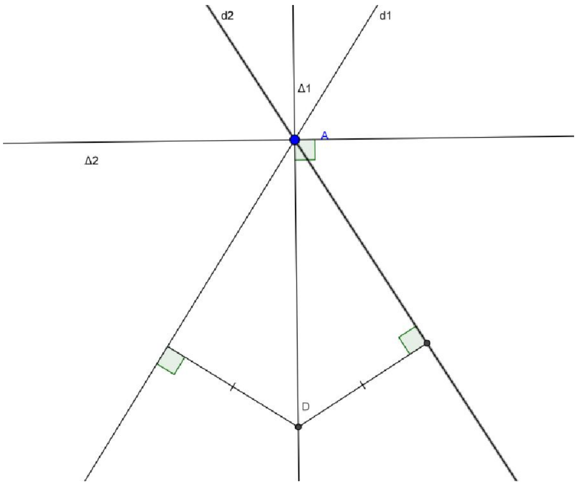
*** Trường Đại học Sư phạm Hà Nội**
**** Trường Trung học phổ thông Kim Liên, Đống Đa, Hà Nội**

Ý tưởng 1: *Dựa vào phương trình đường phân giác* (*hình 1*). GV: Em đã biết cách viết phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng cho trước hay chưa? Nếu chưa biết, hãy chú ý rằng các điểm *M* thuộc đường phân giác khi và chỉ khi nó cách đều hai đường thẳng d_1, d_2. Vậy những điểm thuộc đường phân giác của hai đường thẳng: $(d_1): a_1x + b_1y + c_1 = 0, (d_2): a_2x + b_2y + c_2 = 0$ thỏa mãn phương trình nào?

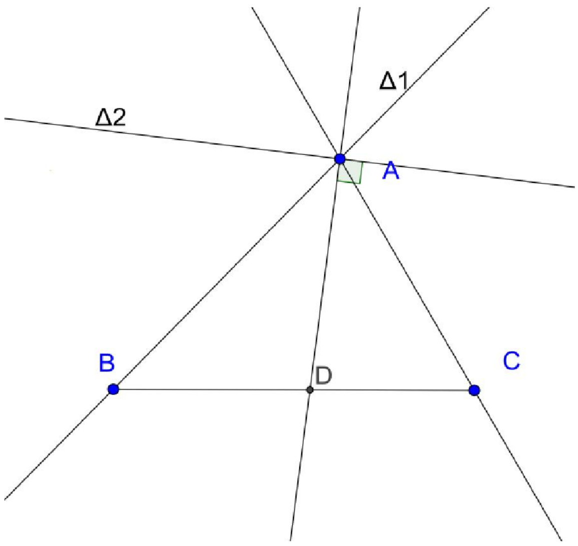
HS: Phương trình hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng (d_1) và (d_2) là:

$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} \pm \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}} = 0.$$

Đây là một cách giải bài toán đã cho.



Hình 1



Hình 2

Ý tưởng 2: *Dựa vào cách viết phương trình đường phân giác của tam giác theo tọa độ ba đỉnh* (*hình 2*). GV: Em đã biết cách viết phương trình đường phân giác của tam giác theo tọa độ ba đỉnh hay chưa? Chú ý tính chất của chân đường phân giác!

HS: Đường phân giác chia cạnh đối diện thành hai phần tỉ lệ với hai cạnh kề.

GV: Ta có thể tạo ra tọa độ ba đỉnh của tam giác để dựa vào đó giải bài toán đã cho như thế nào?

HS: Ta cần lấy điểm $B \in d_1, C \in d_2 \left(B, C \not\equiv A\right)$ và tìm tọa độ điểm $D \in BC$ sao cho $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

GV: Từ hệ thức này, có thể viết hệ thức vectơ nào để tính tọa độ điểm *D*?

HS: $\overrightarrow{DB} = -\frac{AB}{AC}.\overrightarrow{DC}.$

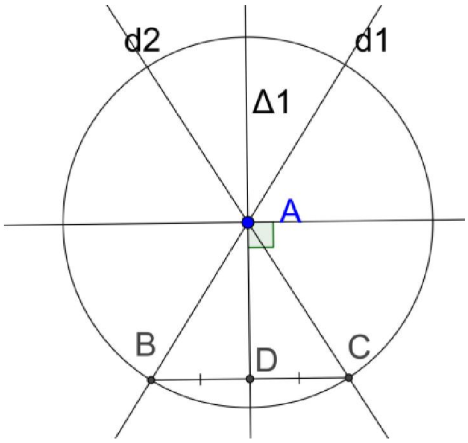
GV, HS: Từ đó ta viết được phương trình đường phân giác thứ nhất đi qua *A* và *D;* Viết phương trình đường phân giác thứ hai đi qua *A* và vuông góc với đường phân giác thứ nhất.

Ý tưởng 3: *Cải tiến ý tưởng 2 để được cách giải bài toán đơn giản hơn (hình 3).* GV: Ta có thể cải tiến ý tưởng 2 để được cách giải bài toán đơn giản hơn hay không? Chọn tam giác đặc biệt như thế nào để việc viết phương trình đường phân giác đơn giản hơn không?

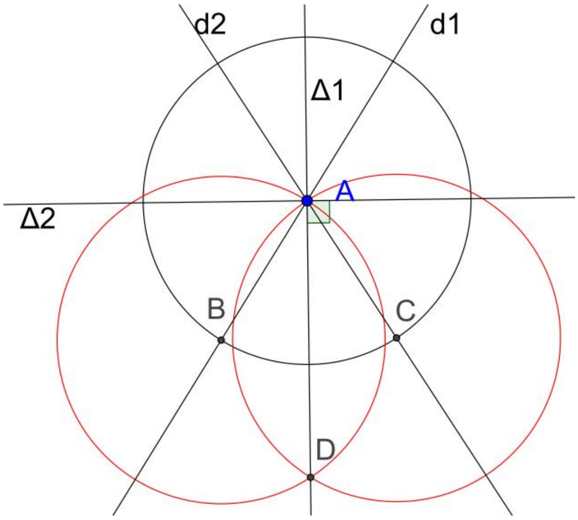
HS: Thay vì chọn *B, C* bất kì, ta chọn sao cho tam giác *ABC* cân tại *A*. Khi đó *D* là trung điểm của *BC*.

GV: Các bước cụ thể như thế nào?

HS: Các bước cụ thể như sau: - Xác định giao điểm A của Δ_1, Δ_2; - Tìm *B, C* là giao điểm của d_1, d_2 với đường tròn tâm *A* bán kính R > 0 nào đó; - Tìm tọa độ *D* là trung điểm của *BC*; - Viết phương trình đường thẳng Δ_1 đi qua *A* và *D; -* Viết phương trình đường thẳng Δ_2 đi qua *A* và vuông góc với Δ_1.



Hình 3



Hình 4

Ý tưởng 4: Dựa vào cách dựng đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng (hình 4). GV: Có thể viết phương trình đường phân giác dựa vào cách dựng hình đã biết ở lớp 7 hay không?

HS: Một cách dựng đường phân giác như sau: - Xác định giao điểm A của Δ_1, Δ_2; - Tìm *B, C* là giao điểm của d_1, d_2 với đường tròn tâm *A* bán kính R > 0 nào đó; - Tìm *D* là giao điểm của đường tròn (*B, R)* và (C, R) (*D* khác *A*); - Viết phương trình đường thẳng Δ_1 đi qua *A* và *D;* - Viết phương trình đường thẳng Δ_2 đi qua *A* và vuông góc với Δ_1.

GV: Có thể tính được tọa độ các điểm và viết phương trình các đường thẳng cần tìm hay chưa? Bài toán đã có cách giải hay chưa?

HS: Bài toán đã có cách giải.

Ý tưởng 5. Cải tiến ý tưởng 4. GV: Biết phương trình của hai đường tròn, có những cách nào viết phương trình đường thẳng qua hai giao điểm của chúng?

HS, GV: Nếu hai đường tròn (đã biết là cắt nhau tại hai điểm) có phương trình: $x^2 + y^2 + 2a_1x + 2b_1y + c_1 = 0$ (1) và $x^2 + y^2 + 2a_2x + 2b_2y + c_2 = 0$ (2) thì phương trình đường thẳng qua hai giao điểm của chúng là $2(a_1 - a_2)x + 2(b_1 - b_2)y + c_1 - c_2 = 0$ (3). Thật vậy: Tọa độ hai giao điểm của hai đường tròn đã cho cùng thỏa mãn các phương trình (1) và (2) nên thỏa mãn phương trình (3). Vậy (3) là phương trình của đường thẳng đi qua hai giao điểm của hai đường tròn.

Ý tưởng 6: Cải tiến ý tưởng 4, xác định vectơ chỉ phương của đường phân giác. GV: Trong *ý tưởng 4* ta có hai điểm *B, C* thỏa mãn *AB = AC.* Điều này có gợi ý gì cho ta về cách viết vectơ chỉ phương của đường phân giác góc tạo bởi hai đường thẳng đã cho hay không?

HS: Tổng hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là hai vectơ chỉ phương của đường phân giác.

GV: Hiệu hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ có là hai vectơ chỉ phương của đường phân giác cần tìm hay không?

HS: Hai vectơ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ là hai vectơ chỉ phương của hai đường phân giác cần tìm.

GV. HS: Đã có một cách khác giải bài toán.

Ý tưởng 7: Cải tiến ý tưởng 6. GV: Thay vì phải xác định hai điểm *B, C* thỏa mãn *AB = AC* như ý tưởng trên, ta xác định hai vectơ có độ dài bằng nhau, cùng phương với hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đã cho, từ phương trình của chúng hay không?

HS: (d_1): $4x + 3y - 7 = 0$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{v_1}(3;-4)$; (d_2): $4x - 3y - 1 = 0$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{v_2}(3;4)$. Hai vectơ này đã có độ dài cùng bằng 5.

GV: Tổng, hiệu của $\overrightarrow{v_1}$ và $\overrightarrow{v_2}$ có là vectơ chỉ phương của hai đường phân giác cần tìm hay không?

HS: Đúng.

GV: Các bước giải bài toán theo ý tưởng này như thế nào?

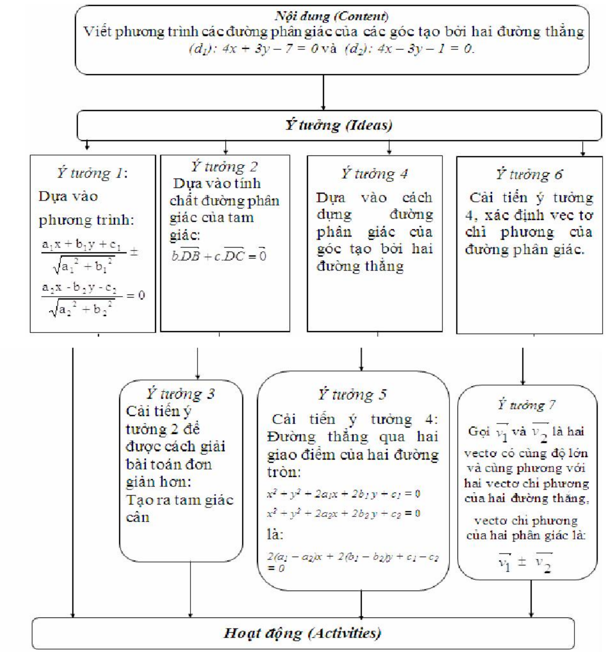
HS: Các bước cụ thể như sau: - Xác định giao điểm A của Δ_1, Δ_2; - Xác định các vectơ chỉ phương $\overrightarrow{v_1}$ và $\overrightarrow{v_2}$ của đường thẳng d_1, d_2; - Do $\overrightarrow{v_1}$ và $\overrightarrow{v_2}$ có cùng độ lớn bằng 5, nên tổng, hiệu của $\overrightarrow{v_1}$ và $\overrightarrow{v_2}$ là vectơ chỉ phương của hai đường phân giác cần tìm. Từ đó viết phương trình đường thẳng đi qua *A* và có vectơ chỉ phương.

* ***Hoạt động*** (Activities)

Ngoài những hoạt động đã tiến hành trong quá trình đề xuất, trao đổi, thảo luận về những ý tưởng, bước này trình bày các hoạt động thực hành giải toán cụ thể. Đồng thời, GV có thể tổ chức cho HS hệ thống lại các ý tưởng thành sơ đồ tình huống vận dụng quy trình CIA trong dạy học "Phương trình đường phân giác" (xem *hình 5* trang bên).

3. Kết luận

Vận dụng dạy học giải toán theo quy trình CIA, HS không chỉ biết một cách giải bài toán, mà còn học được nhiều ý tưởng, biết nhìn bài toán theo nhiều



Hình 5. Quy trình CIA trong dạy học Phương trình đường phân giác

phương diện khác nhau. Dạy học theo quy trình CIA sẽ làm cho bài giảng của GV sôi nổi hơn, hứng thú và có hiệu quả hơn, bởi vì HS có cơ hội được rèn luyện khả năng giải thích các ý tưởng, khả năng sử dụng các nguồn lực để tìm kiếm thông tin cần thiết, để làm việc với những người khác về một vấn đề và tổng quát hóa trong các tình huống khác nhau. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Geoffrey Petty (1998). *Teaching Today: A Practical Guide*. Stanley Thornes Publisher.
[2] Rachel Sorensen (2006). *Affect tn Mathematics Education, in Educational Studies in Mathematics*. Springer American.
[3] Zemelman - Daniels and Hyde (1998). *Principles of best practice learning Best Practice: New Standards for Teaching and Learning in America's Schools*. Springer American.
[4] Nguyễn Bá Kim (2006). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
[5] G. Polya (1957). *How to Solve It* (2nd ed.). Princeton University Press, ISBN 0-691-08097-6.

Phát triển văn hóa toán học...

(Tiếp theo trang 181)

được yêu cầu trả lời câu hỏi "vì sao em viết 10x = –7", thì có HS trả lời là: "vì khi chuyển số 7 từ vế trước sang vế sau, ta phải đổi dấu của nó, và cũng vì vậy, ta có $x = \frac{7}{10}$". Trong trường hợp này, nếu GV không đi sâu, thấy kết quả cuối cùng là đúng (kết quả của hai lần sai dấu) thì cho rằng HS chỉ một lần "sơ ý" nhầm dấu, rồi cho qua; như vậy sai lầm trên đây càng dễ ăn sâu vào nếp nghĩ của HS. Ngay trong trường hợp HS làm đúng cả, nhưng nếu đi sâu tìm hiểu thì có khi phát hiện được những điều ít ngờ tới trong tư duy của HS kém. Chẳng hạn, có em viết đúng: $\frac{a^2 - b^2}{a + b} = a - b$ nhưng giải thích như sau: "a^2 chia cho a, được a ; dấu – chia cho dấu + được dấu – ; b^2 chia cho b, được b".

* * *

Phát triển văn hoá toán học cho người học là một định hướng dạy học phù hợp với quan điểm: Dạy toán là dạy cách học toán, dạy cách làm ra kiến thức toán học, chứ không phải truyền thụ trực tiếp kiến thức đó. HS phải mò mẫm và sử dụng các loại tư duy như tư duy biện chứng, suy luận có lí, suy luận ngoại suy, khái quát hóa, tương tự hóa, đặc biệt hóa,... để dự đoán các kết quả, quy luật trước khi chứng minh chúng và sáng tạo ra các bài toán mới. Phạm vi ứng dụng của kiến thức toán học, tuy đã mở ra rất rộng nhưng vẫn có hạn, còn phạm vi ứng dụng của văn hóa toán học (tư duy và nhân cách) thì rộng hơn nhiều. Vì vậy phát triển văn hoá toán học cho HS cần được tính đến trong xây dựng chương trình trên phương diện liều lượng kiến thức toán học đưa vào để người dạy có thời gian rèn luyện và bồi dưỡng tư duy cho HS. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Nguyễn Cảnh Toàn (2009). *Nên học toán như thế nào cho tốt?* NXB Giáo dục Việt Nam.
[2] Nguyễn Cảnh Toàn (2009). *Học cách sáng tạo*. NXB Giáo dục Việt Nam.
[3] Bùi Văn Nghị (2013). *Dạy văn hóa toán học cho học sinh*. Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Vol 58, tr 3-7.
[4] Hoàng Chúng (2000). *Phương pháp dạy học toán học ở trường phổ thông trung học cơ sở*. NXB Giáo dục.
[5] Hoàng Chúng (1969). *Rèn luyện khả năng sáng tạo toán học ở trường phổ thông*. NXB Giáo dục.
[6] Kruteski V.A (1973). *Tâm lí năng lực toán học của học sinh*. NXB Giáo dục.