

# PHÁT TRIỂN TƯ DUY TRONG DẠY TOÁN TẠI TRƯỜNG THCS&THPT NGUYỄN TẤT THÀNH THÔNG QUA MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

TS. TẠ ANH CƯỜNG\*

Ngày nhận bài: 14/05/2016; ngày sửa chữa: 17/05/2016; ngày duyệt đăng: 18/05/2016.

**Abstract:** Teaching Mathematics should be a process which helps students to identify the problems, explore information, create ideas and choose the best idea to solve the problems by dialectical thinking. The article presents solutions to develop logical thought for students with equations and systems of equations through reality of mathematics teaching in Nguyen Tat Thanh high school.

**Keywords:** Teaching, process, dialectical thinking.

## 1. Đặt vấn đề

Việc dạy môn *Toán* trong nhà trường phổ thông không chỉ nhằm mục tiêu đào tạo ra những “thợ giải toán” theo những dạng bài được định hình trước bởi người dạy, mà đồng thời phải đạt mục tiêu phát triển tư duy và các phẩm chất trí tuệ cho học sinh (HS). Thực tế là, nhiều HS đang được học và học theo cách phân dạng các bài thi, bài tập. Ở đó, giáo viên (GV) cung cấp HS phương pháp giải và các dạng bài toán mẫu, cơ bản, trang bị cách, quy trình giải để giúp HS giải các bài toán khác, tương tự. Như vậy, khi giải toán, quá trình tư duy của các em hầu như đã bỏ qua bước tự mình phát hiện vấn đề và giải quyết mâu thuẫn. Điều này có thể dẫn đến việc lười suy nghĩ, thiếu tính linh hoạt và chủ động khi gặp những bài toán mới, không thuộc dạng cơ bản, khi gặp những tình huống mới, chưa biết cách xử lí,... Để đối mặt với thực trạng nói trên, GV dạy bộ môn *Toán* trong nhà trường phổ thông cần làm rõ cho các em hiểu vai trò, ý nghĩa của mỗi công thức, mỗi ứng dụng toán học trong thực tiễn cuộc sống và tại sao là vậy, như vậy.

Toán học là một môn khoa học tự nhiên với đặc trưng về tư duy là tính chính xác và logic. Tính chính xác ở đây không thể hiểu hạn hẹp ở việc lấy bao nhiêu chữ số sau dấu phẩy, mà rộng lớn hơn tất cả đó là tính chính xác trong tư duy, chính xác trong suy luận và ở bất kì vị trí nào trong một lời giải, ta đều làm rõ được hai chữ “tại sao”. Toán học phải rèn luyện cho các em lòng ham hiểu biết, tính kiên nhẫn, niềm tin khát vọng, biết cách đối xử công bằng và khiêm tốn, dũng cảm trước những gì đã làm được hoặc chưa làm được. Theo đó, trong mỗi bài giảng, GV dạy Toán không lấy đáp số bài toán làm mục tiêu tối thượng. Trước khi đánh giá một lời giải là đúng hay sai, GV cần luôn muốn biết và lắng nghe tại sao các em làm và suy

luận như vậy; cần cố gắng diễn giải lại quá trình suy nghĩ của mình cho HS. Không phải cứ là thầy thì cái gì cũng biết, cái gì cũng đúng! Khi học với HS là GV đang làm việc hai chiều và trong rất nhiều trường hợp, bản thân mỗi GV lại học được rất nhiều trong cách tư duy của HS mà mình dạy.

## 2. Một số thuận lợi và khó khăn đối với GV trong dạy học toán theo hướng tập trung phát triển tư duy tại Trường THCS&THPT Nguyễn Tất Thành

### 2.1. Một số thuận lợi

Công tác chỉ đạo việc thực hiện kế hoạch dạy học môn *Toán* của Trường THCS&THPT Nguyễn Tất Thành luôn được quan tâm, đảm bảo đáp ứng những yêu cầu cơ bản, bắt buộc của Chương trình Giáo dục Quốc gia, trong đó đề cao mục tiêu phát triển tư duy cho HS. Cụ thể, trong Kế hoạch dạy học môn *Toán* của Trường THCS&THPT Nguyễn Tất Thành năm học 2015-2016 chỉ rõ: - Về rèn luyện kĩ năng: lập luận, trình bày, phân tích tìm lời giải, xây dựng các bài toán tương tự, đặc biệt hóa, khái quát hóa...; - Về nội dung giảng dạy: Dạy HS làm bài luyện phải làm “từ gốc đến ngọn”, giúp HS hiểu bản chất vấn đề; tránh sa vào đánh đố HS, tránh “chỉ chú ý đến phần ngọn” của bài toán, tức là chỉ cần HS công nhận thụ động mà không hiểu bản chất cách lập luận bài toán. Trên cơ sở mục tiêu rõ ràng như vậy, GV môn *Toán* của Trường đã xây dựng một hệ thống bài học trong đó có các kiến thức, bài tập từ dễ đến khó, phù hợp với mỗi giai đoạn phát triển tư duy của HS. Đồng thời, việc dạy học trở nên có hệ thống, bài bản và có mục tiêu rõ ràng hơn; mỗi GV, trong mỗi tiết dạy của mình, có trách nhiệm cao hơn để cố gắng đạt các mục tiêu dạy

\* Trường Đại học Sư phạm Hà Nội

học là trang bị tri thức, rèn luyện kỹ năng và phát triển tư duy.

## 2.2. Một số khó khăn

Việc dạy học phát triển tư duy không phải lúc nào cũng suôn sẻ với hiệu suất làm việc cao bởi tính thụ động, phụ thuộc vào GV của các HS vẫn còn rất lớn và phổ biến. Nhiều HS không quen với việc phải suy nghĩ, phải tự học môn *Toán*, HS không có đủ thời gian và sự kiên trì trong quá trình học *Toán*.

Việc dạy học phát triển tư duy đòi hỏi rất nhiều thời gian, tính kiên nhẫn, sự đầu tư tâm lực của GV. Việc thiết kế một pha dạy học, một kế hoạch dạy học với mục tiêu đề cao việc phát triển tư duy cho HS là một công việc không đơn giản, cần nhiều thời gian hơn nhiều so với việc phân dạng và dạy cách giải các dạng bài tập, theo một chủ đề, một chương nào đó.

Một yếu tố nữa gây khó khăn cho quá trình dạy học phát triển tư duy là: tổ chức, trình độ tư duy của mỗi HS khác nhau và không đồng đều; sĩ số lớp còn lớn.

Cuối cùng, có thể kể tới một thực tế là hình thức thi cử, cách ra đề thi hiện nay chưa chú trọng nhiều vào việc đánh giá năng lực tư duy của HS trong môn *Toán* nên nhiều HS có xu hướng ôn tập, luyện thi thông qua các bài tập, dạng bài tập mà không tập trung vào phát triển năng lực tư duy hay các năng lực khác.

## 3. Một số giải pháp góp phần phát triển tư duy cho HS trong dạy học môn Toán

Từ thực tiễn dạy học, thực tiễn là HS yêu môn *Toán*, tôi thấy rằng cần thực hiện một số giải pháp như sau, góp phần phát triển tư duy cho HS.

- Nhà trường cần xây dựng chương trình (Chương trình Nhà trường) chi tiết hơn nữa, có thể biên soạn một bộ tài môn *Toán* của riêng Nhà trường. Trong cuốn tài liệu đó, các bài toán không chỉ đơn thuần kèm theo lời giải mà phải bao gồm đầy đủ các bước phân tích, lập luận. HS khi đọc nó, phải thấy được "suy luận hợp lý trong những lời giải thiếu tự nhiên".

- Quá trình rèn luyện và phát triển tư duy *Toán* học phải được duy trì liên tục từ cấp THCS đến cấp THPT của Trường.

- Thư viện Nhà trường hàng tháng có thể mua thêm các tạp chí "Toán học tuổi trẻ". Động viên, khích lệ các em HS tham gia giải toán, bởi các tạp chí là nguồn kênh thông tin thời sự nhất về *Toán* học cùng với những bài học sâu sắc đã được tuyển chọn. Rộng lớn hơn nữa là các em HS có thể giao lưu với các bạn trẻ yêu *Toán* khác trên cả nước, các em được ra "biển lớn" thay vì chỉ biết đến những gì đang học trong Nhà trường.

- Mỗi GV dạy bộ môn *Toán* phải không ngừng học tập, trau dồi và nâng cao kiến thức cho bản thân. Người thầy phải luôn khiêm tốn, phải là tấm gương thể hiện tinh thần không ngừng học hỏi cho các em. GV cần dạy cho HS tính độc lập, tự chủ, dũng cảm, tự tin và cách thức đối mặt với từng bài toán và luôn kiên trì dạy các em cách suy nghĩ. HS khi học với thầy phải học được cách nghĩ của thầy. Khi chữa bài tập cho HS, GV cần mô tả được chi tiết con đường tư duy của bản thân mình, hướng dẫn các em suy luận từng bước thật logic và chặt chẽ, tức là dạy HS cách tư duy.

## 4. Một số ví dụ về phát triển tư duy cho HS thông qua dạy học một số bài tập về phương trình và hệ phương trình

**Ví dụ 1:** Khi dạy tiết luyện tập bài Hệ phương trình đối xứng loại II (lớp 10), GV cho bài toán: Giải phương trình:  $4x^2 + \sqrt{2x+1} + 5 = 12x$

Khi gặp đề bài như vậy, rất nhiều em tìm cách bình phương hai vế. Nhưng chỉ sau một hai bước biến đổi, các em bắt đầu nản vì số mũ của phương trình bằng 4 và phương trình khá công kênh, phức tạp nên không biết cách giải thế nào nữa!

GV có thể gợi ý: Mục tiêu là giảm độ phức tạp của phương trình, có thể đặt ẩn được không? Đặt ẩn để đưa về phương trình hay đưa về hệ phương trình? Nếu là hệ phương trình thì là hệ phương trình đối xứng, loại I hay loại II?

Thực tế là, nhiều HS không đặt ẩn mà ẩn đó giúp đưa phương trình về hệ đối xứng. GV gợi ý: "Hãy đặt  $\sqrt{2x+1} = -2y+3$ ".

Khi đó, nhiều em bất ngờ vì "sự đẹp đẽ bất ngờ" là đưa về hệ phương trình:

$$x^2 - 12x - 2y + 8 = 0$$

$$y^2 - 12y - 2x + 8 = 0$$

Để phân công việc cuối cùng là giải toán cho các em. Sau khi cả lớp đã thống nhất đáp số. GV hỏi HS: "Có bạn nào thắc mắc gì không?" Sự chờ đợi một câu trả lời đã đến khi mà cả lớp đồng loạt hỏi: "Tại sao thầy biết cách đặt như vậy?"

GV bắt đầu diễn tả cách suy nghĩ, cách làm của mình:

Do bậc của x bằng 2, nên để xuất hiện hệ đối xứng loại II thì ta phải thêm ẩn phụ mới là y sao cho phép biến đổi cuối cùng cũng phải là bậc 2 đối với y. Suy ra, ta phải đặt  $\sqrt{2x+1} = ay + b$  với a, b nào đó.

Hoàn thành bước suy luận thứ nhất. Sau đó, tiến hành bình phương bước đặt ẩn phụ ở trên, ta sẽ thu được hệ

$$4x^2 - 12x + ay + b + 5 = 0$$

$$a^2y^2 - 2aby - 2x + b^2 - 1 = 0.$$

Đến đây, để đạt được mục đích đưa về hệ đối xứng loại II (nhớ lại định nghĩa Hệ đối xứng loại II và từ đó tạo cơ sở cho ta đi tìm a, b), ta thiết lập được các tỉ

$$\text{lệ thức: } \frac{a^2}{4} = \frac{2ab}{-12} = \frac{-2}{a} = \frac{b^2-1}{b+5}$$

Giải hệ trên, ta thu được:  $a = -2, b = 3$ .

Qua ví dụ này, cần nhấn mạnh với HS rằng, toán học không chỉ là mò mẫm mà nó phải bao gồm các bước suy luận.

Cũng lưu ý rằng, GV không nên áp đặt một lời giải hay phương pháp ngay từ đầu bởi mục tiêu là HS tìm tòi, tự phát hiện cách giải toán mà đôi khi đi theo những suy nghĩ rất riêng. Chẳng hạn, với bài toán trên, một HS lớp 11D1 đã biến đổi đưa về hai hằng đẳng thức

$$\text{bằng nhau: } \left(\frac{5}{2} - 2x\right)^2 = \left(\sqrt{2x+1} - \frac{1}{2}\right)^2.$$

**Ví dụ 2:** (Đề thi học kì II lớp 12 năm học 2015-2016 Trường THCS&THPT Nguyễn Tất Thành). Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 7x^2 - y^2 + 18x - 2y + 16 = 0 \\ x^2 - x - 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

**Phân tích:** Nhìn vào hệ phương trình này, xác định ngay lập tức là tìm thông tin từ phương trình trên trước vì nó đơn giản hơn phương trình dưới. Do các số hạng chỉ chứa x hoặc y nên ta sẽ chuyển mỗi bên một biến. Dự đoán được cách làm bài này là phương pháp hàm đặc trưng:

$$x^3 + 7x^2 + 18x + 16 = y^3 + y^2 + 2y.$$

Cố gắng xoay sở sao cho xuất hiện “định dạng chung” ở cả hai vế của phương trình trên. Do số mũ của x bằng 3 nên ta sẽ nhớ đến khai triển của hằng đẳng thức mũ 3. Như vậy, ngay lập tức ta sẽ phải nghĩ đến số nào “gần” 7 nhất mà chia hết cho 3 (số 3 trong khai triển hằng đẳng thức mũ 3). Từ đó, ta xét “ $7 = 6 + 1$ ”. Suy ra tiếp theo hằng đẳng thức cần khai triển phải là  $(x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ .

Vế phải của phương trình, ta phỏng đoán “liệu phần dư có phải là  $(x+2)^2 + 2(x+2)$  không?” Từ đó, ta có một phương trình thật đẹp

$$(x+2)^3 + (x+2)^2 + 2(x+2) = y^3 + y^2 + 2y.$$

Đến đây, xét hàm số  $f(t) = t^3 + t^2 + 2t$ . Ta có  $f'(t) = 3t^2 + 2t + 2$ . Bởi  $\Delta = -5 < 0$  nên  $f'(t) > 0$  với mọi t. Nói cách khác, hàm f(t) là hàm đồng biến trên tập số thực (chú ý, có những bài hệ phương trình đòi hỏi ta phải tìm điều kiện của x, y để từ đó xét hàm đặc trưng trên một tập xác định nào đó thôi. Với bài này, ta chưa cần thiết vì hàm đặc trưng f(t) đơn điệu trên toàn bộ tập số thực).

Từ việc hàm f(t) đồng biến, ta suy ra được  $y = x + 2$ . Như vậy, việc đọc thông tin từ phương trình đầu đã hoàn tất.

+ Thế  $y = x + 2$  vào phương trình dưới, ta thu được phương trình

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = x^3 + (x+2)^2 + 3x^2 - x - 2(x+2) - 3$$

hay

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = x^3 + 4x^2 + x - 3. (*)$$

Bình phương hai vế là điều không thể vì bậc xuất hiện sau đó sẽ là bậc 6. Do đó, phải là một lời giải đặc biệt. Việc đầu tiên ta nghĩ tới là “liệu phương trình này có nghiệm đặc biệt không?”. Bằng cách xét điều kiện của x ( $-3 \leq x \leq 2$ ), ta thử các giá trị nguyên của x. Hãy chú ý các giá trị nguyên sao cho số dưới căn thức phải là số chính phương. Ta tìm được  $x = -2$  và  $x = 1$  thỏa mãn phương trình.

Như vậy, mục tiêu lúc này là phải làm sao xuất hiện được nhân tử  $(x-1)(x+2)$ .

Muốn xuất hiện nhân tử  $(x-1)(x+2)$ , ta thường nghĩ đến việc xử lí căn thức bằng việc nhân liên hợp. Do mục tiêu sau khi nhân liên hợp phải xuất hiện  $(x-1)(x+2)$ , một hàm số bậc 2 ẩn x, nên ta không thể đơn thuần thêm bớt kiểu căn thức trừ đi một hằng số (do là sau khi nhân liên hợp, biểu thức thu được trên tử số chỉ là bậc nhất!). Xác định được điều đó, có nghĩa là ta phải thêm bớt kiểu

$$\sqrt{x+3} + (ax+b) \text{ và } \sqrt{2-x} - (cx+d).$$

Câu hỏi bây giờ xuất hiện là “a, b, c, d bằng bao nhiêu?”

Việc trả lời câu hỏi này không khó bởi ta cứ luôn bám sát mục tiêu là sẽ có câu trả lời. Cụ thể, ta sẽ thay các giá trị  $x = -2$  và  $x = 1$  sao cho  $\sqrt{x+3} + (ax+b) = 0$ .

Từ đó, ta dễ dàng thu được hệ phương trình

$$1 + 2a - b = 0$$

$$2 - a - b = 0.$$

Giải hệ trên, ta thu được  $a = 1/3$  và  $b = 5/3$ .

Việc tìm c, d hoàn toàn tương tự:  $c = -1/3, d = 4/3$ .

Tổng hợp lại, ta sẽ viết phương trình (\*) lại là:

$$\left[\sqrt{x+3} - \left(\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}\right)\right] + \left[\sqrt{2-x} - \left(-\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}\right)\right] = x^3 + 4x^2 + x - 6.$$

Tiến hành nhân liên hợp và phân tích vế phải thành nhân tử (luôn phân tích được vì trong quá trình làm, ta luôn đảm bảo phương trình có hai nghiệm  $x = -2$  và  $x = 1$ ), ta thu được phương trình

$$(x^2 + x - 2) \left( \frac{1}{9\sqrt{x+3} + 3(x+5)} + \frac{1}{9\sqrt{2-x} + 3(4-x)} + x + 3 \right) = 0$$

(Xem tiếp trang 135)

Bảng 3. Thống kê ý kiến HS nhóm TN

Lớp	CLB	Số phiếu	Hứng thú cao		Bình thường		Không hứng thú	
			Số phiếu	%	Số phiếu	%	Số phiếu	%
10A1	CLB Bóng rổ	4	3	75,0	1	25,0		0,0
10A2	CLB Bóng rổ	6	6	100		0,0		0,0
10D1	CLB Bóng rổ	5	4	80,0	1	20,0		0,0
10D2	CLB Bóng rổ	14	10	71,4	4	28,6		0,0
10N1	CLB Bóng rổ	3	3	100		0,0		0,0
11A1	CLB Bóng rổ	6	6	100		0,0		0,0
11A2	CLB Bóng rổ	8	8	100		0,0		0,0
11D1	CLB Bóng rổ	6	6	100		0,0		0,0
11D2	CLB Bóng rổ	2	1	50,0	1	50,0		0,0
11N1	CLB Bóng rổ	15	13	86,7	1	6,7	1	6,7
7A1	CLB Bóng rổ	13	7	53,8	5	38,5	1	7,7
7A2	CLB Bóng rổ	4	1	25,0	3	75,0		0,0
7A3	CLB Bóng rổ	12	11	91,7	1	8,3		0,0
7A4	CLB Bóng rổ	17	12	70,6	5	29,4		0,0
8A1	CLB Bóng rổ	12	10	83,3	2	16,7		0,0
8A2	CLB Bóng rổ	2	2	100		0,0		0,0
8A3	CLB Bóng rổ	16	11	68,8	4	25,0	1	6,3
Tổng số phiếu		145	114	78,6	28	19,3	3	2,0

Bảng 4. Thống kê ý kiến HS nhóm ĐC

Lớp	CLB	Số phiếu	Hứng thú cao		Bình thường		Không hứng thú	
			Số phiếu	%	Số phiếu	%	Số phiếu	%
10D3	CLB Bóng rổ	6	3	50,0	3	50,0		0,0
10D4	CLB Bóng rổ	6	2	33,3	4	66,6		0,0
10D5	CLB Bóng rổ	7	3	42,8	4	57,1		0,0
10D6	CLB Bóng rổ	6	2	33,3	4	66,6		0,0
10N2	CLB Bóng rổ	14	9	64,2	4	28,5	1	7,1
11A3	CLB Bóng rổ	12	6	50,0	5	41,6	1	0,1
11D3	CLB Bóng rổ	12	5	41,6	6	50,0	1	0,1
11D4	CLB Bóng rổ	13	3	23,1	8	61,5	2	15,3
11N2	CLB Bóng rổ	8	3	37,5	4	50,0	1	12,5
7A5	CLB Bóng rổ	15	5	33,3	8	53,3	2	13,3
7A6	CLB Bóng rổ	5	1	20,0	4	80,0		0,0
7A7	CLB Bóng rổ	8	2	25,0	6	75,0		0,0
8A4	CLB Bóng rổ	17	5	29,4	11	64,7	1	5,8
8A5	CLB Bóng rổ	6	1	16,6	5	83,3		0,0
Tổng số phiếu		135	50	37,1	72	53,3	9	6,6

Bảng 5. So sánh tỉ lệ % kết quả lấy ý kiến HS của nhóm TN và nhóm ĐC

Đối tượng	Hứng thú cao (%)	Bình thường (%)	Không hứng thú (%)
Nhóm TN (n=145)	78,6	19,4	2,0
Nhóm ĐC (n=135)	37,1	53,3	6,6

công cụ đánh giá hiệu quả giảng dạy của cả năm học thông qua hai tiêu chí: đánh giá trình độ và mức độ nhận thức, hứng thú của HS. Qua đây, chúng tôi đề xuất Bộ GD-ĐT cho phép nhân rộng hình thức dạy học các môn thể thao hoặc nghệ thuật theo nguyện vọng và sở thích của HS. Từ đó, giúp HS

giảm bớt áp lực học văn hóa, học thêm nhiều kỹ năng thể thao và nghệ thuật, thêm yêu trường lớp, tránh xa các tệ nạn xã hội. □

**Tài liệu tham khảo**

[1] Bộ GD-ĐT. *Dự thảo đề án đổi mới chương trình, sách giáo khoa giáo dục phổ thông sau năm 2015*.  
 [2] Đinh Can (1978). *Kỹ thuật bóng rổ*. NXB Thể dục Thể thao.  
 [3] Đinh Quang Ngọc (2011). *Bóng rổ trong trường học*. NXB Thể dục Thể thao.  
 [4] Phạm Văn Thảo - Nguyễn Văn Trung (2004). *Huấn luyện kỹ - chiến thuật Bóng rổ hiện đại*. NXB Thể dục Thể thao.  
 [5] Lê Đình Trung. *Dạy học theo định hướng hình thành và phát triển năng lực cho người học trong nhà trường phổ thông*. Đề tài cấp Bộ, mã số: B2013-1743.  
 [6] Lê Đình Trung (2013). *Giáo dục theo định hướng tiếp cận năng lực trong đào tạo giáo viên và giáo dục phổ thông*. Kỷ yếu Hội nghị cấp trường. Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.

**Phát triển tư duy trong dạy toán...**

(Tiếp theo trang 90)

Lưu ý là các mẫu số hoàn toàn dương do điều kiện của x thỏa mãn  $-3 \leq x \leq 2$ , có

$$\frac{1}{9\sqrt{x+3}+3(x+5)} + \frac{1}{9\sqrt{2-x}+3(4-x)} + x + 3 > 0.$$

Vậy nghiệm của phương trình là  $x = -2$  và  $x = 1$  và suy ra hệ phương trình đã cho có hai nghiệm  $(-2; 0)$ ,  $(1; 3)$ .

**5. Kết luận**

Môn *Toán* là môn học có điều kiện tốt để rèn luyện, phát triển tư duy cho HS, đặc biệt là các loại hình tư duy toán học như tư duy logic, tư duy hàm, tư duy thuật toán,... GV có thể khai thác nhiều bài toán trong chương trình để dạy HS tìm lời giải, dạy cho họ cách suy nghĩ, phân tích và biến đổi các dữ kiện ban đầu của bài toán. Thông qua đó, các thao tác tư duy được thực hiện, HS sẽ được rèn luyện và phát triển tư duy một cách chủ động và tích cực. □

**Tài liệu tham khảo**

[1] Nguyễn Hữu Châu (2005). *Những vấn đề cơ bản về chương trình và quá trình dạy học*. NXB Giáo dục.  
 [2] Nguyễn Bá Kim (2007). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.  
 [3] Bùi Văn Nghị (2008). *Giáo trình Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.  
 [4] Bùi Văn Nghị (2009). *Vận dụng lý luận vào thực tiễn dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.  
 [5] Nguyễn Cảnh Toàn (2007). *Tập cho học sinh giỏi làm quen dần với nghiên cứu toán học*. NXB Đại học Sư phạm.