PHÁT TRIỂN TƯ DUY THUẬT TOÁN CHO HỌC SINH DÂN TỘC THIỂU SỐ VÙNG TÂY NGUYÊN THÔNG QUA CÁC BÀI TOÁN GIẢI TÍCH LỚP 11 NÂNG CAO

PHAN BÁ LÊ HIỀN*

Ngày nhận bài: 16/05/2016; ngày sửa chữa: 20/05/2016; ngày duyệt đăng: 23/05/2016.

Abstract: *Developing algorithm thinking is an important goal in teaching Mathematics at school, particularly for ethnic minority students in Highland (Vietnam) where material facilities for learning are very poor. The article proposes some methods to solve the advanced analytic problems (Grade 11) with specific examples for high school students to develop their algorithm thinking with aim to enhance quality of learning mathematics at high school.*

Keywords: *Algorithm thinking, problem solving, mathematical induction, senior derivative.*

Trong dạy học Toán, tư duy toán học là hình thức của tư duy biện chứng trong quá trình con người nhận thức hoặc áp dụng Toán học vào các môn khoa học khác. Tư duy thuật toán (TDTT) là một loại hình của tư duy toán học. Thuật toán trong dạy học là một hệ thống các quy định nghiêm ngặt, được thể hiện theo một quá trình chặt chẽ, dẫn đến cách giải quyết đúng. Quy nạp là một thuật toán tuy đơn giản nhưng hiệu quả cho học sinh (HS) khi giải các bài toán chứng minh.

Thực tế dạy học cho thấy, trong chương trình môn *Toán* lớp 11 hiện hành, khi sử dụng phương pháp chứng minh bằng quy nạp toán học để giải các bài toán tính đạo hàm cấp cao đã khiến nhiều HS lúng túng. Để khắc phục, giáo viên (GV) cần đưa ra quy trình cho từng dạng toán cụ thể nhằm giúp các em nắm vững kiến thức cơ bản; từ đó, HS có thể sáng tạo được cách giải mới hay và lạ. Dưới đây, chúng tôi đưa ra quy trình về phương pháp chứng minh quy nạp toán học để giải các bài toán giải tích lớp 11 nâng cao cho HS dân tộc thiểu số (DTTS), góp phần phát triển TDTT cho các em.

1. Một số đặc điểm của HS DTTS trong học tập môn *Toán*

Tây Nguyên là vùng núi hiện có nhiều đồng bào dân tộc ít người sinh sống. Được sự quan tâm và đầu tư của Nhà nước, HS từ thành thị đến nông thôn đều được đến trường. Tuy nhiên ngôn ngữ là rào cản rất lớn của các em do thường xuyên sử dụng tiếng mẹ đẻ và thói quen về phong tục tập quán, nên việc học tập các môn khoa học nói chung và môn *Toán* nói riêng gặp rất nhiều khó khăn.

Mặt khác, nhiều HS có quan niệm rằng, các môn khoa học tự nhiên là môn học khó, nhất là môn *Toán* có tính trừu tượng cao. Do vậy, GV cần quan tâm đến các đối tượng HS, có sự định hướng để xây dựng bài giảng một cách khoa học, gần gũi, phù hợp nhằm truyền đạt tốt, giúp các em vượt qua được các rào cản này.

2. Phát triển TDTT cho HS DTTS Tây Nguyên khi giải các bài toán giải tích lớp 11 nâng cao có sử dụng phương pháp chứng minh quy nạp toán học

2.1. Quy trình chứng minh quy nạp toán học

Bài toán 1: Để chứng minh mệnh đề chứa biến *A(n)* là một mệnh đề đúng với mọi giá trị nguyên dương của *n* bằng phương pháp quy nạp, ta thực hiện theo hai bước sau:

- *Bước 1:* Chứng minh *A(n)* là một mệnh đề đúng khi *n* = 1.

- *Bước 2:* Với *k* là một số nguyên dương tùy ý, lớn hơn 1, xuất phát từ giả thiết *A(n)* là mệnh đề đúng khi *n = k*, cần chứng minh *A(n)* cũng là một mệnh đề đúng khi *n = k+1*.

Ví dụ 1: Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, ta có:

$$1^2+2^2+3^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (1)$$

Hướng dẫn

- *Bước 1*: Khi n = 1, (1) trở thành $1^2=\frac{1(1+1)(2.1+1)}{6}$ (đúng).

*** Trường THPT Lê Duẩn, TP. Buôn Ma Thuột, Đắk Lắk**

- *Bước 2*: Giả sử (1) đúng với $n = k, (k \geq 1)$, nghĩa là:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

Ta cần chứng minh (1) đúng khi *n = k+1*, hay:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + k^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

Thật vậy:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + k^2 + (k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2$$

$$= \frac{(k+1)(2k^2 + 7k + 6)}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}.$$

Suy ra (1) đúng với *n = k+1*. Vậy, theo nguyên lí quy nạp, (1) đúng với mọi n. Ta có điều phải chứng minh.

Nhận xét: Trong *ví dụ 1*, HS DTTS thường lúng túng khi xét n = 1 vì cho rằng ở vế trái của (1), phải thay n = 1, khi đó kết quả của hai vế không bằng nhau. Do đó, GV cần giảng giải để các em nắm được khi n = 1 thì vế trái của (1) là $1^2 = 1$.

Hơn nữa, khi chứng minh (1) đúng với *n = k+1*, các em thường khai triển tử số là một đa thức bậc 3 theo k, dẫn đến lúng túng không biết cách xử lí. Do đó, GV cần hướng dẫn HS DTTS không khai triển nhưng phải biết phát hiện có k + 1 chung để phân tích đa thức thành nhân tử.

Ví dụ 2: Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n, số 13^n - 1 luôn chia hết cho 6.

Hướng dẫn

- *Bước 1*: Với n = 1, ta có: 13-1 = 12 chia hết cho 6 (đúng).

- *Bước 2*: Giả sử bài toán đúng với $n = k, (k \geq 1)$, nghĩa là 13^k - 1 chia hết cho 6.

Cần chứng minh bài toán đúng với n = k + 1, hay 13^{k+1} - 1 chia hết cho 6.

Thật vậy: $13^{k+1} - 1 = 13.(13^k - 1) + 12$. Suy ra 13^{k+1} - 1 chia hết cho 6.

Vậy, bài toán đã cho đúng với mọi số nguyên dương n.

Nhận xét: Ở ví dụ 2, khó khăn lớn nhất mà HS DTTS gặp phải là khả năng biến đổi u_{k+1} theo u_k (với $u_k = 13^k - 1$). Do đó, GV cần phân tích $u_{k+1} = au_k + b$, với $a, b \in Z$ và b chia hết 6 bằng cách thêm bớt hằng số tự do: $13^{k+1} - 1 = 13^{k+1} - 13 + 12 = 13.(13^k - 1) + 12$. Từ đó, thu được kết quả của bài toán.

Ví dụ 3: Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, biểu thức sau: $A_n = (\sqrt{2}-1)^{2n} + (\sqrt{2}+1)^{2n}$ là số chẵn.

- *Bước 1:* Với n = 1,

$A_1 = (\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2 = 3 - 2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2} = 6$ (đúng)

- *Bước 2:* Giả sử bài toán đúng với $n = k, (k \geq 1)$, hay $A_k = (\sqrt{2}-1)^{2k} + (\sqrt{2}+1)^{2k}$ là số chẵn. Cần chứng minh bài toán đúng khi n = k + 1, hay $A_{k+1} = (\sqrt{2}-1)^{2k+2} + (\sqrt{2}+1)^{2k+2}$ là số chẵn. Thật vậy:

$$= 3\left[(1+\sqrt{2})^{2k} + (1-\sqrt{2})^{2k}\right] + 2\sqrt{2}\left[(1+\sqrt{2})^{2k} - (1-\sqrt{2})^{2k}.\right]$$

Từ đây suy ra bài toán đúng với mọi số nguyên dương n.

Ví dụ 4: Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên lớn hơn 2, ta có: $2^n > 2n + 1$ (2).

Bước 1: Khi n = 3, ta có: 2^3= 8 > 2.3 + 1 = 7 (đúng).

Bước 2: Giả sử (2) đúng với $n = k, (k \geq 3)$, nghĩa là $2^k > 2k + 1$; cần chứng minh (2) đúng với n = k + 1, hay: $2^{k+1} > 2k + 3$. Thật vậy: do $2^{k+1} = 2^k.2 > 2(2k+1) = 2k+3 + 2k-1 > 2$ $= (2k+3) + (2k-1) > 2k+3, \forall k > 3$ nên (2) đúng với mọi số tự nhiên lớn hơn 2. Ta có điều phải chứng minh.

Nhận xét: Nếu chứng minh một mệnh đề P_n nào đó đúng với mọi số tự nhiên $n \geq p (p \in N, p > 1)$, ở bước 1 chúng ta sẽ kiểm tra P_n đúng với *n = p* thay cho việc kiểm tra *A(n)* đúng khi *n* =1.

2.2. Thiết lập quy trình tính đạo hàm cấp n.

Quy trình tính đạo hàm cấp *n* (với $\forall n \in N, n \geq 2$) của hàm số $y = f(x)$ gồm các bước sau:

Bước 1: Tính đạo hàm cấp 1, cấp 2, cấp 3, cấp 4. Từ đó dự đoán công thức tổng quát của đạo hàm cấp n.

Bước 2: Sử dụng phương pháp quy nạp toán học chứng minh công thức tổng quát đúng.

Ví dụ 5: Tính đạo hàm cấp n (với $\forall n \in N, n \geq 1$) của hàm số $f(x) = \frac{1}{ax+b}$.

Bước 1: Với điều kiện $x \neq -\frac{b}{a}$, ta có:

$$y' = -\frac{1.a}{(ax+b)^2};\ y'' = \frac{1.2.a^2}{(ax+b)^3};\ y''' = -\frac{1.2.3.a^3}{(ax+b)^4},...$$

Dự đoán $y^{(n)}=(-1)^n\dfrac{n!a^n}{(ax+b)^{n+1}}$ (3).

Bước 2: Với *n=1*, (3) đúng.

Giả sử (3) đúng với $n=k(k\ge 1)$, nghĩa là: $y^{(k)}=(-1)^k\dfrac{k!a^k}{(ax+b)^{k+1}}$.

Cần chứng minh (3) đúng với *n* = *k*+1, hay $y^{(k+1)}=(-1)^{k+1}\dfrac{(k+1)!a^{k+1}}{(ax+b)^{k+2}}$.

Thật vậy:

$$y^{(k+1)}=\left((-1)^k\frac{k!a^k}{(ax+b)^{k+1}}\right)'=(-1)^k\frac{k!a^k}{(ax+b)^{k+1}}\left(-\frac{\left((ax+b)^{k+1}\right)'}{\left((ax+b)^{k+1}\right)^2}\right)$$

$$=(-1)^{k+1}\frac{k!a^{k+1}(k+1)(ax+b)^k}{(ax+b)^{2k+2}}=(-1)^{k+1}\frac{(k+1)!a^{k+1}}{(ax+b)^{k+2}}.$$

Do đó, (3) đúng với *n* = *k*+1.

Vậy: $y^{(n)}=(-1)^n\dfrac{n!a^n}{(ax+b)^{n+1}}$.

Nhận xét: Trong ví dụ này, GV định hướng cho HS DTTS tính đạo hàm cấp 1, cấp 2, cấp 3 và suy ra công thức tổng quát của đạo hàm cấp n nhờ sự khéo léo phân tích các đối tượng như: dấu của đạo hàm cấp 1, cấp 2, cấp 3, rồi suy ra đạo hàm cấp n. Tử số ứng với đạo hàm cấp 1, cấp 2, cấp 3,..., cấp n có giá trị là: 1.a, $2a^2=1.2.a^2, 6a^3=1.2.3.a^3$,..., từ đó dự đoán giá trị của tử số ứng đạo hàm cấp n là $n!a^n$.

Ví dụ 6: Tính đạo hàm cấp $n,(n\in N, n\ge 1)$ của hàm số $f(x)=\sin x$.

Bước 1: Tập xác định: D = R.

Ta có: $y'=\cos x$, $y''=-\sin x=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$,

$y'''=-\cos x=\cos\left(x+2\dfrac{\pi}{2}\right)$, $y^{(4)}=\sin x=\cos\left(x+3\dfrac{\pi}{2}\right)$,...

Dự đoán $y^{(n)}=\cos\left(x+(n-1)\dfrac{\pi}{2}\right)$ (4)

Bước 2: Khi n = 1, (4) đúng.

Giả sử (4) đúng với $n=k(k\ge 1)$, nghĩa là: $y^{(k)}=\cos\left(x+(k-1)\dfrac{\pi}{2}\right)$. Cần chứng minh (4) đúng với n = k+1, nghĩa là: $y^{(k+1)}=\cos\left(x+k\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Thật vậy: $y^{(k+1)}=\left(y^{(k)}\right)'$

$$=\left(\cos\left(x+k\frac{\pi}{2}\right)\right)'=-\sin\left(x+(k-1)\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=\sin\left(-\left(x+(k-1)\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$=\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(-\left(x+(k-1)\frac{\pi}{2}\right)\right)\right]=\cos\left(x+k\frac{\pi}{2}\right).$$

Hay (4) đúng với n = k+1.

Vậy, $y^{(n)}=\cos\left(x+(n-1)\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Nhận xét: Trong ví dụ này, HS DTTS khó dự đoán công thức tổng quát của đạo hàm cấp n vì $y'=\cos x$, $y''=-\sin x$, $y'''=-\cos x$. Do đó, GV cần định hướng cho các em đưa về một đối tượng sin hoặc cosin bằng cách sử dụng công thức hai góc phụ nhau. Từ đó, các em tìm công thức tổng quát dễ dàng hơn.

Ví dụ 7: Tính đạo hàm cấp *n* (với $\forall n\in N, n\ge 1$) của hàm số $f(x)=\cos ax$.

Bước 1: Tập xác định: *D = R.*

Ta có: $y'=-a\sin ax$, $y''=-a^2\cos ax=a^2\cos\left(ax+2\dfrac{\pi}{2}\right)$,

$y'''=a^3\sin ax=a^3\cos\left(ax+3\dfrac{\pi}{2}\right)$,...

Dự đoán $y^{(n)}=a^n\cos\left(ax+n.\dfrac{\pi}{2}\right)$ (3)

Bước 2: Khi n = 1, (3) đúng.

Giả sử (3) đúng với $n=k(k\ge 1)$, tức là: $y^{(k)}=a^k\cos\left(ax+k\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Cần chứng minh (3) đúng với *n* = *k*+1, hay: $y^{(k+1)}=a^{k+1}\cos\left(ax+(k+1)\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Thật vậy:

$$y^{(k+1)}=\left(y^{(k)}\right)'=\left(a^k\cos\left(ax+k\frac{\pi}{2}\right)\right)'=-a^{k+1}\sin\left(ax+k\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=a^{k+1}\sin\left(-\left(ax+k\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$=a^{k+1}\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(-\left(ax+k\frac{\pi}{2}\right)\right)\right]=a^{k+1}\cos\left(ax+(k+1)\frac{\pi}{2}\right).$$

Suy ra (3) đúng với *n* = *k*+1.

Vậy, $y^{(n)} = a^n \cos\left(ax + n.\frac{\pi}{2}\right)$.

Ví dụ 8: Tính đạo hàm cấp *n* (với $\forall n \in N, n \geq 1$) của hàm số $y = \frac{2x}{x^2-1}$.

Như chúng ta đã biết, đạo hàm của một tổng bằng tổng các đạo hàm. Do đó, GV hướng dẫn HS phân tích $y = \frac{2x}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$, với điều kiện $x \neq \pm 1$, sau đó sử dụng tính chất đạo hàm của một tổng bằng tổng các đạo hàm. Theo *ví dụ 5*, dễ dàng chứng minh được $y^{(n)} = \frac{(-1)^n n!}{(x-1)^{n+1}} + \frac{(-1)^n n!}{(x+1)^{n+1}}$.

* * *

Trong các ví dụ ở trên, các đặc trưng của thuật toán được minh họa, thể hiện tính đơn trị, đầu vào và đầu ra, tính hiệu quả và tổng quát. Khi đó, HS thông qua các hoạt động TDTT để hoàn thành bài học một cách tốt nhất. Hơn nữa, TDTT khi đã nhuần nhuyễn sẽ phát triển tư duy sáng tạo, kết quả dạy học và giáo dục nhân cách cho HS ngày càng cao. GV cần dựa trên những đặc điểm của HS DTTS để có phương pháp, cách thức phù hợp nhằm phát triển TDTT cho các em trong dạy học Toán ở trung học phổ thông vùng Tây Nguyên. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Hoàng Chúng (2000). *Phương pháp dạy học Toán học ở trường trung học cơ sở*. NXB Giáo dục.
[2] Nguyễn Bá Kim (2011). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
[3] Bùi Văn Nghị (1996). *Vận dụng tư duy thuật toán vào việc xác định hình để giải các bài toán hình học không gian ở trường trung học phổ thông*. Luận án Phó tiến sĩ Khoa học sư phạm - Tâm lí, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.
[4] Bùi Văn Nghị (2009). *Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn Toán ở trường trung học phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.
[5] Đoàn Quỳnh (chủ biên) (2007). *Hình học 11 nâng cao*. NXB Giáo dục.
[6] Nguyễn Huy Đoan (chủ biên) (2007). *Bài tập Đại số và giải tích 11 nâng cao*. NXB Giáo dục.

Dạy học tìm tòi - nghiên cứu bài...

(Tiếp theo trang 56)

2.5. Báo cáo, bảo vệ kết quả nghiên cứu và hợp thức hóa kiến thức

GV yêu cầu các nhóm treo tờ giấy Ao đã có kết quả lên bảng.

Đại diện của mỗi nhóm treo tờ giấy Ao đã có kết quả, câu trả lời lên bảng.

GV chỉ định đại diện 1-2 nhóm HS báo cáo kết quả thí nghiệm, trả lời các câu hỏi khoa học. HS các nhóm khác nêu câu hỏi phản biện và trả lời câu hỏi của nhóm bạn để bảo vệ sự đúng đắn của kết luận khoa học.

GV làm trọng tài, giải thích thêm về kết quả, chỉnh sửa thứ tự, ngôn ngữ khoa học, thống nhất bằng các kết luận: - Đặc điểm ảnh của một vật tạo bởi TKHT: + Vật đặt ngoài khoảng tiêu cự của TKHT cho ảnh thật, ngược chiều với vật; + Khi vật ở vị trí lớn hơn hai tiêu cự (d > 2f) cho ảnh thật, ngược chiều bé hơn vật; + Khi vật ở vị trí bằng hai lần tiêu cự cho ảnh thật, ngược chiều và bằng vật; + Khi vật nằm trong khoảng lớn hơn tiêu cự và bé hơn hai lần tiêu cự (f < d < 2f) cho ảnh thật, ngược chiều, lớn hơn vật; + Khi vật ở trong khoảng tiêu cự (d < f) cho ảnh ảo cùng chiều, lớn hơn vật; - GV yêu cầu HS tự đối chiếu, đánh giá kết quả nghiên cứu (dựa trên kết quả phiếu học tập) và ghi vào vở.

* * *

Quá trình hình thành kiến thức về *"Ảnh của một vật tạo bởi TKHT"* (**Vật lí 9**), HS được trải nghiệm nhận thức về vấn đề nghiên cứu, đề xuất dự đoán, làm thí nghiệm kiểm tra trong các trường hợp khác nhau giữa vị trí của vật so với thấu kính, thu được tính chất ảnh tương ứng; giúp các em tích cực, tự lực và sáng tạo trong các giai đoạn học tập. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Võ Hoàng Ngọc - Võ Văn Thông (2015). *Dạy học tìm tòi - nghiên cứu trong môn Vật lí ở trường phổ thông*. Kỉ yếu hội thảo khoa học quốc tế lần thứ V tại Trường Đại học Maha Sarakham, Thái Lan.
[2] Vũ Quang (2013). *Vật lí 9*. NXB Giáo dục Việt Nam.
[3] Nguyễn Đức Thâm - Nguyễn Ngọc Hưng - Phạm Xuân Quế (2002). *Phương pháp dạy học Vật lí ở trường phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.
[4] Phạm Thị Phú - Đinh Xuân Khoa (2015). *Giáo trình Phương pháp luận nghiên cứu Vật lí*. NXB Đại học Vinh.
[5] Nguyễn Đức Thâm (1998). *Giáo trình Tổ chức hoạt động nhận thức của học sinh trong dạy học Vật lí ở trường trung học phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.