RÈN LUYỆN KĨ NĂNG VẬN DỤNG ĐỊNH LÍ BAYES TRONG DẠY HỌC XÁC SUẤT THỐNG KÊ CHO SINH VIÊN NGÀNH ĐIỀU DƯỠNG

NGUYỄN ANH TUẤN* - LẠI VĂN ĐỊNH**

Ngày nhận bài: 04/03/2016; ngày sửa chữa: 19/03/2016; ngày duyệt đăng: 21/04/2016.

Abstract: *This paper presents the research on the issue of training for nursing students to apply Bayes theorem to find out solutions to solve problems in learning Statistics probability. The authors mention difficulties of nursing students in applying this theorem in solving the problems of Statistics probability exercises and give a process of five steps as a key to apply the Bayer theorem in learning for students.*

Keywords: *Bayes theorem, statistics probability teaching.*

Toán học là một môn khoa học trừu tượng, có nhiều ứng dụng trong thực tiễn như: kinh tế, thiên văn, vật lí, y học, kĩ thuật, cơ khí... Trong học phần *Xác suất thống kê,* với những bài toán sử dụng định lí Bayes để tính xác suất thường gây khó khăn nhất định cho sinh viên (SV) trong việc xác định biến cố (hiện tượng) và xây dựng hệ biến cố đầy đủ.

Bài viết đề cập việc rèn luyện kĩ năng vận dụng định lí Bayes trong dạy học *Xác suất thống kê* cho SV ngành Điều dưỡng thông qua việc hướng dẫn các em nhận dạng, xác định bài toán có thể sử dụng công thức Bayes và hệ đầy đủ các biến cố của phép thử, luyện tập một số kĩ năng cần thiết khi giải bài toán xác suất.

1. Cơ sở lí luận và thực tiễn

Đối với các nhà nghiên cứu y học nói chung và điều dưỡng nói riêng, xác suất thống kê cũng là mảng kiến thức rất cần thiết. Chẳng hạn, trong chăm sóc người bệnh, xác suất được sử dụng để xác định, tìm hiểu và đánh giá mức phục hồi của người bệnh, nguyên nhân chưa phục hồi của người bệnh,... Khó khăn nhất khi giải toán là cần vận dụng kiến thức nào để kết nối các giả thiết của bài toán, tìm ra lời giải. Đôi khi người học nắm rất vững các định lí, công thức, hệ quả, khái niệm... nhưng lại gặp khó khăn khi vận dụng vào từng bài toán cụ thể.

Vì vậy, trong quá trình dạy học, cần tập trung rèn luyện kĩ năng nhận dạng - thể hiện định lí cho SV bằng cách xây dựng quy trình giải bài toán tính xác suất có sử dụng công thức Bayes.

2. Quy trình dạy học giải bài toán tính xác suất sử dụng định lí Bayes

Vận dụng lí luận dạy học giải bài tập toán theo hướng nghiên cứu gắn với thực tiễn, chúng tôi đề xuất quy trình gồm 5 bước sau trong dạy học giải bài toán tính xác suất bằng định lí Beyes cho SV ngành Điều dưỡng:

Bước 1: Trang bị và củng cố kiến thức lí thuyết, kĩ năng cơ bản cho SV

Khái niệm chỉnh hợp: Cho tập A gồm n phần tử khác nhau. Một chỉnh hợp chập k của n phần tử là một nhóm *có phân biệt thứ tự* gồm k phần tử khác nhau lấy từ n phần tử của tập A $(k \le n)$.

Công thức tính: Kí hiệu số chỉnh hợp chập k của n là A_n^k. Khi đó: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Khái niệm hoán vị: Cho tập hợp A gồm n phần tử khác nhau. Mỗi cách sắp xếp các phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử. Kí hiệu hoán vị n phần tử là P_n.

Công thức tính: Kí hiệu số hoán vị là P_n. Khi đó P_n = n (quy ước 0! = 1).

Khái niệm tổ hợp: Cho tập A có n phần tử khác nhau. Một tổ hợp chập k của n phần tử là một nhóm *không phân biệt* thứ tự gồm k phần tử khác nhau lấy từ n phần tử của tập A $(k \le n)$.

Công thức tính: Kí hiệu số tổ hợp chập k của n là:

*** Trường Đại học Sư phạm Hà Nội**
**** Trường Đại học Điều dưỡng Nam Định**

C_n^k. Ta có $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

Khái niệm phép thử ngẫu nhiên: Trong thực tế, thường gặp nhiều thí nghiệm mà các kết quả không thể dự báo trước, ta gọi chúng là các phép thử ngẫu nhiên.

Khái niệm biến cố: Kết quả của một phép thử gọi là biến cố hay hiện tượng. Tập tất cả các biến cố có thể xảy ra của phép thử gọi là không gian mẫu.

Khái niệm hệ đầy đủ các biến cố: Dãy các biến cố $\{A_1; A_2; ...;A_n\}$ được gọi là một hệ đầy đủ các biến cố nếu thỏa mãn hai điều kiện sau: - Xung khắc từng đôi một, nghĩa là $A_iA_j = \varnothing$ với mọi $i \neq j$; i = 1,..., n; j = 1,..., n); - Tổng của chúng là không gian mẫu Ω, nghĩa là $A_1 + A_2 + ... + A_n = \Omega$.

Định lí: Giả sử A, B là hai biến cố của một phép thử ta có:

i) P(AB) = P(A) P(B/A)

ii) P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)

Định lí (định lí Bayes): Giả sử các biến cố A_1, A_2,..., A_n lập thành một hệ đầy đủ và B là một biến cố xảy ra khi và chỉ khi một trong các biến cố A_1, A_2,..., A_n xảy ra. Cho biết $P(A_i)$ và $P(B/A_i)$, $i=\overline{1,n}$. Khi đó, $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).P(B/A_i)$.

Hệ quả: Giả sử các biến cố A_1, A_2,..., A_n lập thành một hệ đầy đủ các biến cố và B là một biến cố xảy ra khi và chỉ khi một trong các biến cố A_1, A_2,..., A_n xảy ra. Cho biết $P(A_i)$ và $P(B/A_i)$, $i=\overline{1,n}$. Khi đó: $P(A_i/B) = \dfrac{P(A_i)P(B/A_i)}{P(B)} \quad (i=\overline{1,n})$.

Bước 2: Tổ chức cho SV xây dựng quy trình giải bài toán tính xác suất bằng công thức Bayes.

Xuất phát từ công thức: $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).P(B/A_i)$, rút ra quy trình giải bài toán:

Hoạt động (HĐ) 1: Xác định biến cố xảy ra, đặt tên các biến cố đó (kĩ năng xác định các biến cố).

HĐ2: Dựa vào bài toán, xác định thứ tự các HĐ xảy ra (kĩ năng sắp xếp thứ tự các biến cố).

HĐ3: Xác định hệ đầy đủ các biến cố của phép thử (kĩ năng xác định hệ đầy đủ các biến cố).

HĐ4: Áp dụng công thức Bayes để tính xác suất tương ứng (kĩ năng thể hiện định lí Bayes và trình bày lời giải).

HĐ5: Kết luận bài toán theo yêu cầu đề bài (kĩ năng đánh giá quá trình giải và chuyển đổi ngôn ngữ).

Bước 3: Giảng viên (GV) vận dụng quy trình trên thông qua ví dụ minh họa.

Bước 4: GV tổ chức cho SV luyện tập vận dụng quy trình trên bằng cách hướng dẫn giải những bài tập tương tự.

Bước 5: GV tổ chức cho SV phân tích, đánh giá quá trình giải để phát hiện, sửa chữa những sai lầm... và hợp thức hóa kiến thức, chuẩn hóa kĩ năng giải những bài toán loại này.

3. Ví dụ minh họa

Dưới đây, chúng tôi đưa ra một số ví dụ sử dụng bước 1, 4 và 5 trong quy trình 5 bước dạy học giải bài toán tính xác suất có sử dụng định lí Bayes đối với SV ngành Điều dưỡng.

Ví dụ 1: Chăm sóc bệnh đột quỵ bằng 3 phương pháp: 1) Sử dụng thuốc tây y; 2) Chỉ uống thuốc nam; 3) Điều trị đông y. Tỉ lệ chậm hồi phục của phương pháp 3 là 0,2. Tỉ lệ chăm sóc phối hợp phương pháp 1 và 2, 1 và 3, 2 và 3 tương ứng là 5: 3: 2. Tỉ lệ hồi phục tốt khi chăm sóc phối hợp phương pháp 1 và 3 là 0,94. Tỉ lệ hồi phục tốt khi chăm sóc phối hợp 2 trong 3 phương pháp cho bệnh nhân là 0,906. Một người được chăm sóc phối hợp 2 trong 3 phương pháp thấy chậm hồi phục, tìm xác suất để người đó đã được chăm sóc bởi phương pháp 1 và 2. Giả sử kết quả chăm sóc của các phương pháp là độc lập.

Hướng dẫn:

Bước 1: GV cho SV đọc kĩ và nghiên cứu đề bài. Nhắc lại định lí cộng xác suất, nhân xác suất, khái niệm xác suất có điều kiện, hệ đầy đủ biến cố, định lí Bayes và hệ quả.

Bước 4: GV hướng dẫn SV vận dụng quy trình 5 HĐ giải bài toán tính xác suất bởi công thức Bayes.

HĐ1: Các biến cố có thể xảy ra trong bài toán là: - Biến cố chăm sóc bằng phương pháp 1; biến cố chăm sóc bằng phương pháp 2; biến cố chăm sóc bằng phương pháp 3; - Biến cố hồi phục tốt khi được chăm sóc bởi phương pháp 1; biến cố hồi phục tốt khi được chăm sóc bởi phương pháp 2; biến cố hồi phục tốt khi được chăm sóc bởi phương pháp 3; biến cố chậm hồi phục khi được chăm sóc bởi phương pháp 1; biến cố chậm hồi phục khi được chăm sóc bởi phương pháp 2; biến cố chậm hồi phục khi được chăm sóc bởi phương pháp 3; - Biến cố hồi phục tốt khi được chăm sóc bởi từng phương pháp trên; biến cố chậm hồi phục khi được chăm sóc bởi từng phương pháp trên; - Biến cố chăm sóc bằng phối hợp phương pháp 1 và 2; biến cố chăm sóc bằng phối hợp phương pháp 1 và 3; biến cố chăm sóc bằng phối hợp phương pháp 2 và 3; - Biến cố hồi phục tốt khi được chăm sóc bởi phối hợp 2 phương pháp 1 và 2; biến cố hồi phục tốt khi được chăm sóc bởi phối hợp 2 phương pháp 1 và 3; biến cố hồi phục tốt khi được chăm sóc bởi phối hợp 2 phương pháp 2 và 3; biến cố chậm hồi phục khi được chăm sóc bởi phối hợp 2 phương pháp trên 1 và 2; biến cố chậm hồi phục khi được chăm sóc bởi phối hợp 2 phương pháp trên 1 và 3; biến cố chậm hồi phục khi được chăm sóc bởi phối hợp 2 phương pháp trên 2 và 3; - Biến cố hồi phục tốt khi được chăm sóc bởi phối hợp 2 trong 3 phương pháp trên; biến cố chậm hồi phục khi được chăm sóc bởi phối hợp 2 trong 3 phương pháp trên.

Do có nhiều biến cố mà không cần dùng hết tất cả các biến cố đó, nên cần dựa vào bước tiếp theo để chọn các biến cố cần thiết.

HĐ2: Xác định thứ tự các biến cố. Thực tế cho thấy bệnh chỉ hồi phục nếu được chăm sóc tốt. Nếu được chăm sóc theo từng phương pháp thì HĐ chọn phương pháp chăm sóc sẽ xảy ra trước và HĐ hồi phục bệnh sẽ xảy ra sau. Nếu được chăm sóc phối hợp 2 trong 3 phương pháp thì HĐ chọn phương pháp sẽ xảy ra trước và HĐ hồi phục bệnh khi được chăm sóc sẽ xảy ra sau. Đây là bài toán có nhiều HĐ lại có thứ tự nên cần sử dụng định lí Bayes.

HĐ3: Xác định hệ đầy đủ các biến cố - nhận dạng tình huống định lí Bayes. Vì mục tiêu của bài là "Một người được chăm sóc phối hợp 2 trong 3 phương pháp thấy chậm hồi phục, tìm xác suất để người đó đã được chăm sóc bởi phương pháp 1 và 2". Tất cả các biến cố chọn chăm sóc phối hợp 2 phương pháp 1 và 2; 1 và 3; 2 và 3 là hệ đầy đủ các biến cố.

HĐ4: Vận dụng định lí Bayes giải quyết tình huống bài toán. Áp dụng định lí Bayes, sau đó dùng hệ quả của định lí tìm được kết quả mong muốn.

HĐ5: Kết luận trả lời câu hỏi ở bài toán ban đầu. Từ yêu cầu đề bài và kết quả của HĐ4, SV cần trả lời câu hỏi: Xác suất để người đó được chăm sóc bởi phương pháp 1 và 2 là bao nhiêu?

Lời giải cụ thể: Đặt K_1 là biến cố hồi phục tốt khi chăm sóc bởi phương pháp 1, K_2 là biến cố hồi phục tốt khi chăm sóc bởi phương pháp 2, K_3 là biến cố hồi phục tốt khi chăm sóc bởi phương pháp 3.

E_{12} là biến cố chăm sóc bởi phương pháp 1 và 2; E_{23} là biến cố chăm sóc bởi phương pháp 2 và 3; E_{13} là biến cố chăm sóc bởi phương pháp 1 và 3. K_{12} là biến cố hồi phục tốt khi chăm sóc phối hợp hai phương pháp 1 và 2; K_{13} là biến cố hồi phục tốt khi chăm sóc phối hợp hai phương pháp 1 và 3; K_{23} là biến cố hồi phục tốt khi chăm sóc phối hợp hai phương pháp 2 và 3; K là biến cố hồi phục tốt khi được chăm sóc bởi phối hợp 2 trong 3 phương pháp; $\overline{K}$ là biến cố hồi phục chậm khi được chăm sóc bởi phối hợp 2 trong 3 phương pháp.

Theo bài toán, ta có: $P(\overline{K_3})=0,2;$

$P(E_{12})=0,5; P(E_{13})=0,3; P(E_{23})=0,2;$

$P(K_{13})=0,94$; $P(K)=0,906$. Vậy, $P(E_{12}/\overline{K})=?$

$P(K_{13})=1-P(\overline{K_1})P(\overline{K_3}) \Rightarrow 0,94=1-P(\overline{K_1}).0,2$

$\Rightarrow P(\overline{K_1})=0,3$. Đặt $P(\overline{K_2})=x;$ $P(K_{12})=1\text{-}P(\overline{K_1})P(\overline{K_2})=1\text{-}0,3x;$ $P(K_{23})=1\text{-}0,2x$.

Có E_{12}, E_{23}, E_{13} là hệ đầy đủ các biến cố nên:

$$P(K)=P(E_{12})P(K/E_{12})+P(E_{13})P(K/E_{13})+P(E_{23})P(K/E_{23})$$

Với: $P(K/E_{12})=P(K_{12}); P(K/E_{13})=P(K_{13}); P(K/E_{23})=P(K_{23})$.

Thay vào ta có: $0,906=0,5(1-0,3x)+0,3.0,94+0,2(1-0,2x)$, suy ra $x=0,4$ và $P(\overline{K_{12}})=P(\overline{K_1}).P(\overline{K_2})=0,3.0,4=0,12$; $P(\overline{K})=1-0,906=0,094$.

Theo hệ quả: $P(E_{12}/\overline{K})=\dfrac{P(E_{12})P(\overline{K_{12}})}{P(\overline{K})}=\dfrac{0,5.0,12}{0,094}\simeq 0,638$.

Vậy, xác suất để người đó được chăm sóc bởi phối hợp hai phương pháp 1 và 2 là 0,638.

Bước 5. GV tổ chức phân tích, phát hiện lỗi, đánh giá quy trình để hợp thức hóa. Với bài toán này, nhiều SV gặp khó khăn khi không xác định được hệ đầy đủ các biến cố là gì (là hệ các biến cố chăm sóc bởi phương pháp 1, 2, 3 hay phối hợp 1 và 2; 1 và 3; 2 và 3). Dựa vào bài toán cho thấy, sau khi được chăm sóc bởi các phương pháp thì tỉ lệ hồi phục bệnh liên quan đến phương pháp nào thì liên quan đến hệ đầy đủ các biến cố đó.

Bài toán cho tỉ lệ chậm hồi phục của phương pháp 3 là 0,2 nên liên quan đến hệ đầy đủ các biến cố chăm sóc bởi các phương pháp 1, 2, 3 riêng rẽ. Tỉ lệ hồi phục tốt khi chăm sóc phối hợp phương pháp 1 và 3 là 0,94 nên liên quan đến hệ đầy đủ các biến cố thứ hai là chăm sóc phối hợp 2 trong 3 phương pháp.

Trong bài toán sẽ có một số dữ kiện trung gian, để đơn giản nên đặt cho các dữ kiện đó biến tương ứng. Khi giải các bài toán này, yếu tố quan trọng nhất là đặt tên được các biến cố và tóm tắt dữ kiện của bài toán.

Ví dụ 2: Một nghiên cứu về tăng huyết áp giai đoạn I theo lứa tuổi tại huyện Vụ Bản, tỉnh Nam Định cho kết quả:

Tình trạng \ Tuổi	Tuổi 60-69		Tuổi 70-79		Tuổi >=80	
	Số lượng	Tỉ lệ %	Số lượng	Tỉ lệ %	Số lượng	Tỉ lệ %
Tăng huyết áp giai đoạn I	30	22,4	59	28,1	37	30,3

Một điều dưỡng được giao chăm sóc ngẫu nhiên cho một bệnh nhân tăng huyết áp giai đoạn I. Tính xác suất để bệnh nhân này có độ tuổi dưới 70.

Hướng dẫn: Dưới đây, chúng tôi chỉ xét trường hợp sử dụng bước 4 trong quy trình 5 bước dạy học giải bài toán tính xác suất bằng định lí Bayes đối với SV ngành Điều dưỡng.

HĐ1: Các biến cố có thể xảy ra là: biến cố chọn bệnh nhân có độ tuổi từ 60-69; biến cố chọn bệnh nhân có độ tuổi từ 70-79; biến cố chọn bệnh nhân có độ tuổi trên 80; biến cố chọn bệnh nhân tăng huyết áp giai đoạn I; biến cố chọn bệnh nhân tăng huyết áp không phải giai đoạn I.

HĐ2: Biến cố chọn bệnh nhân các độ tuổi xảy ra trước và bệnh nhân tăng huyết áp giai đoạn I xảy ra sau.

HĐ3: Đặt A là biến cố chọn bệnh nhân có độ tuổi từ 60-69; B là biến cố chọn bệnh nhân có độ tuổi từ 70-79; C là biến cố chọn bệnh nhân có độ tuổi trên 80; K là biến cố chọn bệnh nhân tăng huyết áp giai đoạn I. Dễ thấy A, B, C là hệ đầy đủ các biến cố.

Ta có: $P(A)=\frac{5}{21}$; $P(B)=\frac{59}{126}$; $P(C)=\frac{37}{126}$;

$P(K/A)=0,224$; $P(K/B)=0,281$; $P(K/C)=0,303$.

HĐ4: Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(K)=P(A).P(K/A)+P(B).P(K/B)+P(C).P(K/C)$$
$$=0,274$$

Áp dụng hệ quả của định lí Bayes:

$$P(A/K)=\frac{P(A).P(K/A)}{P(K)}=\frac{\frac{5}{21}.0,224}{0,274}=0,195.$$

HĐ 5: Vậy, xác suất để bệnh nhân này có độ tuổi dưới 70 là 0,195.

Bài tập tương tự (dành cho SV tự luyện ở nhà - thực hiện bước 4 trong quy trình).

Bài toán 1: Một người đi xe máy không may bị tai nạn gây dãn dây chằng cơ vai rất khó cử động trong cuộc sống hàng ngày. Các bác sĩ đông y đưa ra phác đồ điều trị bằng vật lí trị liệu. Có 3 cách để điều dưỡng có thể thực hiện là: kéo dài cơ cử động bằng máy; sấy ấm và điều dưỡng trợ giúp 4 giờ hàng ngày; tự thân vận động theo hướng dẫn của điều dưỡng với hiệu quả hồi phục được cho là như nhau, đạt 90%. Biết khả năng bệnh nhân chọn hồi phục bằng máy là 15%, có sự giúp đỡ của điều dưỡng là 60%. Tính tỉ lệ có thể hồi phục của bệnh nhân sau khi được chăm sóc.

Bài toán 2: Chăm sóc một bệnh bằng các phương pháp 1, 2, 3. Tỉ lệ hồi phục của phương pháp 1 là 0,75. Tỉ lệ chăm sóc phối hợp phương pháp 1 và 2, 1 và 3, 2 và 3 tương ứng là 1:1:2. Tỉ lệ không hồi phục khi chăm sóc phối hợp phương pháp 1 và 2 là 0,05. Tỉ lệ hồi phục khi chăm sóc phối hợp 2 trong 3 phương pháp cho bệnh nhân bằng 0,97125. Một người được chăm sóc phối hợp 2 trong 3 phương pháp thấy hồi phục. Tìm xác suất để người đó được chăm sóc phối hợp bởi phương pháp 2 và 3. Giả sử kết quả hồi phục khi chăm sóc của các phương pháp là độc lập.

* * *

Tiếp cận bài toán tính xác suất sử dụng định lí Bayes, chúng tôi đã xây dựng được quy trình năm bước dạy học giải bài toán xác suất. Quy trình dạy học này cùng với những ví dụ, bài tập trong thực tiễn ngành Điều dưỡng được chúng tôi sử dụng trong quá trình giảng dạy Toán cho SV ngành Điều dưỡng.

Những kết quả nghiên cứu thu được bước đầu cho thấy: việc cải tiến nội dung và phương pháp dạy học theo hướng trên giúp SV khắc phục được những khó khăn thường gặp trong học tập, hiểu sâu sắc kiến thức xác suất, thấy được ý nghĩa của công cụ toán học trong thực tế điều dưỡng y khoa. Dạy học giải bài toán xác suất như trên, SV được tập luyện kĩ năng vận dụng định lí Bayes vào giải những bài toán trong thực tiễn nghề nghiệp của mình, góp phần phát triển tư duy thuật toán và năng lực giải quyết vấn đề, đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục tập trung vào phát triển năng lực nghề nghiệp trong quá trình đào tạo. ❑

Tài liệu tham khảo

[1] Đặng Đức Hậu - Nguyễn Minh Hằng (2008). *Xác suất thống kê*. NXB Giáo dục.
[2] Đào Hữu Hồ (2007). *Xác suất thống kê*. NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
[3] Nguyễn Bá Kim (2015). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
[4] Đào Hồng Nam (2014). *Dạy học xác suất thống kê ở Trường Đại học Y*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh.
[5] Đặng Hùng Thắng (2008). *Thống kê và ứng dụng*. NXB Giáo dục.
[6] Nguyễn Cao Văn (chủ biên) (1996). *Lí thuyết xác suất và thống kê toán học*. NXB Khoa học - Kĩ thuật.