



# RÈN LUYỆN KĨ NĂNG NGHỀ NGHIỆP CHO SINH VIÊN SƯ PHẠM TOÁN QUA CÁC BÀI GIẢNG TOÁN CAO CẤP

• TS. NGUYỄN LAN PHƯƠNG

*Viện Chiến lược và Chương trình giáo dục*

• ThS. PHAN THỊ TÌNH

*Trường Đại học Hùng Vương*

Rèn luyện các kĩ năng nghề nghiệp ngay trong quá trình đào tạo giáo sinh ở các trường sư phạm là một trong các vấn đề quan trọng, quyết định tới hiệu quả hoạt động giảng dạy của giáo viên tương lai. Trong phạm vi ngành Toán, mỗi đơn vị kiến thức của môn học đều chứa đựng các yếu tố nghề nghiệp và phần lớn những tri thức sinh viên được học trong trường sư phạm sẽ được giảng dạy cho học sinh trường phổ thông. Bởi vậy, tăng cường rèn luyện kĩ năng nghề nghiệp cho sinh viên sư phạm Toán trong các bài giảng chuyên ngành Toán cao cấp là điều hết sức cần thiết. Một trong những cách thức để đạt được mục tiêu trên là giảng viên cần chỉ ra các mối liên hệ giữa toán cao cấp với toán sơ cấp và kết hợp tích cực giữa việc giảng dạy kiến thức cơ bản với hoạt động rèn luyện kĩ năng nghề nghiệp cho sinh viên.

## 1. Một số mối quan hệ giữa toán cao cấp và toán sơ cấp

Theo quan điểm tìm kiếm những mối quan hệ giữa toán cao cấp với toán sơ cấp phục vụ cho hoạt động giảng dạy sau này của giáo sinh, giảng viên cần tạo điều kiện để sinh viên thấy rằng: Mỗi chuyên đề Toán cao cấp mà sinh viên đã và sẽ học ở trường sư phạm đều chứa đựng cơ sở kiến thức quan trọng cho việc dạy Toán sau này. Vì vậy, bên cạnh việc nghiên cứu phương diện toán học của các tri thức này, sinh viên cần quan tâm đến việc tích lũy tri thức như công cụ để "hành nghề dạy toán phổ thông".

Xin đơn cử vài nét khái quát về mối quan hệ giữa toán cao cấp với toán sơ cấp được quy định trong chương trình giáo dục Toán học phổ thông:

\* Các loại phương trình bậc nhất, bậc hai, một số phương trình đơn giản bậc ba, bậc bốn, phương trình Điôphăng,... ở bậc phổ thông là các trường hợp riêng của phương trình đa thức tổng quát, phương trình đối xứng, phương trình đồng dư trên một trường, một miền nguyên hay trên

một vành ở bậc đại học.

\* Phép tính vi phân, tích phân, giới hạn của hàm số, hàm số liên tục ở bậc phổ thông chính là một bộ phận của môn Giải tích một biến ở bậc đại học.

\* Các phép toán cộng, nhân trên các tập hợp số (số tự nhiên  $N$ , số nguyên  $Z$ , số hữu tỷ  $Q$ , số vô tỉ  $I$ , số thực  $R$  và số phức  $C$ ) ở phổ thông chính là các trường hợp cụ thể của phép toán hai ngôi trên một tập hợp số tùy ý...

Ngoài ra ở đại học, sinh viên sẽ được nghiên cứu một cách hệ thống và đầy đủ cấu trúc đại số mà học sinh phổ thông đã được làm quen phần nào, nhưng với mức độ trừu tượng hơn như: Nửa nhóm, Nhóm, Vành, Trường,... và cách xây dựng các tập số này theo quan điểm của Toán học hiện đại.

## 2. Kết hợp giảng dạy kiến thức cơ bản và rèn luyện kĩ năng nghề nghiệp cho sinh viên sư phạm toán

Để thể hiện được quan điểm trên, giảng viên cần thiết kế bài giảng và điều chỉnh hoạt động giảng dạy trên lớp theo định hướng kết hợp giảng dạy kiến thức cơ bản và rèn luyện kĩ năng nghề nghiệp cho sinh viên sư phạm Toán.

### 2.1. Mẫu thiết kế bài giảng

Tùy mức độ, giảng viên nên khai thác tối đa các kiến thức, kĩ năng nghề nghiệp được bao hàm trong các kiến thức, kĩ năng cơ bản của chuyên đề khi thiết kế bài giảng. Về cơ bản, bài giảng được cấu trúc theo ba phần chính: 1) Mục tiêu bài giảng; 2) Nội dung bài giảng; 3) Nội dung sinh viên tự nghiên cứu.

Tuy nhiên, để chỉ ra những mối quan hệ giữa toán cao cấp ở bậc đại học và toán sơ cấp ở bậc phổ thông trong bài giảng cần lưu ý:

\* Phần thứ nhất cần bổ sung mục tiêu: Vận dụng vào giải toán phổ thông; sáng tác những bài toán sơ cấp mới.

\* Phần thứ hai cần khai thác và liên hệ với

việc giảng dạy toán phổ thông theo chương trình hiện hành.

\* Phần thứ ba nên tạo điều kiện cho sinh viên được làm việc nhiều với sách giáo khoa Toán phổ thông theo hướng tích hợp với bài học tương ứng trong các giáo trình nhằm giúp sinh viên thấy được mối quan hệ và tác dụng của tri thức toán cao cấp với việc dạy toán sau này.

### 2.2. Định hướng giảng dạy trên lớp

Tiến trình thực hiện kế hoạch bài giảng đã được thiết kế trên lớp hết sức quan trọng, bởi nó góp phần quyết định mức độ lĩnh hội tri thức và quá trình biến chúng (vốn tồn tại khách quan ngoài ý thức của sinh viên) thành vốn kinh nghiệm riêng của cá nhân.

Trong tiến trình thực hiện bài giảng, giảng viên cần sử dụng phối hợp hợp lý các phương pháp dạy học, đặc biệt là các phương pháp Giải thích - tìm kiếm bộ phận và nêu vấn đề - nghiên cứu, đảm bảo sao cho:

\* Trang bị cho sinh viên hệ thống tri thức khoa học cơ bản theo mục tiêu đào tạo.

\* Rèn luyện những kỹ năng liên quan đến nghề dạy toán sau này của sinh viên.

Phương pháp dạy học ở trường đại học sự phạm nói chung bị chi phối bởi nhiều yếu tố khác nhau. Song cơ bản vẫn là, tìm kiếm những phương pháp nhằm giúp sinh viên đạt được mục tiêu bài học, mục tiêu môn học và rộng hơn nữa là mục tiêu đào tạo cử nhân sự phạm Toán một cách tối ưu. Việc tăng cường tính rèn luyện kỹ năng nghề nghiệp cho sinh viên trong các bài giảng toán cao cấp không có nghĩa là giảm tải kiến thức vốn có của chương trình đào tạo, mà là thay đổi quan điểm cho rằng các chuyên đề Toán cao cấp chỉ nhằm mục đích nhận thức tri thức toán học và rèn luyện tư duy toán học.

Dưới đây, chúng tôi sẽ trình bày tóm lược hai phần: i) Thiết kế bài giảng "Cặp bài toán đối ngẫu và định lý đối ngẫu" thuộc chuyên đề Quy hoạch tuyến tính; ii) Những vấn đề cần lưu ý khi thực hiện bản thiết kế bài giảng, theo định hướng kết hợp giảng dạy kiến thức cơ bản và rèn luyện kỹ năng nghề nghiệp cho sinh viên sự phạm Toán.

## PHẦN I. THIẾT KẾ BÀI GIẢNG

### Mục tiêu bài giảng

Kết thúc bài giảng, sinh viên cần:

\* Hiểu được nguyên tắc thiết lập bài toán đối ngẫu của bài toán quy hoạch tuyến tính tổng quát, tìm được cách tiếp cận bài toán quy hoạch tuyến tính thông qua bài toán đối ngẫu

\* Sử dụng được các định lý đối ngẫu để tìm mối quan hệ về tập nghiệm của cặp bài toán gốc - đối ngẫu.

\* Nắm được cơ sở khoa học của bài toán tìm cực trị của hàm tuyến tính thuộc chương trình Toán lớp 10. Có kỹ năng kiểm chứng tính đúng đắn trong lời giải các bài toán quy hoạch tuyến tính cơ bản ở phổ thông và kỹ năng sáng tác bài toán mới trên cơ sở bài toán ban đầu.

### Nội dung bài giảng

Để giúp sinh viên đạt được mục tiêu thứ ba, sau khi đã đạt yêu cầu của hai mục tiêu đầu (nguyên tắc thiết lập bài toán đối ngẫu; mối quan hệ giữa bài toán gốc P và bài toán đối ngẫu Q; các định lý đối ngẫu và hệ quả), giảng viên có thể cho sinh viên thực hiện ba hoạt động sau:

1. Nghiên cứu sách giáo khoa Đại số 10 nâng cao, NXBGD 2006 phần Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và Một phương pháp tìm cực trị của biểu thức  $P(x,y) = ax + by$  trên một miền đa giác lồi. Từ đó thấy được vai trò của lý thuyết đối ngẫu trong chương trình toán phổ thông bởi các bài toán trên là trường hợp cụ thể (khi  $n = 2$ ) của bài toán Tìm miền phương án chấp nhận được và nghiệm của bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn tắc trong không gian  $R^n$ .

2. Tập sáng tác những bài toán m ràng buộc của không gian  $R^n$  cùng đạt một giá trị cực trị tại những điểm khác nhau từ một bài toán n ràng buộc của không gian  $R^m$ . Qua đó giúp sinh viên thấy rằng, thực chất đây chính là những bài toán đối ngẫu của bài toán ban đầu ứng với mỗi cách biến đổi tương đương của hệ ràng buộc. Những bài toán thuộc chương trình Toán cấp THPT thường sử dụng trường hợp  $n = 2$ .

3. Kiểm chứng kết quả tính toán và rèn luyện kỹ năng tính nhanh nhất đối với các bài toán cực trị điều kiện tuyến tính 2 ẩn số của chương trình toán phổ thông thông qua bài toán đối ngẫu của nó.

### Nội dung sinh viên tự nghiên cứu

Giảng viên cần hướng dẫn sinh viên tự nghiên cứu các bài toán mà lời giải có liên quan đến toán phổ thông, nhưng cơ sở khoa học của nó là sử dụng cặp bài toán đối ngẫu và các định lý đối ngẫu. Chẳng hạn như 2 bài toán sau:

**Bài toán 1.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số với điều kiện:



$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ x_1 + 4x_2 \geq -5 \\ -x_1 + 5x_2 \geq 3 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Và giảng viên có thể tạo ra tình huống sự phạm:

Một học sinh lớp 10 đưa ra kết quả:

$$\max f = 11 \text{ đạt được khi } x_1 = 6 \text{ và } x_2 = \frac{5}{2}.$$

Có thể khẳng định điều gì từ kết quả này mà không cần xem lời giải của học sinh đó?

Với lời gợi ý: Bài toán đối ngẫu của bài toán đã cho có 1 ràng buộc vô lý:

$$-2y_1 - y_2 - 3y_3 - 4y_4 - 5y_5 \geq 2 \text{ vì}$$

$$y_i \geq 0, i = \overline{1,5}. \text{ Do bài toán đối ngẫu không}$$

có phương án chấp nhận được nên bài toán ban đầu không có phương án tối ưu.

**Bài toán 2.** Tìm giá trị nhỏ nhất trong  $R^4$  của hàm số  $f = -5x_1 - 3x_2$ , với điều kiện:

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 15 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_4 = 20 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4} \end{cases} (*)$$

Sau khi sinh viên tìm được phương án tối ưu:

$$\min f = -\frac{395}{19} \text{ khi } x = \left(\frac{70}{19}; \frac{15}{19}; 0; 0\right), \text{ giảng}$$

viên có thể yêu cầu:

Sáng tác các bài toán tìm cực đại của hàm số

trong  $R^2$  với kết quả  $\max f = -\frac{395}{19}$ , nhưng

dấu "=" tại xảy ra tại các điểm khác nhau?

Với lời gợi ý:

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} -3x_1 - 5x_2 - x_3 = -15 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x_1 - 8x_2 - 2x_3 + x_4 = -10 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Từ đó có thể lập được vô số bài toán thoả mãn yêu cầu, chẳng hạn như:

Tìm  $g(y) = 15y_1 + 20y_2$  (max) với điều kiện

$$\begin{cases} 3y_1 + 5y_2 \leq -5 \\ 5y_1 + 2y_2 \leq -3 \\ y_1 \leq 0 \\ y_2 \leq 0 \end{cases}$$

.....

## PHẦN II. ĐỊNH HƯỚNG GIẢNG DẠY

Các phương pháp Giải thích - tìm kiếm bộ phận và Nêu vấn đề - nghiên cứu nên được sử dụng theo trình tự sau:

\* Xét bài toán quy hoạch tuyến tính theo quan điểm bài toán tìm cực trị điều kiện của giải tích nhiều biến, từ đó nảy sinh nhu cầu tìm hàm Lagrange của bài toán. Từ đó hình thành bài toán đối ngẫu của bài toán ban đầu và các mối quan hệ giữa hai bài toán, các định lý đối ngẫu (nhằm đạt mục tiêu trang bị kiến thức khoa học cơ bản).

\* Nghiên cứu tổng hợp lí thuyết về hệ phương trình tuyến tính và lí thuyết đối ngẫu (nhằm rèn luyện kĩ năng liên hệ các kiến thức đã có và hệ thống hoá kiến thức).

\* Xét bài toán quy hoạch tuyến tính và lí thuyết đối ngẫu trong  $R^n$  với  $n = 2$  để sáng tác các bài toán tìm cực trị tuyến tính ở bậc phổ thông (nhằm kĩ năng vận dụng kiến thức đã có ở bậc đại học vào dạy học toán ở bậc phổ thông).

Tóm lại, rèn luyện kĩ năng nghề nghiệp cho sinh viên là một trong những chức năng cơ bản của các trường đại học sư phạm, thể hiện rõ tính hướng đích trong quá trình đào tạo. Việc tăng

(Xem tiếp trang 54)