

THUẬT TOÁN ĐIỀU KHIỂN THEO ĐẦU RA HỆ THỐNG TUYẾN TÍNH KHÔNG DỪNG, SỬ DỤNG CÁC PHƯƠNG PHÁP NHẬN DẠNG THAM SỐ

Võ Quốc Đạt^{1,*}, Nguyễn Chí Thanh², Đoàn Tiến Ban³

¹Phòng Chính trị, Đại học Kỹ thuật Lê Quý Đôn;

²Viện Tên lửa và Kỹ thuật điều khiển, Đại học Kỹ thuật Lê Quý Đôn;

³Phòng Hợp tác quốc tế và Quản lý lưu học sinh quân sự, Đại học Kỹ thuật Lê Quý Đôn

DOI: 10.56651/lqdtu.jst.v18.n01.585

Tóm tắt

Bài báo xem xét bài toán điều khiển hệ thống tuyến tính không dừng theo đầu ra, tức là không đo vectơ các biến trạng thái hoặc đạo hàm của tín hiệu đầu ra. Để tổng hợp luật điều khiển ổn định, một thủ tục trực tuyến dựa trên việc giải phương trình ma trận vi phân Riccati được chọn. Để tổng hợp bộ quan sát các biến trạng thái, một cách tiếp cận mới được đề xuất, bảo đảm các giá trị ước lượng hội tụ đơn điệu về giá trị thực với việc kiểm soát được thời gian quá độ. Ý tưởng chính của việc tổng hợp các bộ quan sát dựa trên sự chuyển đổi hệ thống động ban đầu sang một mô hình hồi quy tuyến tính chứa các tham số tĩnh chưa biết, trong đó có chứa các biến trạng thái của đối tượng điều khiển ban đầu. Sau đó sử dụng thuật toán DREM để ước lượng vectơ các biến trạng thái. Một số mô phỏng trên Matlab/Simulink minh chứng cho tính đúng đắn của lý thuyết đã xây dựng, bảo đảm tốt chất lượng của các quá trình đáp ứng.

Từ khóa: Hệ thống tuyến tính không dừng; bộ quan sát các biến trạng thái; nhận dạng tham số.

1. Giới thiệu

Bài toán điều khiển hệ thống tuyến tính không dừng là một bài toán cổ điển và được nghiên cứu kỹ lưỡng trong lý thuyết điều khiển hiện đại. Các giải pháp đầu tiên của vấn đề này đã xuất hiện vào những năm 50-60 của thế kỷ trước cho các hệ thống điều khiển hàng không tự điều chỉnh [1-3]. Trong vài thập kỷ qua, lý thuyết điều khiển thích nghi đã được tích cực sử dụng trong các ứng dụng kỹ thuật [4, 5]. Mở đầu cho sự phát triển những phương pháp điều khiển thích nghi là các bộ điều chỉnh được xây dựng trên cơ sở phương pháp tiếp cận gián tiếp hoặc nhận dạng tham số, trong đó ước lượng các tham số chưa biết của đối tượng được dựa trên các thuật toán nhận dạng [6, 7] và sau đó kết hợp với luật điều khiển. Để ước lượng các tham số, người ta sử dụng nhiều phương pháp khác nhau.

* Email: datvq@lqdtu.edu.vn

Ví dụ như phương pháp bình phương trung bình tối thiểu [8, 9], phương pháp tập hợp mô hình [10, 11], các thuật toán với hàm trọng số tích phân [12], hoặc bộ mở rộng động vectơ hồi quy tuyến tính [13, 14]. Tới cuối thế kỷ XX, đầu thế kỷ XXI, những cách tiếp cận như vậy đã mất đi sự phổ biến. Tuy nhiên, hiện nay với sự cải thiện đáng kể về khả năng tính toán của các bộ vi xử lý hiện đại, cũng như sự ra đời của các phương pháp nhận dạng mới, chúng lại trở nên phù hợp. Nhiều phương pháp điều khiển thích nghi với các thuật toán nhận dạng tham số mới đã được đề xuất cho các đối tượng bậc cao. Ví dụ phương pháp mở rộng sai số [12], thuật toán thích nghi bậc cao [15, 16], thuật toán thích nghi bỏ qua bộ tích phân [17]. Hầu hết các phương pháp này đều sử dụng thuật toán Gradient, đảm bảo được sự hội tụ của sai số điều khiển tiệm cận về 0, tuy nhiên có tốc độ hội tụ hạn chế. Như vậy, bài toán tổng hợp luật điều khiển cho các hệ thống tuyến tính cho đến nay vẫn là cấp thiết.

Các phương pháp phổ biến để điều khiển hệ thống tuyến tính với các phản hồi ngược mạnh mẽ [18, 19] thừa nhận rằng một hệ thống tuyến tính tĩnh được biểu diễn với mô hình toán học dưới dạng:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\eta}(t)y(t) + \mathbf{b}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{h}^T \mathbf{x}(t)\end{aligned}$$

trong đó: $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ - vectơ biến trạng thái không được đo; \mathbf{F} - ma trận $(n \times n)$, \mathbf{b} - vectơ $(n \times 1)$ và \mathbf{h} - vectơ $(n \times 1)$ là những ma trận và vectơ bất biến không xác định; $\boldsymbol{\eta}(t)$ - vectơ tham số biến không xác định; $y(t), u(t) \in \mathbb{R}^1$ - biến đầu ra của hệ thống, được đo và luật điều khiển.

Trong các bài báo [18, 19], giả sử rằng hàm truyền của hệ thống với bộ 3 ma trận \mathbf{F}, \mathbf{b} và \mathbf{h} là có pha cực tiêu, một bộ điều khiển đã được tổng hợp để đảm bảo sự ổn định cho hệ thống tuyến tính không dừng với hệ số phản hồi ngược đủ lớn. Tương tự các bài báo [18, 19], trong các công trình [20-27] đã đưa ra các bộ điều khiển cho phép ổn định các hệ thống tuyến tính không dừng có giới hạn về cấu trúc.

Mặt khác, với sự hiểu biết của các tác giả bài báo này, chưa tồn tại một phương pháp chung nào, ngoài cách tiếp cận cổ điển - giải phương trình ma trận vi phân Riccati trên thời gian thực. Nói cách khác, bài báo này xem xét bài toán điều khiển hệ thống tuyến tính không dừng theo đầu ra, tức là không đo các vectơ biến trạng thái hoặc đạo hàm của tín hiệu đầu ra. Để tổng hợp luật điều khiển ổn định, một thủ tục trực tuyến đã được kiểm chứng dựa trên việc giải phương trình ma trận vi phân Riccati được chọn.

Phương pháp này để tổng hợp luật điều khiển vòng kín theo các biến trạng thái với các đối tượng tuyến tính không dừng khi các tham số của đối tượng điều khiển đã biết. Khi các biến trạng thái không được đo, cần tổng hợp một bộ quan sát các biến trạng thái qua phương trình ma trận vi phân Riccati. Bộ quan sát các biến trạng thái, được xây dựng trên cơ sở nghiệm của phương trình ma trận vi phân Riccati, đảm bảo tính ổn định cấp lũy thừa của một hệ kín trong trường hợp hệ thống có khả năng quan sát đồng nhất. Thuật toán điều khiển hệ thống tuyến tính không dừng được các tác giả đưa ra giải quyết được những nhược điểm của các phương pháp trước đó, ví dụ như khả năng gia tăng tốc độ hội tụ của các tham số ước lượng về với giá trị thực; đồng thời cải thiện được chất lượng của các quá trình quá độ. Bài báo được trình bày qua 5 phần: Phần 1 giới thiệu tổng quan, làm nổi bật đóng góp của bài báo so với các công trình trước đó; Phần 2 đặt bài toán và đưa ra hướng sơ bộ để giải quyết bài toán; Phần 3 tổng hợp luật điều khiển với bộ quan sát các biến trạng thái; Phần 4 đưa ra kết quả mô phỏng chứng minh tính đúng đắn của lý thuyết đã xây dựng; Phần 5 kết luận vấn đề và đưa ra hướng phát triển tiếp theo của công trình.

2. Đặt bài toán

Xem xét hệ thống tuyến tính không dừng có tính điều khiển và quan sát được với phương trình trạng thái sau:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)u(t), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t), \quad (2)$$

trong đó $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ - vectơ biến trạng thái không được đo; $\mathbf{A}(t), \mathbf{B}(t)$ và $\mathbf{C}(t)$ - những ma trận phi tĩnh; $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^1$ - biến đầu ra của hệ thống; $u(t) \in \mathbb{R}^1$ - tín hiệu điều khiển.

Giả sử rằng tất cả các thông số của mô hình (1), (2) được biết trước (tức là các hệ số của ma trận $\mathbf{A}(t), \mathbf{B}(t)$ và $\mathbf{C}(t)$ là các hàm số đã biết, phụ thuộc thời gian thực), nhưng vectơ các biến trạng thái $\mathbf{x}(t)$ không được đo.

* Yêu cầu: Tổng hợp luật điều khiển $u(t)$, đảm bảo ổn định tiệm cận về vị trí cân bằng $\mathbf{x} = \vec{0}$.

Để giải quyết bài toán tổng hợp luật điều khiển với yêu cầu được đặt ra như trên, các tác giả đề xuất phương án qua 2 bước:

Bước 1. Giả sử vectơ biến trạng thái $\mathbf{x}(t)$ được đo. Để tổng hợp luật điều khiển, cần sử dụng thủ tục trực tuyến dựa trên việc giải phương trình ma trận vi phân Riccati [28, 29].

Bước 2. Giả sử vector biến trạng thái $\mathbf{x}(t)$ không được đo. Đề xuất một phương pháp mới về việc tổng hợp bộ quan sát biến trạng thái $\mathbf{x}(t)$. Sau đó, dựa trên cơ sở các thông số quan sát được, tiếp tục sử dụng thủ tục giải phương trình Riccati.

3. Tổng hợp luật điều khiển

Bước 1. Xem xét mô hình (1), (2), giả sử rằng vector biến trạng thái $\mathbf{x}(t)$ được đo. Chọn luật điều khiển dưới dạng sau:

$$u(t) = -\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}(t), \quad (3)$$

trong đó, ma trận \mathbf{P} (ma trận $n \times n$) với phần tử biến thiên là nghiệm của phương trình ma trận vi phân Riccati:

$$\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = -2\alpha \mathbf{P} - \mathbf{Q}, \quad (4)$$

với số $\alpha > 0$ và ma trận $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$.

Chứng minh được rằng, khi sử dụng luật điều khiển (3) cho đối tượng (1), (2) có thể thu được sự hội tụ theo cấp lũy thừa của vector các biến trạng thái $\mathbf{x}(t)$ về 0. Để làm được điều này, chọn hàm Lyapunov dưới dạng sau:

$$\mathbf{V} = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}. \quad (5)$$

Đạo hàm (5) có tính đến các phương trình (1) ÷ (4), thu được:

$$\dot{\mathbf{V}} = -2\alpha \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} \leq -2\alpha \mathbf{V}. \quad (6)$$

Từ bất đẳng thức (6) cho thấy sự hội tụ theo cấp lũy thừa của vector $\mathbf{x}(t)$ về $\vec{0}$.

Bước 2. Đề xuất một phương pháp mới, tổng hợp bộ quan sát cho đối tượng điều khiển (1), (2). Để tổng hợp bộ quan sát, ta áp dụng phương pháp nhận dạng thông số mà ý tưởng đã được công bố trong các công trình [30, 31]. Để thực hiện điều này, ta nghiên cứu hệ thống động với cấu trúc tương đương hoàn toàn với hệ thống (1):

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}(t) u(t). \quad (7)$$

Vector sai số:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{x}(t). \quad (8)$$

Đạo hàm 2 vế của phương trình (8), thu được:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{e}(t). \quad (9)$$

Đưa ra ma trận nghiệm cơ bản của phương trình (9):

$$\Phi(t) = \mathbf{A}(t) \Phi(t),$$

trong đó, để đơn giản ta chọn $\Phi(0) = 1$.

Như đã biết [32], ta có:

$$\mathbf{e}(t) = \Phi(t)\boldsymbol{\theta},$$

trong đó, $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{z}(0) - \mathbf{x}(0)$ - vectơ các tham số chưa biết, phụ thuộc vào tham số của hệ thống (1), (2).

Như vậy, từ phương trình (8)

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{e}(t) = \mathbf{z}(t) - \Phi(t)\boldsymbol{\theta},$$

Từ đó dễ dàng thấy rằng, bài toán quan sát vectơ $\mathbf{x}(t)$ có thể chuyển thành bài toán nhận dạng vectơ các tham số chưa biết $\boldsymbol{\theta}$:

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{z}(t) - \Phi(t)\hat{\boldsymbol{\theta}}. \quad (10)$$

Để nhận dạng vectơ các tham số chưa biết $\boldsymbol{\theta}$, sử dụng phương trình (1), thu được phương trình sau:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{z}(t) - \mathbf{C}(t)\Phi(t)\boldsymbol{\theta}. \quad (11)$$

Từ phương trình (11), nhận được một mô hình hồi quy tuyến tính cổ điển dạng

$$\mathbf{q} = \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\theta}, \quad (12)$$

trong đó: vô hướng $\mathbf{q} = \mathbf{y}(t) - \mathbf{C}(t)\mathbf{z}(t)$, $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^1$ và vectơ $\boldsymbol{\omega}^T = \mathbf{C}(t)\Phi(t)$.

Để nhận dạng vectơ các tham số chưa biết $\boldsymbol{\theta}$, có thể sử dụng các thủ tục tiêu chuẩn, ví dụ thuật toán Gradient [33]

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\theta}}}{dt} = -k\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\omega}^T\hat{\boldsymbol{\theta}} + k\boldsymbol{\omega}\mathbf{q}, \quad (13)$$

trong đó $k > 0$ - hệ số thiết lập.

Mặt khác, ta biết rằng khi sử dụng thuật toán Gradient (13), vectơ quan sát được $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ hội tụ về vectơ thực $\boldsymbol{\theta}$ với điều kiện kích thích liên tục [33-35]. Hơn nữa, thuật toán (13) không cho phép khả năng gia tăng tốc độ hội tụ của quá trình nhận dạng khi lựa chọn các giá trị của hệ số thiết lập $k > 0$. Để bảo đảm tốc độ cao của quá trình nhận dạng tham số, cũng như tính đơn điệu của các quá trình đáp ứng, tác giả sử dụng phương pháp DREM [33]. Theo [33], đưa các tín hiệu đã biết của mô hình hồi quy tuyến tính (12) qua khối trễ $[H(\cdot)](t) = (\cdot)(t - \tau)$, trong đó $\tau \in \mathbb{R}_+$.

$$\mathbf{q}_{f_i} = \boldsymbol{\omega}_{f_i}^T \boldsymbol{\theta}. \quad (14)$$

Xây dựng mô hình hồi quy tuyến tính mở rộng trên cơ sở mô hình hồi quy tuyến tính ban đầu và các mô hình hồi quy tuyến tính thu được sau khi đi qua các khối trễ

$$\mathbf{q}_e = \mathbf{A}_e \boldsymbol{\theta}, \quad (15)$$

trong đó:

$$\mathbf{q}_e = \begin{bmatrix} q \\ q_{f_1} \\ \vdots \\ q_{f_{n-1}} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_e = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{f_1}^T \\ \boldsymbol{\omega}_{f_2}^T \\ \vdots \\ \boldsymbol{\omega}_{f_{n-1}}^T \end{bmatrix}, \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}.$$

Nhân 2 vế của (15) với phần bù đại số \mathbf{A}_e , thu được

$$\mathbf{Y} = \text{adj}\mathbf{A}_e \mathbf{q}_e = \Delta \boldsymbol{\theta},$$

Từ đó thu được mô hình vô hướng dạng $Y_i = \Delta \theta_i$, trong đó $\Delta = \det\{\mathbf{A}_e\}$ - định thức của ma trận \mathbf{A}_e .

Để nhận dạng θ_i , ta áp dụng một công thức tương tự (13)

$$d\hat{\theta}_i / dt = -k_i \Delta (\Delta \hat{\theta}_i - Y_i), \quad (16)$$

trong đó, k_i - hệ số dương, tăng k_i làm tăng tốc độ các quá trình hội tụ của các tham số chưa biết về giá trị thực.

Để dàng chứng minh rằng, sai số $\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta_i$ của các tham số cần quan sát hội tụ về 0. Ta có:

$$\dot{\tilde{\theta}}_i = -k_i \Delta^2 \tilde{\theta}_i, \quad (17)$$

Từ đó cho thấy rằng, khi tăng giá trị hệ số k_i có thể đạt được sự gia tăng tốc độ hội tụ $\tilde{\theta}_i$.

Như vậy, khi vector các biến trạng thái $\mathbf{x}(t)$ không được đo, sử dụng bộ quan sát (7), (10), (16) thu được giá trị ước lượng vector các biến trạng thái $\hat{\mathbf{x}}(t)$. Khi đó, luật điều khiển (3) được viết lại dưới dạng:

$$u(t) = -\mathbf{B}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{x}}(t). \quad (18)$$

Như vậy, qua 2 bước, các tác giả đã đưa ra được thuật toán mới, tổng hợp luật điều khiển thỏa mãn yêu cầu bài toán đặt ra.

4. Kết quả mô phỏng và đánh giá

Để minh chứng cho tính đúng đắn của lý thuyết đã được xây dựng ở mục “Tổng hợp luật điều khiển”, 2 mô phỏng trên Matlab/Simulink đã được thực hiện.

Ví dụ 1. Xét đối tượng có phương trình trạng thái sau:

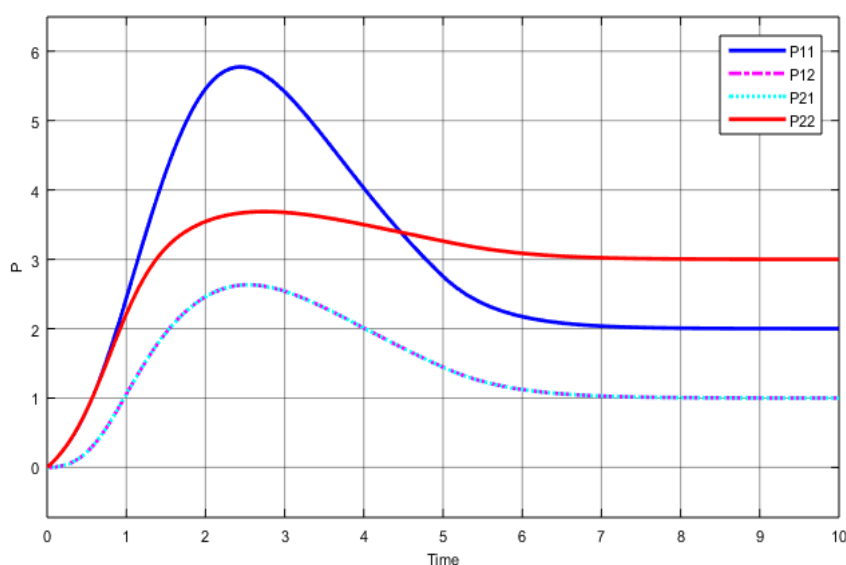
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} a_1(t) & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$$

trong đó

$$a_1(t) = \begin{cases} -0.2t & \text{khi } t < 5 \\ -1 & \text{khi } t \geq 5 \end{cases}$$

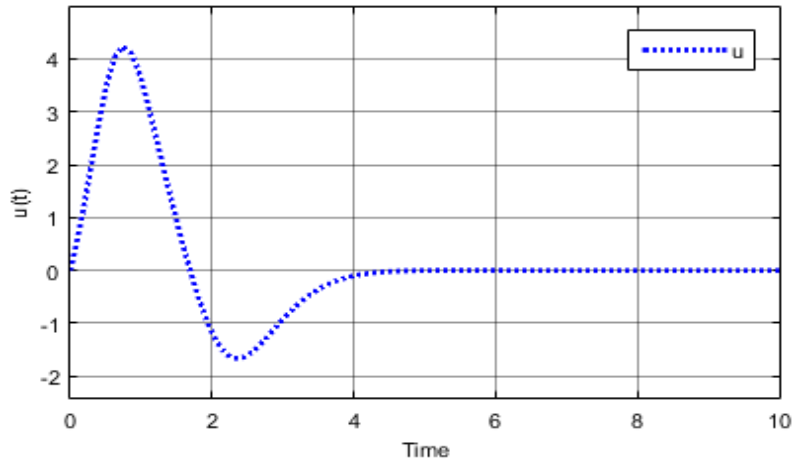
Giả sử điều kiện ban đầu $\dot{\mathbf{x}}(0) = [2 \quad -5]^T$ với luật điều khiển có dạng $u(t) = -\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}(t)$, tiến hành mô phỏng với $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$ và những giá trị khác nhau $\alpha = 1$ và $\alpha = 10$. Kết quả mô phỏng thu được trên hình 1 đến hình 5.

Để giải phương trình vi phân Riccati, ta tiến hành phỏng chính phương trình này trên Matlab/Simulink và sử dụng Matlab ODE45. Nghiệm \mathbf{P} của phương trình ma trận vi phân Riccati thu được như trên hình 1.



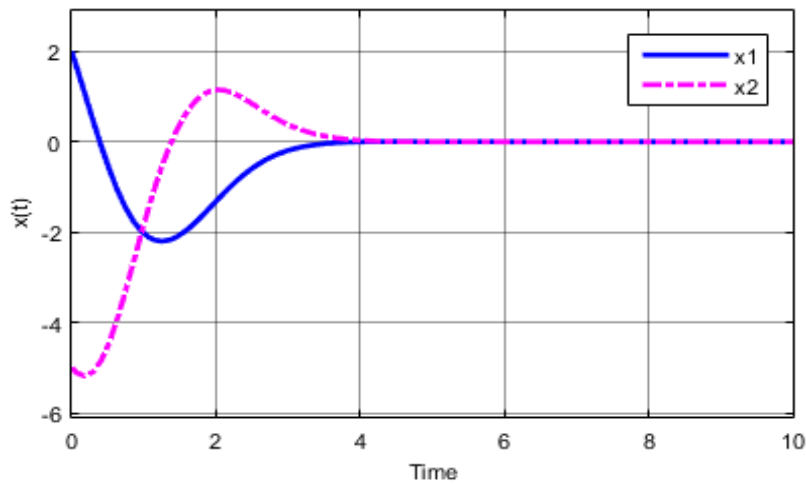
Hình 1. Nghiệm của phương trình ma trận vi phân Riccati.

Quan sát hình 1 nhận thấy, phương trình vi phân Riccati có nghiệm \mathbf{P} là nửa xác định dương, đây chính là điều kiện cần để hệ có khả năng điều khiển toàn cục về không.



Hình 2. Đồ thị đáp ứng của tín hiệu điều khiển $u(t)$ với $\alpha = 1$.

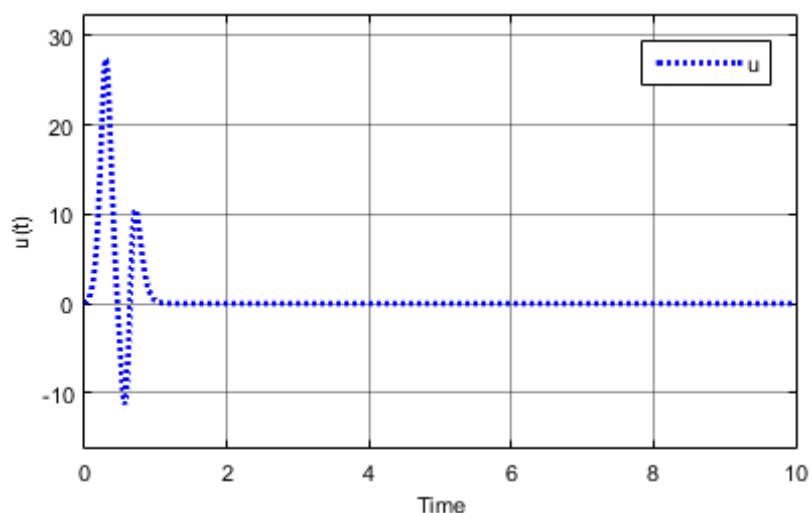
Hình 2 cho thấy, với $\alpha = 1$, tín hiệu điều khiển $u(t)$ hội tụ về 0 sau khoảng thời gian 4 s. Dự báo vectơ các biến trạng thái hệ thống cũng sẽ hội tụ về 0 sau thời gian tương tự.



Hình 3. Đồ thị đáp ứng của vectơ các biến trạng thái $\mathbf{x}(t)$ với $\alpha = 1$.

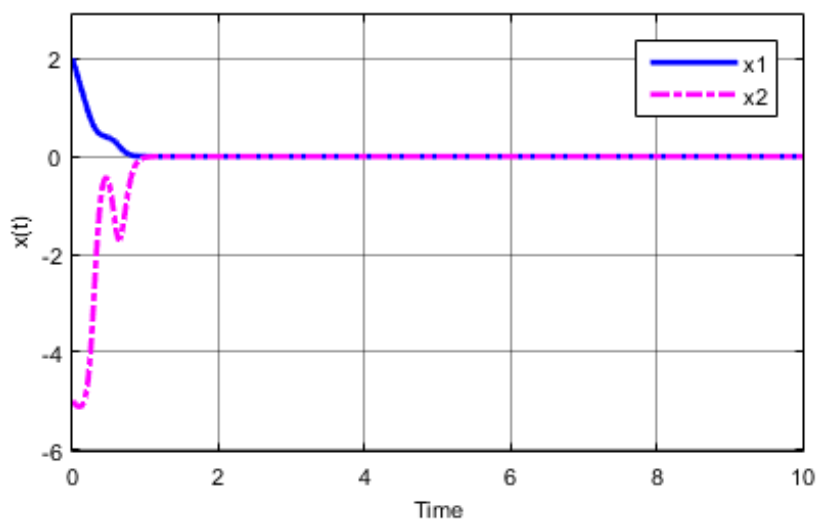
Hình 3 cho thấy, với $\alpha = 1$, vectơ các biến trạng thái hệ thống hội tụ về 0 sau khoảng thời gian 4 s.

Như vậy, với $\alpha = 1$ luật điều khiển $u(t)$ đảm bảo ổn định tiệm cận về vị trí cân bằng $\mathbf{x} = \vec{0}$, thỏa mãn yêu cầu của bài toán đặt ra.



Hình 4. Đồ thị đáp ứng của tín hiệu điều khiển $u(t)$ với $\alpha = 10$.

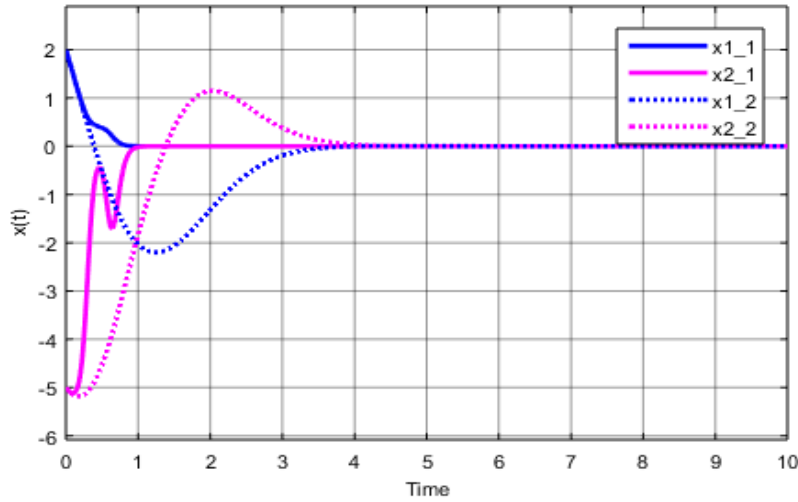
Hình 4 cho thấy, với $\alpha = 10$, tín hiệu điều khiển $u(t)$ hội tụ về 0 sau khoảng thời gian 1 s. Dự báo vector các biến trạng thái hệ thống cũng sẽ hội tụ về 0 sau thời gian tương tự.



Hình 5. Đồ thị đáp ứng của vector các biến trạng thái $\mathbf{x}(t)$ với $\alpha = 10$.

Hình 5 cho thấy, với $\alpha = 10$, vector các biến trạng thái hệ thống (1) - (3) hội tụ về 0 sau khoảng thời gian 1 s.

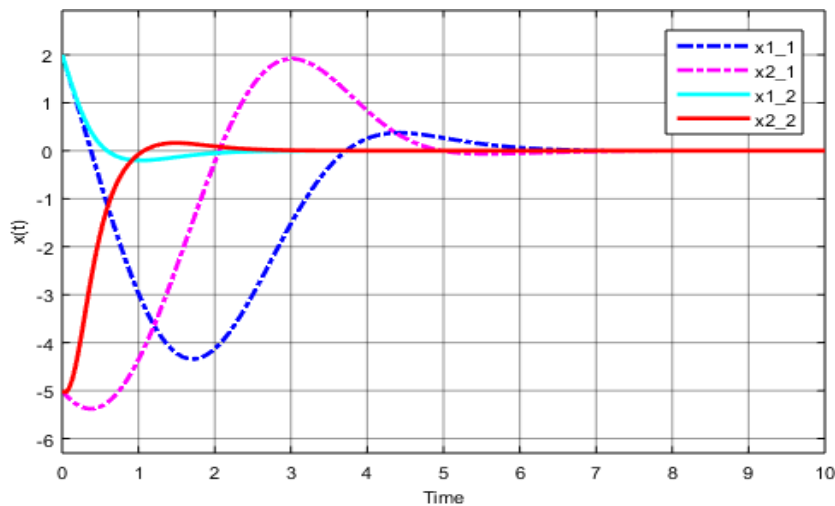
Như vậy, với $\alpha = 10$ luật điều khiển $u(t)$ đảm bảo ổn định tiệm cận về vị trí cân bằng $\mathbf{x} = \vec{0}$, thỏa mãn yêu cầu của bài toán đặt ra.



Hình 6. So sánh đồ thị đáp ứng của $\mathbf{x}(t)$ với $\alpha=1$ (nét đứt) và $\alpha=10$ (nét liền).

Từ hình 6, nhận thấy tăng giá trị hệ số α làm tăng tốc độ quá trình hội tụ của vectơ các biến trạng thái hệ thống về giá trị thiết lập. Cần lưu ý rằng, khi tăng giá trị hệ số α , mặc dù làm tăng quá trình hội tụ về giá trị thiết lập nhưng cũng làm giảm một số chỉ tiêu chất lượng khác (ví dụ như tăng độ lệch tối đa so với giá trị thiết lập, tăng tần số dao động của quá trình quá độ). Vậy nên, khi chọn giá trị α , cần chọn làm sao bảo đảm được giới hạn giá trị cho phép về các chỉ tiêu chất lượng của quá trình quá độ, phù hợp với yêu cầu của bài toán thực tế, không nên chọn giá trị α quá thấp hoặc quá cao.

Cố định $\alpha=1$, để thấy rõ ảnh hưởng của tham số \mathbf{Q} đến chất lượng ổn định, tiến hành mô phỏng với các giá trị $\mathbf{Q}=0.01\mathbf{I}$ và $\mathbf{Q}=10\mathbf{I}$. Kết quả mô phỏng trên hình 7.



Hình 7. So sánh đồ thị đáp ứng của $\mathbf{x}(t)$ với $\mathbf{Q}=0.01\mathbf{I}$ (nét đứt) và $\mathbf{Q}=10\mathbf{I}$ (nét liền).

Từ hình 7, nhận thấy, khi cố định giá trị hệ số α , tăng giá trị tham số Q cũng làm tăng tốc độ quá trình hội tụ của vector các biến trạng thái hệ thống về giá trị thiết lập.

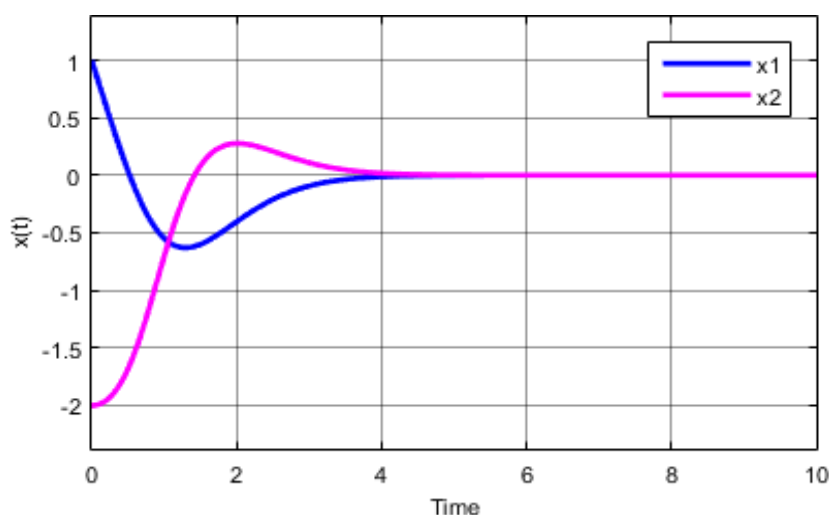
Ví dụ 2. Xét đối tượng có phương trình trạng thái sau:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} a_1(t) & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$$

trong đó

$$a_1(t) = \begin{cases} -0.2t & \text{khi } t < 5 \\ -1 & \text{khi } t \geq 5 \end{cases}$$

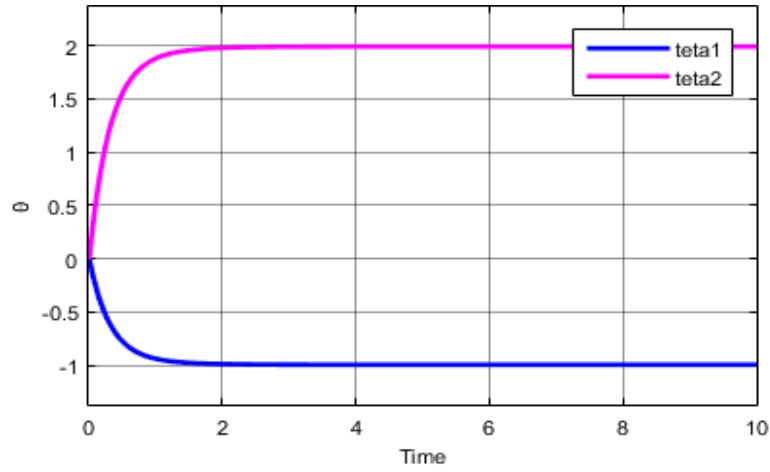
Giả sử điều kiện ban đầu $\mathbf{x}(0) = [1 \quad -2]^T$, thiết lập các giá trị $\tau = 0.01$, $\mathbf{z}(0) = [0 \quad 0]^T$, $\mathbf{Q} = I$, $\alpha = 1$, tiến hành mô phỏng bộ quan sát (7), (10), (16) kết hợp luật điều khiển (18) với các giá trị khác nhau $k_i = 50$; $k_i = 500$ và $k_i = 5000$. Kết quả mô phỏng thu được như trên hình 8 đến 15.



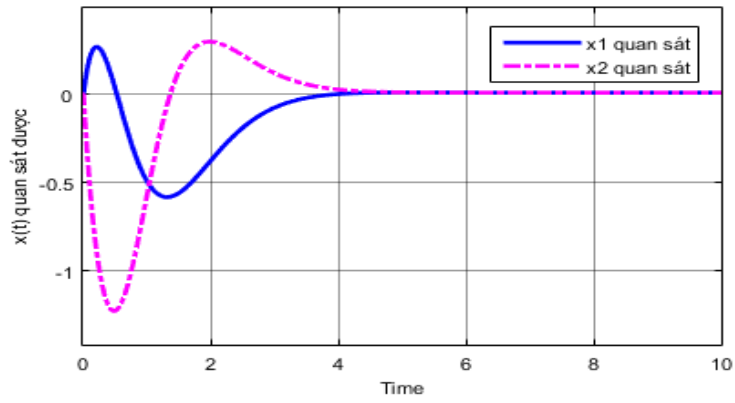
Hình 8. Đồ thị đáp ứng của tín hiệu biến trạng thái thực tế $\mathbf{x}(t)$.

Như vậy, tín hiệu thực tế của các biến trạng thái $\mathbf{x}(t)$ đáp ứng được yêu cầu ổn định tiệm cận về vị trí cân bằng $\mathbf{x} = 0$.

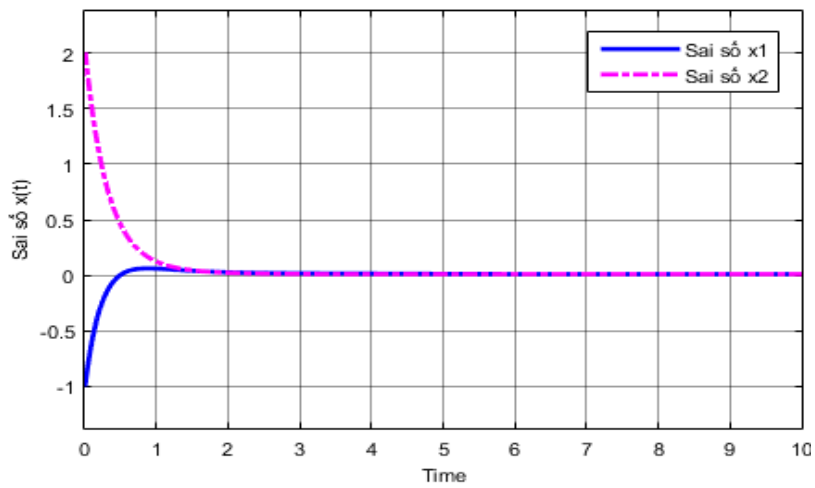
Quan sát hình 9, 10 và 11 cho thấy, với giá trị $k_i = 50$, sau khoảng thời gian hơn 1 s, vector các biến trạng thái hội tụ về giá trị thực tế và sai số tiệm cận về 0, minh chứng cho tính đúng đắn của thuật toán quan sát thông số đã xây dựng.



Hình 9. Đồ thị đáp ứng của tín hiệu quan sát được $\hat{\theta}_i$ khi $k_i = 50$.



Hình 10. Đồ thị đáp ứng của tín hiệu biến trạng thái quan sát được $\hat{\mathbf{x}}(t)$ khi $k_i = 50$.

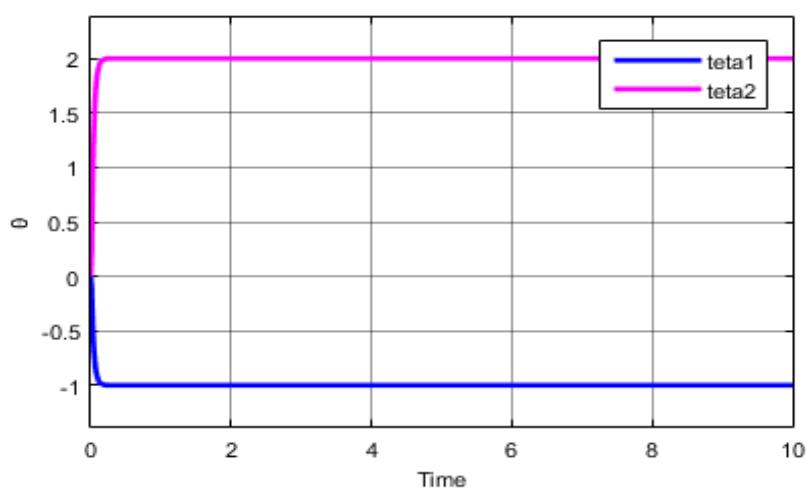


Hình 11. Đồ thị đáp ứng của tín hiệu sai số $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ khi $k_i = 50$.

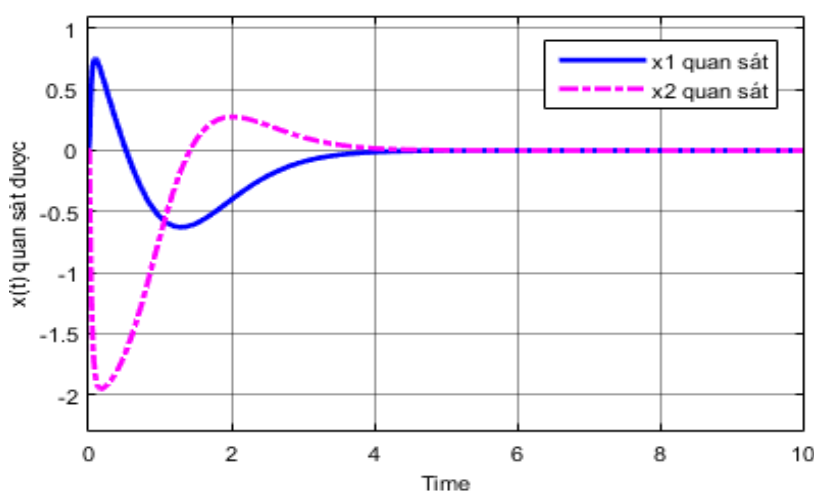
Như vậy, khi sử dụng bộ quan sát (7), (10), (16) với hệ số thiết lập $k_i = 50$, giá trị các biến trạng thái quan sát được tiệm cận về giá trị thực sau khoảng hơn 1 s và luật điều khiển $u(t)$ giúp đảm bảo ổn định tiệm cận về vị trí cân bằng $\mathbf{x} = 0$, bảo đảm được yêu cầu bài toán đặt ra.

Quan sát hình 12, 13 và 14 cho thấy, với giá trị $k_i = 500$, sau khoảng thời gian hơn 0.1s, vector các biến trạng thái hội tụ về giá trị thực tế và sai số tiệm cận về 0.

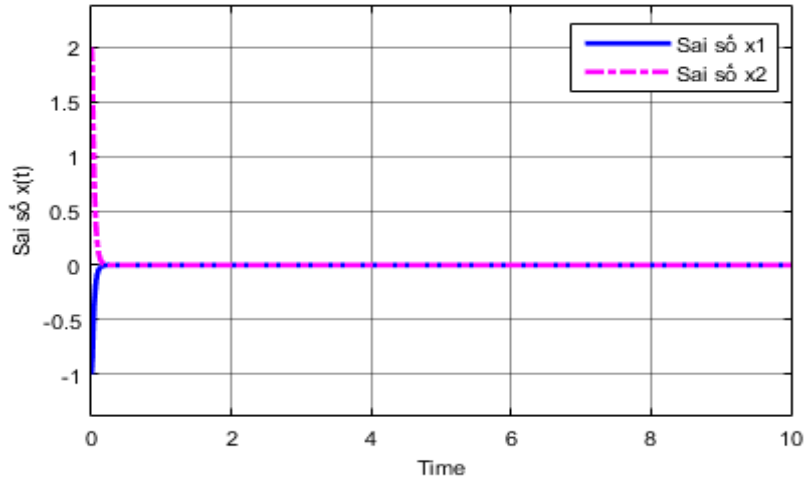
Như vậy, khi tăng giá trị k_i sẽ làm tăng tốc độ các quá trình hội tụ của các tham số chưa biết về giá trị thực.



Hình 12. Đồ thị đáp ứng của tín hiệu quan sát được $\hat{\theta}_i$ khi $k_i = 500$.

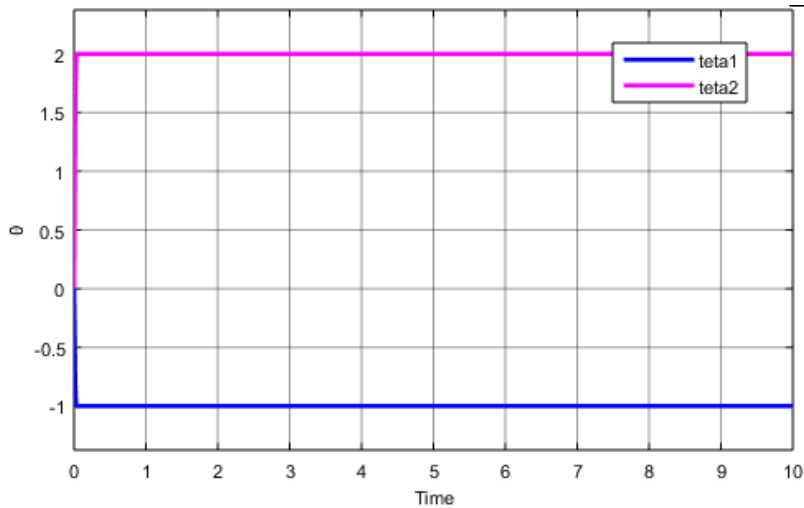


Hình 13. Đồ thị đáp ứng của tín hiệu biến trạng thái quan sát được $\hat{\mathbf{x}}(t)$ khi $k_i = 500$.



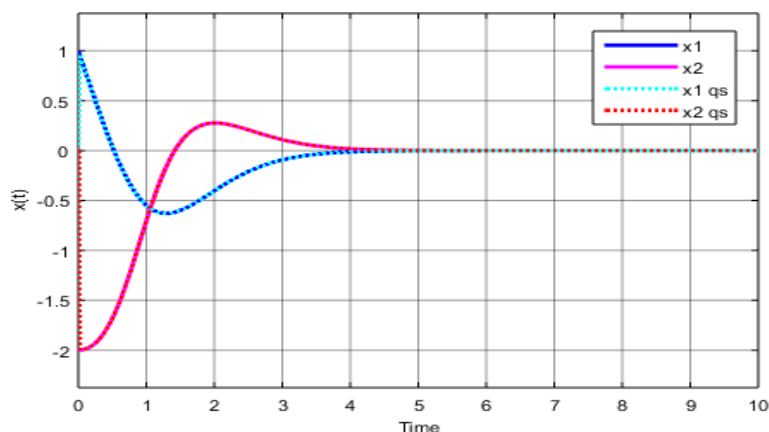
Hình 14. Đồ thị đáp ứng của tín hiệu sai số $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ khi $k_i = 500$.

Kết quả mô phỏng hình 12, 13 và 14 cho thấy, khi sử dụng bộ quan sát (7), (10), (16) với hệ số thiết lập $k_i = 500$, giá trị các biến trạng thái quan sát được tiệm cận về giá trị thực sau khoảng 0.1 s và luật điều khiển $u(t)$ giúp đảm bảo ổn định tiệm cận về vị trí cân bằng $\mathbf{x} = 0$, bảo đảm được yêu cầu bài toán đặt ra.



Hình 15. Đồ thị đáp ứng của tín hiệu quan sát được $\hat{\theta}_i$ khi $k_i = 5000$.

Quan sát hình 15 nhận thấy, khi tiếp tục tăng giá trị của k_i tới một giá trị đủ lớn, có thể nói ngay lập tức giá trị $\hat{\theta}_i$ hội tụ về giá trị thực, đồ thị đáp ứng của $\hat{\theta}_i$ là dạng xung vuông.



Hình 16. So sánh đồ thị đáp ứng của biến trạng thái thực và trạng thái quan sát được khi $k_i = 5000$.

Quan sát hình 16, nhận thấy với giá trị k_i đủ lớn, bộ quan sát sẽ ước lượng được và chính xác gần như ngay lập tức giá trị các biến trạng thái, điều này bảo đảm cho luật điều khiển không bị nhảy với biên độ lớn ở thời gian đầu. Đây chính là ưu điểm lớn nhất của thuật toán DREM so với các thuật toán ước lượng thông số khác.

5. Kết luận

Bài báo đề xuất phương pháp mới về việc tổng hợp luật điều khiển theo đầu ra cho hệ thống có dạng (1), (2). Đã tổng hợp bộ quan sát các biến trạng thái dạng (7), (10), (16), bảo đảm các tín hiệu quan sát được hội tụ tiệm cận đến giá trị thông số thực của đối tượng điều khiển. Để tổng hợp bộ quan sát, các tác giả đã sử dụng cách tiếp cận mới là biến đổi mô hình toán học gốc của đối tượng điều khiển thành mô hình hồi quy tuyến tính dạng (12). Các tác giả đã đưa ra một số mô phỏng trên máy tính, minh chứng cho khả năng làm việc tốt của cách tiếp cận mới này, đồng thời bảo đảm chất lượng của các quá trình đáp ứng.

Hướng phát triển của công trình có thể theo hướng áp dụng phương pháp này cho lớp các hệ thống có chứa thông số chưa biết, đồng thời có tính đến sự ảnh hưởng của yếu tố nhiễu bên ngoài.

Tài liệu tham khảo

- [1] Karl J. Astrom, "Adaptive control around 1960," *IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA, Jan. 1995, pp. 2784-2789.
- [2] Gregory, P.C., "Air research and development command plans and programs," *Proceedings of the Self-Adaptive Flight Control Symposium, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1959*, pp. 8-15.

- [3] Gregory, P.C., *Proceedings of Self-Adaptive Flight Control Symposium, Wright-Patterson Air Force Base, Fairborn, OH, 1959.*
- [4] Zuo, Z., "Adaptive trajectory tracking control of a quadrotor unmanned aircraft," *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference, Yantai, 2011*, pp. 2435-2439.
- [5] Ye, J., "Position control of crane vessel during offshore installations: Using adaptive and robust control methods," *21st International Conference on System Theory, Control and Computing, Sinaia, 2017*, pp. 17-22.
- [6] Sastry S., Bodson M., *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*, Prentice-Hall, New Jersey, 1989, 377 p.
- [7] Astrom, K. "On self-tuning regulators," *Automatica*, 1973, Vol. 9, No. 2, pp. 185-199.
- [8] Goodwin G.C. and Sin K.S., *Adaptive Filtering Prediction and Control*, Dover Publication, 1984, p. 558.
- [9] Ljung L. and Soderstrom T., *Theory and practice of recursive identification*, Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1985.
- [10] Lion P.M., "Rapid identification of linear and nonlinear systems," *AIAA Journal*, Vol. 5, No. 10, pp. 1835-1842, 1967.
- [11] Narendra, K., "Adaptive Control of Discrete-Time Systems Using Multiple Models," *IEEE Trans. Automatic Control.*, Vol. 45, No. 9, pp. 1669-1686, Sept. 2000.
- [12] Narendra K., Annaswamy A., *Stable Adaptive Systems*, Prentice-Hall, New Jersey, 1989.
- [13] Gerasimov, D. Performance Improvement of MRAC by Dynamic Regressor Extension, *2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC), USA, FL, Miami*, pp. 3032-3037, Dec. 2018.
- [14] Gerasimov, D.N., "Performance Improvement of Discrete MRAC by Dynamic and Memory Regressor Extension," *18th European Control Conference (ECC), Naples, Italy, 2019*, pp. 2950-2956.
- [15] Nikiforov, V.O., "Robust high-order tuner of simplified structure," *Automatica*, Vol. 35, No. 8, pp. 1409-1415, 1999.
- [16] Morse, A.S., "High-order parameter tuners for the adaptive control of linear and nonlinear systems," in *Systems, Models and Feedback: Theory and Applications*, Basel: Birkhauser, 1992, pp. 339-364.
- [17] Zhu, Y. "Linear backstepping output feedback control for uncertain linear systems," *Int. J. on Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 30, pp. 1080-1098, 2016.
- [18] Bobtsov A.A., Nagovitsina A.G., "Adaptivnoe upravlenie po vyhodu linejnymi nestacionarnymi ob'ektami," (Adaptive control of linear nonstationary objects output), *Avtomatika i Telemekhanika*, No. 12, pp. 163-174, 2006, DOI: 10.1134/S0005117906120137
- [19] Bobtsov A.A., Grigoryev V.V., Nagovitsina A.G., "Algoritm adaptivnogo upravlenija nestacionarnym ob'ektom v uslovijah vozmushhenija i zapazdyvanija," (Adaptive control algorithm by nonstationary object in terms of disturbance and delay time), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, No. 1, pp. 8-14, 2007.

- [20] Cykunov A.M., “Robastnoe upravlenie nestacionarnymi ob’ektami,” (Robust control of nonstationary objects), *Avtomatika i Telemekhanika*, No. 2, pp. 117-125, 1996.
- [21] Bobtsov A.A., Ljamin A.V., Sergeev K.A., Sintez zakona adaptivnogo upravleniya dlia stabilizacii ne tochno zadannyh nestacionarnyh ob’ektov (Synthesis of the law of adaptive control for stabilization of not exactly specified non-stationary objects), *Izv. vuzov. Priborostroenie*, No. 3, pp. 3-7, 2001.
- [22] Nikiforov V.O., Robastnaja sledjashhaja sistema (Robust tracking system), *Izv. vuzov. Priborostroenie*, No. 7, pp. 13-18, 1998.
- [23] Barabanov N.E., “O stabilizacii linejnyh nestacionarnyh sistem s neopredelennost’ju v koeficientah,” (On stabilization of linear nonstationary systems with uncertainty in coefficients), *Avtomatika i Telemekhanika*, No. 10, 1990.
- [24] Tsakalis K.S. and Ioannou P.A., “Adaptive control of linear time-varying plants,” *Automatica*, Vol. 23, No. 4, pp. 459-468, 1987.
- [25] Tsakalis K.S. and Ioannou P.A., “Linear time varying systems: Control and adaptation,” *Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall*, 1993.
- [26] Zhang Y., Fidan B., Ioannou P.A., “Backstepping control of linear time-varying systems with known and unknown parameters,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 48, No. 11, pp. 1908-1925, 2003, DOI: 10.1109/TAC.2003.819074
- [27] Jurkevich V.D., *Sintez nelinejnyh nestacionarnyh sistem upravlenija s raznotempovymi processami* (Synthesis of nonlinear nonstationary control systems with multi-tempo processes), SPb, Nauka, 2000.
- [28] Wilson J. Rugh, *Linear system theory*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1996.
- [29] Juan Rueda-Escobedo, Rosane Ushirobira, Denis Efimov, and Jaime Moreno. “Gramian-based uniform convergent observer for stable LTV systems with delayed measurements,” *International Journal of Control*, 2019, DOI: 10.1080/00207179.2019.1569256
- [30] Romeo Ortega, Alexey Bobtsov, Anton Pyrkin, Stanislav Aranovskiy, “A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems,” *Systems & Control Letters*, Vol. 85, pp. 84-94, Nov. 2015, DOI: 10.1016/j.sysconle.2015.09.008
- [31] Romeo Ortega, Alexey Bobtsov, Denis Dochain, Nikolay Nikolaev, “State observers for reaction systems with improved convergence rates,” *Journal of Process Control*, Vol. 83, Nov. 2019, pp. 53-62, DOI: 10.1016/j.jprocont.2019.08.003
- [32] Demidovich B.P., *Leksii po matematicheskoj teorii ustojchivost’*, (Lectures on the mathematical theory of stability), Izdatelstv: M. Nauka, 1967, 472 c.
- [33] Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A., “Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing,” *IEEE Trans. Automat. Control.*, Vol. 62, No. 7, pp. 3546-3550, 2016, DOI: 10.1109/tac.2016.2614889
- [34] Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Phradkov V.O., *Nelineinoe i adaptivnoe upravlenie sloznumi dinamicheskimi sistemami* (Non-linear and adaptive control of complex dynamic systems), SPb, Nauka, 2000.
- [35] Sastry S., Bodson M., *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*, Courier Dover Publications, 2011, 400 p.

OUTPUT CONTROL BY LINEAR TIME-VARYING SYSTEMS USING PARAMETRIC IDENTIFICATION METHODS

Abstract: *The problem of control for time-varying linear systems by the output (i.e. without measuring the vector of state variables or derivatives of the output signal) was considered. For the control design, the well-known online procedure for solving the Riccati matrix differential equation is chosen. For synthesis of the observer of state variables, a new approach is proposed, providing the possibility of obtaining monotonous estimates of convergence with the regulation of transition time. The main idea of the synthesis of observers is based on the transformation of the original dynamic system to a linear regression model containing unknown parameters, which in turn were functions of the initial conditions of the state variables of the control object. Then the DREM algorithm is used to estimate the state variables. Some simulations on Matlab/Simulink prove the correctness of the theory built, ensuring the good quality of the response processes.*

Keywords: Linear time-varying systems; state observers; parameters identification.

Nhận bài: 30/11/2022; Hoàn thiện sau phản biện: 13/01/2023; Chấp nhận đăng: 22/03/2023

