Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ
website: sj.ctu.edu.vn

TỔ CHỨC CHO HỌC SINH LỚP 4 TIẾP CẬN PHÂN SỐ DỰA TRÊN "SỐ PHẦN / TOÀN THỂ" THÔNG QUA HOẠT ĐỘNG GIẢI BÀI TOÁN

Dương Hữu Tòng
Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ

Thông tin chung:
Ngày nhận: 30/09/2015
Ngày chấp nhận: 23/05/2016

Title:
Organizing for students in Grade 4 to approach the fractions based on parts of a whole through problem-solving activities

Từ khóa:
Phân số, tiếp cận phân số dựa trên số phần / toàn thể, nghĩa của phân số, hoạt động giải toán

Keywords:
Fractions, approach to the fractions based on parts of a whole, meaning of fractions, problem - solving

ABSTRACT

The mathematical history showed the different approaches to fractions as follows: based on the number of part / whole, based on the division, the real line, the theory of sets, and the ratio. Each approach was associated with problem-solving activities and brought its own meaning. Current math textbook in Grade 4 recommends for students to approach the fractions based on parts of a whole. However, this activity only takes place through the representation model that does not solve a problem in a real situation. To overcome this limitation, the paper would organize for students in Girade 4 to approach the fractions based on parts of a whole through problem-solving activities.

TÓM TẮT

Lịch sử toán học ghi nhận các cách tiếp cận phân số như sau: dựa trên số phần / toàn thể, dựa trên phép chia, dựa trên tia số, dựa trên lí thuyết tập hợp, dựa trên tỉ số. Mỗi cách tiếp cận gắn liền với hoạt động giải toán và mang lại nghĩa riêng cho nó. Sách giáo khoa toán 4 hiện hành giới thiệu cho học sinh tiếp cận phân số dựa trên số phần / toàn thể. Tuy nhiên, hoạt động này chỉ diễn ra qua việc biểu diễn mô hình mà không thông qua giải một bài toán thực tiễn. Để khắc phục được hạn chế này, bài báo sẽ tổ chức cho học sinh lớp 4 tiếp cận phân số dựa trên số phần / toàn thể thông qua hoạt động giải bài toán thực tiễn.

Trích dẫn: Dương Hữu Tòng, 2016. Tổ chức cho học sinh lớp 4 tiếp cận phân số dựa trên "số phần / toàn thể" thông qua hoạt động giải bài toán. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ. 43c: 93-102.

1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong lịch sử toán học, một khái niệm toán học thường xuất hiện gắn liền với hoạt động giải toán và có nghĩa ứng với từng hoạt động ấy. Vì lí do này, để thuyết phục học sinh (HS) thấy được giá trị của toán học, nội dung dạy học (DH) cần liên quan đến việc giải quyết vấn đề thực tiễn, tức cần diễn ra một hoạt động giải toán. Hoạt động giải toán còn gợi động cơ học tập cho các em, khơi gợi trí tò mò của HS đối với nội dung dạy học thông qua những tình huống thực tế. Nhưng sách giáo khoa (SGK) toán 4 không tổ chức cho HS tiếp cận phân số dựa trên số phần / toàn thể thông qua hoạt động giải toán thực tiễn (chỉ biểu diễn qua các mô hình), từ đó làm thiếu vắng nghĩa của phân số $\frac{a}{b}$ *"biểu thị a phần được lấy ra từ b phần bằng nhau của một đơn vị"*. Điều này gợi ra hai câu hỏi nghiên cứu như sau:

– Có thể xây dựng được hay không tình huống đưa vào dạy học phân số dựa trên số phần / toàn thể thông qua hoạt động giải bài toán thực tiễn và tổ chức cho HS nắm được nghĩa *"biểu thị a* *phần được lấy ra từ b phần bằng nhau của một đơn vị”?*

– HS sẽ ứng xử ra sao nếu các em được đặt trong tình huống như trên? Có những khó khăn nào HS có thể gặp phải?

Bài báo này sẽ trả lời cho hai câu hỏi trên và kiểm chứng tính đúng đắn của giả thuyết **H**: Trong quá trình dạy học phân số, giáo viên có thể đưa vào tình huống dạy học phân số dựa trên số phần / toàn thể thông qua các hoạt động giải toán thực tiễn, từ đó giúp cho các em nắm được nghĩa phân số “biểu thị a phần được lấy ra từ b phần bằng nhau của một đơn vị”.

2 KHUNG LÝ THUYẾT THAM CHIẾU

Để trả lời các câu hỏi nghiên cứu, chúng tôi lựa chọn một số khái niệm quan trọng trong lí thuyết tình huống của G.Brousseau (Annie Bessot *và ctv.*, 2009) như sau:

2.1 Biến didactic

Một họ các bài toán có thể được sinh ra từ một tình huống bằng việc thay đổi những giá trị của một số biến. Các biến này, đến lượt nó, lại làm thay đổi những đặc trưng của các chiến lược giải (độ khó khăn, tính hợp thức, sự phức tạp…). Chúng sẽ là biến didactic nếu bằng cách thực hiện sự tác động lên chúng, người ta có thể gây nên những thích nghi và những điều tiết của việc học tập.

G.Brousseau gọi: biến didactic là những biến có thể làm thay đổi đặc trưng của những chiến lược giải hay câu trả lời của HS và GV có thể thực hiện việc lựa chọn các giá trị của biến.

2.2 Chiến lược

Đứng trước một tình huống dạy học, HS có thể dự kiến câu trả lời nhưng câu trả lời ban đầu này không phải là cái mà GV muốn giảng dạy. Câu trả lời này có thể được xem như chiến lược cơ sở liên quan đến những kiến thức cũ. Mặc dù vậy, chiến lược cơ sở này cho phép HS có một hiểu biết ban đầu về bài toán đặt ra.

Chiến lược cơ sở phải nhanh chóng tỏ ra khiếm khuyết hoặc không hiệu quả. Điều này buộc HS phải tiến hành những điều tiết, những sửa đổi trong hệ thống kiến thức của mình. HS đều phải lưỡng lự khi chọn các quyết định. Mong muốn của GV là HS cần chuyển từ chiến lược cơ sở đến chiến lược tối ưu. Thông thường, chiến lược tối ưu này chứa đựng kiến thức mới mà GV muốn giới thiệu cho các em.

2.3 Phân tích tiên nghiệm và phân tích hậu nghiệm

Phân tích tiên nghiệm: là thiết lập một mô hình dự kiến về thực tế (tình huống Sa gắn liền với đối tượng tri thức đang nghiên cứu). Khi phân tích tiên nghiệm, người ta thường tìm cách xác định các yếu tố:

– Các biến didactic có thể tác động trong Sa, những chiến lược hay câu trả lời có thể xuất hiện và ảnh hưởng của biến trên chiến lược.

– Những cái có thể quan sát được, minh chứng các chiến lược hay câu trả lời.

– Những kiến thức ẩn đằng sau những chiến lược đó, nghĩa là những kiến thức mầm mống cho sự nảy sinh các chiến lược.

– Những kiến thức có thể nảy sinh và các lựa chọn giá trị của biến tạo ra điều kiện nảy sinh đó.

Phân tích hậu nghiệm: là dựng lại tình huống thực tế Sp xảy ra thực sự khi triển khai thực nghiệm tình huống Sa. Trong đó, điểm mấu chốt là thực hiện sự phân tích đối chứng giữa những cái đã dự kiến trong phân tích tiên nghiệm với những dữ liệu và mối quan hệ giữa các dữ liệu thu thập được khi triển khai tình huống thực nghiệm, nghĩa là sự đối chứng giữa tình huống Sa và tình huống thực nghiệm Sp xảy ra trong thực tế thực nghiệm.

3 PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

3.1 Phân tích, tổng hợp các tài liệu

Chúng tôi phân tích, tổng hợp một số tài liệu lịch sử toán để tìm hiểu phân số được tiếp cận như thế nào trong lịch sử, nghĩa của chúng ra sao, hoạt động giải toán nào gắn liền với các cách tiếp cận.

Tiếp đến, chúng tôi phân tích SGK toán 4 để chỉ rõ các cách tiếp cận của phân số, chỉ ra có hay không các hoạt động giải toán cần thiết (có đối chiếu, so sánh với lịch sử), đưa ra những bình luận là cơ sở cho vấn đề nghiên cứu trong thực nghiệm sư phạm.

3.2 Thực nghiệm sư phạm

3.2.1 Đối tượng thực nghiệm

Thực nghiệm được tiến hành tại lớp 4 của trường Việt Mỹ, thành phố Cần Thơ. Lớp này gồm 25 HS và được chia thành 6 nhóm trong pha 2. Các HS này đã biết phân số $\frac{a}{b}$ với $a = 1$, $b \leq 10$ ở lớp 2 và lớp 3.

3.2.2 Công cụ để tổ chức thực nghiệm và kịch bản

Bài toán: Năm nay, trường học của An tổ chức thi đấu thể thao trong sân trường. Đây là kế hoạch sử dụng phần đất cho mỗi môn chơi trong sân trường.

Nhảy dây	Đá cầu Kéo co Bóng đá	Cầu lông

a) Phần đất của môn đá cầu chiếm bao nhiêu phần đất của sân trường?

b) Tổng phần đất của môn bóng đá và môn kéo co chiếm bao nhiêu phần đất của sân trường?

c) Phần đất của môn nhảy dây bằng bao nhiêu lần phần đất của môn bóng đá?

Thực nghiệm được thiết kế theo 3 pha:

Pha 1: (HS làm bài cá nhân - 15 phút). Tổ chức cho các em làm bài cá nhân với tình huống nêu trên. HS làm bài trên giấy do GV photo có in sẵn tình huống.

* Mục tiêu: Pha 1 được tổ chức cho các em làm việc cá nhân. Điều đó đồng nghĩa với việc chúng tôi muốn tìm hiểu mối quan hệ của cá nhân HS. Mọi ứng xử của trẻ sẽ được thể hiện trên bài làm. Cụ thể hơn, các em sẽ tự mình tìm kiếm tri thức phân số $\frac{a}{b}, a \neq 1$ thông qua hoạt động giải toán.

Pha 2: **(**HS làm bài theo nhóm 10 phút). 6 nhóm hoàn thành bài tương tự pha 1.

* Mục tiêu: Trong pha 2, các em không còn giải quyết tình huống đơn lẽ mà có sự cộng tác từ bạn học trong nhóm. Pha này tạo cơ hội cho các em bảo vệ chính kiến của mình. Tuy nhiên, trẻ cũng có thể thấy được nhận định của mình chưa chính xác nếu được bạn khác thuyết phục bằng những chứng cứ hợp lí.

Pha 3: (Hợp thức hóa – 15 phút)

Lớp học vẫn được chia thành 6 nhóm. Các nhóm cùng sửa bài với GV. Các em đưa ra nhận xét, phát biểu. Các nhóm khác nhận xét. GV là người nhận xét, đánh giá sau cùng.

* Mục tiêu: Pha 3 là sự nhận xét, đánh giá các kết quả có được từ pha 2 nhưng có sự can thiệp từ GV (rất hạn chế). Đây cũng chính là pha hợp thức hóa của tình huống. Nó cho phép ghi nhận lại những gì quan trọng, các yếu tố mà HS có thể học tập thông qua tình huống. Điều chúng tôi hi vọng các em học được là các kiến thức về khái niệm phân số, nghĩa của phân số qua tình huống số phần / toàn thể.

3.2.3 Phân tích tiên nghiệm bài toán thực nghiệm

a. Mục tiêu của bài toán

Bài toán được xây dựng gắn liền với hoạt động đo lường. Nội dụng tình huống cũng mang tính thực tiễn, liên hệ với hoạt động hằng ngày của các em.

Bài toán gồm 3 câu. Trong đó, câu a được xem như là cơ hội để HS được ôn lại phân số đơn vị $\frac{1}{b}$ (ở đây là $\frac{1}{9}$). Câu b và c mang đến cho HS tiếp cận phân số $\frac{a}{b}$ với $a \neq 1$. Bài toán được thiết kế dựa trên cách tiếp cận: tiếp cận số phần / toàn thể. Do đó, bài toán này mang lại nghĩa tương ứng của nó.

Mục tiêu khác của bài toán tạo điều kiện cho HS khai thác kiến thức cũ (phân số đơn vị - lớp 2, 3) vào việc giải quyết bài toán. Nói một cách khác, bài toán mang đến cho HS cơ hội tìm kiếm kiến thức mới (khái niệm phân số $\frac{a}{b}$ với $a \neq 1$) thông qua hoạt động giải toán.

b. Ngữ cảnh lớp học của bài toán

Bài toán này được áp dụng để DH khái niệm phân số ở lớp 4 thay cho tình huống đưa ra trong SGK toán 4.

c. Các biến didactic

- V1: Số phần bằng nhau a lấy ra từ b phần bằng nhau: $a=1$; $a\neq 1$.
- V2: Đặc trưng của cái toàn thể: liên tục, rời rạc.
- V3: Mô hình tiếp cận phân số: mô hình diện tích, mô hình tuyến tính, mô hình tập hợp.

Những chiến lược có thể

- S1: Chiến lược số phần / toàn thể. Trong đó:
- **S11**: Chiến lược này có hiệu quả khi số phần bằng nhau được lấy ra là 1 trên b phần bằng nhau. Câu trả lời là $\frac{1}{b}$.
- **S12**: Chiến lược này xuất hiện khi có a phần được lấy ra trong tổng b phần bằng nhau. Câu trả lời có được từ việc khái quát hóa (một cách tự

nhiên) các tình huống phân số đơn vị ở lớp 2, lớp 3. Kết quả theo chiến lược này là $\frac{a}{b}$.

- **S2**: Chiến lược "ghép phân số đơn vị"

- **S21**: chọn mỗi hình chữ nhật chỉ $\frac{1}{b}$ làm đơn vị mới. Sau đó so sánh các diện tích mới với nó. Ví dụ diện tích mới bằng diện tích đơn vị cộng diện tích đơn vị và tiếp tục như thế, câu trả lời sẽ là: $\frac{1}{b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{b}+...$

- **S22**: chọn $\frac{1}{b}$ làm đơn vị mới. Tiếp tục họ so sánh diện tích mới với nó. Ví dụ diện tích mới bằng 4 lần diện tích đơn vị, câu trả lời sẽ là: $4\times\frac{1}{b}$.

- **S3**: Chiến lược tuổi của thuyền trưởng.

Vì bài toán được đặt ra nên buộc phải có câu trả lời. Người thực hiện có thể nghĩ đến một câu trả lời theo suy luận "hợp lí".

d. Bảng giá trị của biến đặc trưng cho bài toán và ảnh hưởng các giá trị của biến đến các chiến lược

Biến	V1	V2	V3
Câu a	a = 1	Liên tục	Mô hình diện tích
Câu b	a = 4 ($\neq$ 1)	Liên tục	Mô hình diện tích
Câu c	a = 2 ($\neq$ 1)	Liên tục	Mô hình diện tích

Trong câu a, biến **V1** nhận giá trị $a=1$ đem đến sự thuận lợi cho **S11** bởi vì người làm đã quen với các phân số đơn vị trước đó.

Trong câu b và câu c giá trị biến của **V1** đã thay đổi $a\neq 1$, điều này khiến cho **S11** trở nên đắc giá, tạo cơ hội cho các chiến lược khác xuất hiện.

Giá trị "liên tục" của biến **V2** trong cả 3 câu a, b, c tạo điều kiện thuận lợi cho người tiến hành so sánh, đối chiếu các diện tích với diện tích đơn vị. Nói cách khác, **S11**, **S12**, **S21**, **S22** được quan tâm lúc này.

Biến **V3** nhận giá trị "mô hình diện tích" tạo sự thuận lợi cho người thực hiện bởi trước đó họ được làm quen với các mô hình diện tích. Điều này sẽ giúp cho **S11**, **S12**, **S21**, **S22** sớm xuất hiện bởi vì người đã tiếp cận với việc so sánh số phần cam, số phần của hình vuông, số phần tử của tập hợp...

e. Những quan sát có thể

Những quan sát có thể gắn liền với các chiến lược:

– Chiến lược phân số đơn vị $\frac{1}{b}$, **S11**: HS chia phần đất của sân trường thành 9 phần bằng nhau, môn đá cầu chiếm một phần nên câu a có câu trả lời: $\frac{1}{9}$.

– Chiến lược phân số $\frac{a}{b}$, **S12**: HS sử dụng tương tự các thao tác như câu a, sau đó khái quát hóa lên để có kết quả câu b: $\frac{4}{9}$; câu c: $\frac{2}{3}$.

– Chiến lược cộng các diện tích, **S21**: câu b: $\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}$; câu c: $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$.

– Chiến lược nhân các diện tích, **S22**: câu b: $4\times\frac{1}{9}$; câu c: $2\times\frac{1}{3}$.

– Chiến lược tuổi của thuyền trưởng, **S3**: câu b: 1 phần, 2 phần, 3 phần ; câu c: 1 phần, 2 phần, 3 phần, 4 phần, 5 phần...

4 KẾT QUẢ VÀ BÀN LUẬN

4.1 Cách tiếp cận phân số dựa trên số phần / toàn thể trong lịch sử toán và các SGK

Dương Hữu Tòng (2014) đã phân tích, tổng hợp cách tiếp cận phân số dựa trên số phần / toàn thể trong lịch sử toán và các SGK như bên dưới đây:

4.1.1 Cách tiếp cận phân số dựa trên số phần / toàn thể trong lịch sử toán

Cách tiếp cận này liên quan đến bài toán: "Lấy ra một số phần của một đối tượng được chia thành các phần bằng nhau". Theo bài toán này, phân số $\frac{a}{b}$ lấy nghĩa *"biểu thị a phần được lấy ra từ b phần bằng nhau của một đơn vị"*. Trong lịch sử, khái niệm về đại lượng phân số phát triển từ thời cổ đại khi "phân số" đã được quan niệm như "không chia được và không chia hết". Một đại lượng phân số không được xem như là một số trong nhiều thế kỉ, đúng hơn, nó đã được sử dụng như một đơn vị mới biểu diễn cho một phần hoặc các phần của một số cho đến khi Stevin (1548-1620) tuyên bố rằng đại lượng này là một con số bằng cách định nghĩa phân số như là "một phần của các bộ phận của cái toàn thể".

– Cấu trúc khái niệm phân số theo cách tiếp cận số phần / toàn thể:

+ Nếu cái toàn thể được kí hiệu là T, được chia thành n phần P_i với $1 \le i \le b$ thì $T = \bigcup_{i=1}^{b} P_i$.

+ Mỗi phần P_i có mối quan hệ cụ thể đối với toàn thể được kí hiệu là: R(P_i ,T). Trong quá trình chia cái toàn thể thành các phần, các phần P_i có thể bằng nhau hoặc không bằng nhau. Nếu các phần này bằng nhau thì quan hệ giữa một trong số các phần P_i ($P_i = P$) và toàn thể là $T = b \times P$. Chúng ta có thể nói rằng phần P là một phân số hay $P = \frac{1}{b} \times T$.

+ Trong cấu trúc khái niệm này, 4 thành phần cần được quan tâm:

(i) Toàn thể T: chúng ta xem như là một điểm khởi đầu.

(ii) Quan hệ R(P,T)= $\frac{1}{b}$: biểu diễn mối quan hệ giữa một trong các phần bằng nhau và toàn thể.

(iii) Phần bằng nhau P: có mối quan hệ với toàn thể T được xem như một phân số đơn vị $\frac{1}{b}$.

(iv) Phân số phần bù C của phần P: $T = P \cup C$.

– Các cách biểu diễn cho phân số theo số phần / toàn thể:

(i) Biểu diễn bằng lời nói bao gồm các thuật ngữ cho các phân số, dựa trên các thuật ngữ phổ biến trong các phân số đơn vị và các qui tắc đọc bất kì phân số theo tử số và mẫu số của nó.

(ii) Biểu diễn bằng số: bao gồm các kí hiệu số học phổ biến cho phân số.

(iii) Biểu diễn bằng hình vẽ: Bao gồm các đối tượng liên tục và rời rạc.

+ Đối với các đại lượng liên tục: chúng ta thường sử dụng các hình hình học (hình vuông, hình tròn, hình chữ nhật, đoạn thẳng…) bởi vì các hình này có trục đối xứng nên thao tác chia các phần bằng nhau khá đơn giản. Ngoài ra, phân số luôn phải gắn liền với một đơn vị, nên *một phân số tương ứng với những biểu diễn của nhiều trường hợp khác nhau* ($\frac{3}{4}$ hình chữ nhật, $\frac{3}{4}$ hình vuông, $\frac{3}{4}$ hình tròn, $\frac{3}{4}$ quả cam, $\frac{3}{4}$ kg, $\frac{3}{4}$ mét…Vì thế mà $\frac{3}{4}$ hình vuông vẫn có thể "bé hơn" $\frac{1}{2}$ hình tròn.

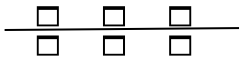
+ Đối với các đại lượng không liên tục: chúng ta quan tâm đến một số hình vẽ căn bản của nhóm các đối tượng với những cách khác nhau nhằm chỉ ra chúng được phân phối như thế nào.

(iv) Biểu diễn bằng kí hiệu: $R(T,P) = \frac{1}{b}$; $P = \frac{1}{b} \times T$; $T = b \times P$; $T = P \cup C$.

4.1.2 Cách tiếp cận phân số dựa trên số phần / toàn thể trong SGK toán 2, toán 3 và toán 4

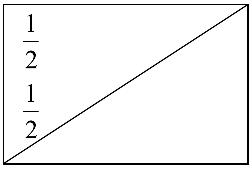
Chương trình toán 2 giới thiệu các phân số: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$. Trong khi đó, SGK toán 3 cho HS làm quen với những phân số đơn vị $\frac{1}{b}$ với $b \le 10$.

Trong bài "Phép chia", các tác giả SGK toán 2 trình bày khái niệm "phần bằng nhau" của một đơn vị.



6 ô chia thành 2 phần bằng nhau, mỗi phần có 3 ô. Ở đây, người ta chỉ ngầm ẩn giới thiệu về khái niệm "phần bằng nhau" chứ không giới thiệu trực tiếp phân số. SGK cũng đưa thêm nhiều bài tập theo kiểu tiếp cận so sánh số lượng của một bộ phận của tập so với toàn tập hợp đó. Chính vì lẽ đó, chúng ta có thể gọi tên cách tiếp cận này là "tiếp cận kiểu tập hợp".

Phân số đơn vị chính thức được nghiên cứu trong bài "MỘT PHẦN HAI":

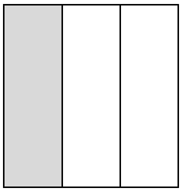


Chia hình vuông thành hai phần bằng nhau
Lấy một phần, được một phần hai hình vuông
Một phần hai viết là $\frac{1}{2}$.
Một phần hai còn gọi là một nửa.

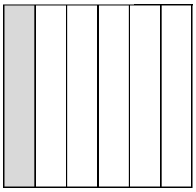
Các phân số đơn vị ở lớp 2 mang tên "một phần hai', "một phần ba"…, không có tên "phân số". Tình huống đưa vào các phân số: chia các đơn vị thành b phần bằng nhau, lấy đi "một" phần, có được phân số $\frac{1}{b}$. Đặc trưng của đơn vị được chọn là một số hình chia đều được thành các phần bằng nhau: hình vuông, tam giác cân, hình tròn, tam giác đều, hình thoi, hình ngôi sao 5 cánh…

Lớp 3 ôn lại các phân số đơn vị đã được học ở lớp 2 và tiếp tục giới thiệu thêm $\frac{1}{6},\frac{1}{7},\frac{1}{8},\frac{1}{9},\frac{1}{10}$. Tình huống giống nhau: chia các hình thành các phần bằng nhau, người ta tác động đến một số phần nào đó, từ đó làm nảy sinh khái niệm phân số đơn vị. Chẳng hạn, một bài tập được đưa ra trong SGK toán 3 như sau:

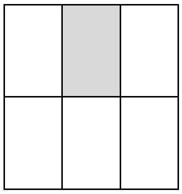
4 Đã tô vào $\frac{1}{6}$ hình nào?



Hình 1



Hình 2



Hình 3

***Bình luận**

– Nói chung, các tác giả theo tiến trình: chia một đơn vị thành b phần bằng nhau, sau đó tô màu một phần để có được phân số $\frac{1}{b}$. Do đó, trong tình huống này tạo nên các phân số có dạng $\frac{1}{b}$ hay phân số đơn vị. Điều này dẫn đến phân số $\frac{1}{b}$ lấy nghĩa *"biểu thị a phần được lấy ra từ b phần bằng nhau của một đơn vị"*.

– Chính cách tiếp cận đặc trưng như thế dẫn đến kết quả các phân số luôn có tử số bằng 1, mẫu số b, $b \leq 10$, vì thế phân số tạo nên luôn luôn nhỏ hơn 1.

Tóm lại, SGK toán 2 và 3 chỉ giới thiệu các phân số đơn vị. Ngoài ra, các tác giả không nêu tên phân số mà chỉ đề cập một cách ngầm ẩn thông qua khái niệm "phần bằng nhau". Phân số được xem như là "công cụ ngầm ẩn" để giải quyết các dạng toán "Tìm một trong các phần bằng nhau của một số" và "So sánh số bé bằng một phần mấy số lớn".

SGK toán 4 hình thành khái niệm phân số như sau:

Chia hình tròn thành 6 phần bằng nhau, tô màu vào 5 phần. Ta nói: Đã tô màu vào năm phần sáu hình tròn.

Ta viết: $\frac{5}{6}$, đọc là năm phần sáu.

Ta gọi $\frac{5}{6}$ là phân số. Phân số $\frac{5}{6}$ có tử số là 5, mẫu số là 6.

Mẫu số là số tự nhiên viết dưới dấu gạch ngang. Mẫu số cho biết hình tròn được chia thành 6 phần bằng nhau.

Tử số là số tự nhiên viết trên gạch ngang. Tử số cho biết 5 phần bằng nhau đã được tô màu.

Ngoài ra, SGK còn nêu lên cách viết mẫu số, tử số và điều kiện của mẫu số thông qua nhận xét: "Mỗi phân số có tử số và mẫu số". Tử số là số tự nhiên viết trên gạch ngang. Mẫu số là số tự nhiên khác 0 viết dưới gạch ngang". Đỗ Đình Hoan *và ctv*. (2006) nêu lên ràng buộc: "*GV chỉ nên cho HS* *nhận biết phân số có tử số và mẫu số đều là số tự nhiên, mẫu số phải khác không. Chưa nên giải thích gì thêm*".

*** Những ghi nhận từ cách tiếp cận phân số theo số phần / toàn thể theo thông qua hoạt động giải toán**

Đỗ Đình Hoan và ctv. (2006) đã nêu hướng dẫn dạy bài này như sau:

– GV hướng dẫn HS quan sát một hình tròn (như hình vẽ trong SGK), GV có thể nêu các câu hỏi để thông qua phần trả lời, HS nhận biết được:

* Hình tròn đã được chia thành 6 phần bằng nhau.

* 5 phần (trong số 6 phần bằng đó) đã được tô màu.

– GV nêu: * Chia hình tròn thành 6 phần bằng nhau, tô màu vào 5 phần. Ta nói đã tô màu vào năm phần sáu hình tròn.

Năm phần sáu viết thành $\frac{5}{6}$. (cho vài HS nhắc lại).

Ta gọi $\frac{5}{6}$ là phân số. Phân số $\frac{5}{6}$ có tử số là 5, mẫu số là 6. (cho vài HS nhắc lại).

– Ghi nhận đầu tiên trong hoạt động: tình huống chưa thật sự chứa đựng một đề toán. Nó chỉ mô tả quá trình thực hiện tô màu số phần của phân số. SGK không yêu cầu bất kì câu hỏi gì cho HS. Nhìn chung, HS chưa được đặt trong tình huống giải quyết vấn đề. Trẻ không có điều kiện để huy động kiến thức cũ vào giải quyết kiểu nhiệm vụ mới. Ở đây, HS có kiến thức ban đầu về phân số đơn vị (đã học ở lớp 2, 3) nhưng chưa được GV khai thác để dẫn dắt các em vào tình huống giới thiệu phân số mới. Tóm lại, việc hình thành kiến thức mới không được tổ chức thông qua hoạt động giải toán thực tiễn.

– Ghi nhận thứ hai trong hoạt động: GV làm việc là chính, vai trò của HS chỉ là trả lời các câu hỏi của GV, các em không có cơ hội giải bài toán để khám phá ra tri thức mới. Trẻ có thêm một nhiệm vụ khác là nhắc lại các phát biểu của GV.

Một số câu hỏi được đặt ra:

– Có thể xây dựng các tình huống DH chứa đựng hoạt động giải toán mà trong đó HS sử dụng kiến thức cũ (phân số đơn vị) để tìm kiếm tri thức mới (phân số $\frac{a}{b}$, $a \neq 1$) hay không?

– Các em sẽ giải quyết bài toán trong tình huống đó ra sao? Đâu là những khó khăn của trẻ?

*** Những ghi nhận về cách tiếp cận phân số**

– SGK giới thiệu khái niệm phân số phù hợp với cách được đề cập trong lịch sử toán học. Cách tiếp cận này mang lại yếu tố trực quan nhưng chưa cho phép giới thiệu phân số không thực sự (phân số có mẫu số lớn hơn tử số). Như vậy, phân số chính thức trở thành đối tượng tường minh (*có tên, được nghiên cứu các tính chất, phép tính trong các bài học sau*).

– Tình huống nảy sinh khái niệm phân số cũng tương tự như đã được phân tích trong SGK toán 2, 3. Nhưng ở đây, đơn vị được chia ra b phần bằng nhau, tác động vào a phần để có phân số $\frac{a}{b}$. SGK cũng giải thích khá rõ ý nghĩa của mẫu số, tử số trong đoạn trích.

– Các đơn vị được chia thành b phần bằng nhau chịu sự ràng buộc của thể chế: đó là một số dạng hình học có thể chia được về mặt trực giác như: hình vuông, hình chữ nhật, hình tròn, tam giác đều, lục giác đều…

– Phân số được tạo ra bởi cách tiếp cận này luôn luôn có tử số nhỏ hơn mẫu số. Hay nói một cách khác, chúng là các phân số nhỏ hơn 1. Do đó, theo cách tiếp cận này SGK chưa cho phép đề xuất các phân số lớn hơn 1.

– Như vậy, phân số $\frac{a}{b}$ (a < b) được tạo thành lấy nghĩa *"biểu thị a phần được lấy ra từ b phần bằng nhau của một đơn vị"*. Đây là trường hợp tổng quát của phân số đơn vị ở lớp 2, 3. Tuy nhiên, vì phân số chưa được nghiên cứu trong tình huống gắn liền với cách sử dụng của nó nên chỉ mang *nghĩa hình thức*.

– Có nhiều cách khác nhau để mô hình hóa các phân số theo cách tiếp cận số phần / toàn thể, trong đó có 2 loại mô hình cơ bản:

+ Mô hình diện tích: Một hình tròn được chia thành 5 phần bằng nhau và người ta đã tô màu 4 phần, có phân số $\frac{4}{5}$.

+ Mô hình tập hợp: Có 5 đối tượng được vẽ và 4 trong số chúng đã được khoanh tròn, có phân số $\frac{4}{5}$.

4.2 Kết quả thực nghiệm và bàn luận

● Pha 1

Trong câu a của bài toán, số đông HS thực hiện trên cơ sở sử dụng chiến lược **S11** (15 HS, chiếm 60%). Hầu hết giải thích của các em đều dựa trên phân số đơn vị $\frac{1}{9}$. Sự thành công của các em này là nhờ nắm vững kiến thức về phân số đơn vị đã được học ở lớp 2 và 3. Có khoảng 36% HS có lời giải dựa trên **S3**. Điều khá thú vị là tất cả 9 HS đều có câu trả lời "*phần đất của môn đá cầu chiếm **một** phần đất của sân trường*". Các em đều cố gắng dùng thước để chia phần đất sân trường thành 9 phần bằng nhau và nhận thấy môn đá cầu chiếm một phần nên đưa ra câu trả lời là "một phần". Do vậy, về hành động và nhận thức các em này đã làm đúng. Thế nhưng, các em không dùng phân số đơn vị để biểu diễn kết quả.

Bảng 1: Thống kê chiến lược giải của HS đối với Bài toán

	Chiến lược S11	Chiến lược S12	Chiến lược S21	Chiến lược S22	Chiến lược S3
Câu a	15 (60%)	1 (4%)	0 (0%)	15 (60%)	9 (36%)
Câu b	0 (0%)	16 (64%)	6 (24%)	1 (4%)	2 (8%)
Câu c	0 (0%)	18 (72%)	3 (12%)	2 (8%)	2 (8%)

Riêng có một trường hợp của H5 đưa ra lời giải theo **S12**. Chứng tỏ phân số $\frac{a}{b}$ với $a \neq 1$ sớm nảy sinh ở H5. Tuy vậy, lời giải $\frac{3}{9}$ của HS không chính xác cho câu a của bài toán. Em này dùng thước kẻ ngang theo đường chia 2 môn đá cầu và kéo co. Vì vậy, vô hình dung H5 biến phần đất của môn đá cầu giống như phần đất của môn bóng đá. Kết quả H5 đưa ra là $\frac{3}{9}$ không phù hợp và nguyên nhân sai lầm của em do thao tác sai như mô tả bên trên.

Nếu câu a là sự ôn lại phân số đơn vị thì câu b xem như kiến thức mới $\frac{a}{b}$ với $a \neq 1$ nảy sinh. Hơn nửa số HS của lớp thực nghiệm đã làm được điều đó (16 HS, chiếm 64%). Trong 16 HS, có 14 em đưa ra đáp số đúng là phân số $\frac{4}{9}$, bao gồm cả H5. Điều này không cần giải thích gì thêm bởi phân số không đơn vị đã tồn tại ở H5 ngay từ câu a. Đặc biệt, có H10 và H20 trình bày câu trả lời: "*Tổng phần đất của môn bóng đá và môn kéo co chiếm* $\frac{3}{9}$ *phần đất của sân trường*". Hai em này có sự nhầm lẫn về yêu cầu của câu b. Các em đưa ra đáp số $\frac{3}{9}$ cho phần đất của môn bóng đá so với phần đất của sân trường.

Trong khi đó, 6 HS (chiếm 24%) cho ra lời giải theo **S21** và 1 HS theo **S22**. Nói chung, các em này cho lời giải đúng ($\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}$ hay $4\times\frac{1}{9}$) nhưng chưa đưa về phân số $\frac{4}{9}$ mà chỉ dừng lại ở phân số đơn vị, phân số không đơn vị chưa xuất hiện. Tuy nhiên ngầm ẩn sau đó, các em này sớm có biểu tượng ban đầu về cộng các phân số cùng mẫu số. Riêng có 2 HS theo **S3**, cụ thể H22 đã ghi: "*Tổng phần đất của môn bóng đá và môn kéo co chiếm **4** phần đất của sân trường*". Các em này cũng nằm trong nhóm HS theo **S3** được nêu ra ở câu a. Do vậy, lí do họ đưa ra câu trả lời như thế cũng được giải thích tương tự như câu a.

Nếu câu a, b gắn liền với cách tiếp cận phân số theo số phần / toàn thể thì câu c giới thiệu cho HS tiếp cận phân số mà cái toàn thể đã thay đổi. Có 18 HS (chiếm 72%) theo **S12** nhưng chỉ có 17 em đưa ra đáp số đúng, tức phân số $\frac{2}{3}$. Trường hợp H17 tiếp cận chiến lược **S12** lại đưa ra đáp số là $\frac{3}{9}$. Cũng cần nhấn mạnh thêm rằng, em này đưa ra phân số $\frac{2}{3}$, sau đó xóa bỏ và ghi lại $\frac{3}{9}$. Theo chúng tôi, H17 làm như thế là do em nhầm lẫn phần đất của môn bóng đá so với phần đất của sân trường.

Còn một số ít HS theo chiến lược **S21** và **S22** (cụ thể **S21**: 3 va **S22**: 2). Các em này có lời giải: $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ hay $2\times\frac{1}{3}$. Ngoài ra, có 2 HS (chiếm 8%) có lời giải theo **S3**. Chẳng hạn, H22 trình bày: "*phần đất của môn nhảy dây bằng **2** lần phần đất môn bóng đá*". Em này nhận ra môn nhảy dây chiếm 2 phần trên tổng 3 phần bằng nhau của môn bóng đá.

Tuy vậy, lời giải liên quan đến phân số $\frac{2}{3}$ không được đưa ra.

● Pha 2

Đối với câu a của bài toán, các nhóm đều thành công, tức các em tuân thủ chiến lược **S11** (6 N, chiếm 100%). Lời giải $\frac{1}{9}$ được trình bày trong bài làm của mỗi nhóm. Các nhóm dùng thước chia sân trường thành 9 phần bằng nhau.

Cũng giống như câu a, trong câu b các nhóm đều có lời giải đúng $\frac{4}{9}$. 100% các nhóm đều hành động theo **S12**. Đặc biệt, N5 còn trình bày thêm biểu thức $\frac{3}{9}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$. Nếu các nhóm khác xác định tổng số phần / toàn thể thì nhóm này lại tìm phân số biểu thị của môn bóng đá rồi cộng với phân số biểu thị của môn kéo co. Do vậy, hành động như thế giúp cho các em sớm hình thành qui tắc cộng hai phân số cùng mẫu số.

Bảng 2: Thống kê chiến lược giải các nhóm đối với Bài toán

	Chiến lược S11	**Chiến lược S12**	**Chiến lược S21**	**Chiến lược S22**	**Chiến lược S3**
Câu a	6 (100%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
Câu b	0 (0%)	6 (100%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
Câu c	0 (0%)	6 (100%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)

Một lần nữa, **S12** được các nhóm ưu tiên lựa chọn (6 nhóm, chiếm 100%). Tuy nhiên, trong 6 nhóm thì chỉ có 4 nhóm cho đáp số đúng (N1, N2, N4, N5) và 2 nhóm không chính xác (N3, N6). Hai nhóm này đều có kết quả giống nhau $\frac{2}{9}$ ($\frac{2}{3}$ đáp án đúng). Các em có sai sót khi xác định số phần của môn nhảy dây so với phần đất của sân trường. HS chưa nhận ra sự thay đổi của cái toàn thể từ "phần đất của sân trường" sang "phần đất của môn bóng đá".

● Pha 3

Pha này là sự kết hợp của GV và HS trong việc xác nhận kiến thức. Một số em phát biểu ý kiến cá nhân vẫn còn sai. Chẳng hạn, H12 phát biểu: *"phần đất của môn đá cầu chiếm $\frac{1}{2}$ phần đất của sân trường"*. Nhiều em không biết các phần phải bằng nhau, buộc cô giáo giải thích: *"mảnh đất có các phần đất lớn, nhỏ khác nhau, vì vậy ta phải chia cho bằng nhau, sau đó xác định"*. GV thể chế hóa: "$\frac{1}{9},\frac{4}{9},\frac{2}{3}$ *được gọi chung là các phân số*", "*phân số $\frac{a}{b}$ chỉ có a phần bằng nhau trong số tổng b phần bằng nhau, trong đó a được gọi là tử số, b được gọi là mẫu số*".

5 KẾT LUẬN

Thực nghiệm đạt được một số kết quả: số đông HS cho ra lời giải của bài toán bằng cách khái quát hóa phân số đơn vị để có được phân số $\frac{a}{b}$ với $a \neq 1$. Vì thế, tình huống đưa vào cách tiếp cận phân số dựa trên số phần / toàn thể thông qua hoạt động giải toán thực tiễn càng có ý nghĩa hơn. Điều đó khẳng định thêm sự hữu ích của việc dạy học khái niệm phân số thông qua hoạt động giải toán. Tuy có một số em chưa đưa ra lời giải dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a \neq 1$ nhưng họ được GV và bạn bè gợi ý để có được kết quả mong muốn thông qua hoạt động nhóm hay pha hợp thức hóa. Nhìn chung, các kết quả thực nghiệm đã trả lời một cách thích đáng cho các câu hỏi ban đầu và chỉ ra được giả thuyết **H** là đúng đắn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Annie Bessot, Claude Comiti, Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến, 2009. Những yếu tố cơ bản của Didactic Toán. Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia TP Hồ Chí Minh. TP Hồ Chí Minh. 421 trang.

Dương Hữu Tòng, 2014. Dạy học phân số ở trường tiểu học thông qua hoạt động giải các bài toán. Luận án tiến sĩ. Đại học sư phạm TP. Hồ Chí Minh. TP Hồ Chí Minh. 181 trang.

Đỗ Đình Hoan, Nguyễn Áng, Đỗ Tiến Đạt, Đào Thái Lai, Đỗ Trung Hiệu, 2006. Toán 2. Nhà xuất bản Giáo dục, (SGK hiện hành). Hà Nội. 184 trang.

Đỗ Đình Hoan, Nguyễn Áng, Đỗ Tiến Đạt, Đào Thái Lai, Đỗ Trung Hiệu, 2006. Toán 3. Nhà xuất bản Giáo dục. (SGK hiện hành). Hà Nội. 184 trang.

Đỗ Đình Hoan, Nguyễn Áng, Vũ Quốc Chung, Đỗ Tiến Đạt, Đào Thái Lai, Đỗ Trung Hiệu, Trần Diên Hiển, Phạm Thanh Tâm, Kiều Đức Thành, Lê Tiến Thành, Vũ Dương Thụy, 2006. Toán 4. Nhà xuất bản Giáo dục. (SGK hiện hành). Hà Nội. 184 trang.

Đỗ Đình Hoan, Nguyễn Áng, Vũ Quốc Chung, Đỗ Tiến Đạt, Đào Thái Lai, Đỗ Trung Hiệu, Trần Diên Hiển, Phạm Thanh Tâm, Kiều Đức Thành, Lê Tiến Thành, Vũ Dương Thụy, 2006. Toán 4. Nhà xuất bản Giáo dục, (SGV hiện hành). Hà Nội. 328 trang