

# QUAN HỆ GIỮA CÁC MOMENT CỦA PHỔ CÔNG SUẤT VỚI KÍCH THƯỚC VẾT NỨT CỦA DÀM

**Ngô Kiều Nhi\*, Phạm Bảo Toàn\*\*, Nguyễn Quang Thành\*\***

## TÓM TẮT

*Bài báo đưa ra các kết quả nghiên cứu thực nghiệm về quan hệ giữa các mô men của phổ công suất xây dựng từ tín hiệu dao động ngẫu nhiên của dầm dưới tác dụng của tải di chuyển với độ lớn vết cắt. Từ kết quả nghiên cứu này các tác giả đề xuất thêm 3 đại lượng để sử dụng trong việc theo dõi tuổi thọ của dầm đó là mô men bậc 0, mô men bậc 1 và mô men bậc 2. So với các đại lượng đang được đề xuất như độ võng, tần số riêng, dạng riêng thì các moment này dễ dàng xác định và có độ nhạy cao hơn.*

## ABSTRACT

*The paper shows the results of experimental studies with the relationship of moment's power spectral density that was built random vibration signal of the beam under moving load and the size's crack. In these results, the author will propose adding two parameters that used to monitoring the lifespan of beam. It is the Zero-Order Spectral Moment, the First-Order Spectral Moment and the Second-Order Spectral Moment. It can be seen that these parameter can easily identify and have higher sensitivity more than deflection, natural frequencies, mode shapes.*

### 1. Mở đầu

Cầu là công trình có vị trí quan trọng trong đời sống, hoạt động kinh tế, an sinh và an ninh quốc phòng. Việc bảo dưỡng, duy tu cầu luôn được tiến hành một cách thường xuyên và chiếm một kinh phí đáng kể trong ngân sách hàng năm của đất nước. Cần cứ để đưa ra các mục bảo dưỡng là các đánh giá tình hình hư hỏng của cầu. Hiện nay, theo quy định của nhà nước có hai biện pháp nhằm để đánh giá tình trạng cầu. Biện pháp thứ nhất là kiểm tra bằng mắt, biện pháp thứ hai được gọi là Kiểm định. Các cầu do nhà nước quản lý luôn có một đội ngũ kỹ thuật thực thi hàng ngày, hàng tuần hay hàng tháng. Biện pháp này cho phép phát hiện các hư hỏng trên bề mặt cầu, hay các yếu tố có thể làm hư cầu như xói nở, các dị vật ngăn cản dòng chảy tạo ra nguy cơ va chạm cầu,... Biện pháp này không thể tìm ra các hư hỏng bên trong như: vết nứt bên trong, sự thay đổi cơ tính vật liệu. Biện pháp kiểm định

\* Giáo sư - Tiến sĩ, Trường Đại học Bách khoa Thành phố Hồ Chí Minh

\*\* Trường Đại học Bách khoa Thành phố Hồ Chí Minh

có quy trình được qui định chặt chẽ theo qui phạm của Nhà nước ban hành. Theo đó người ta tác động lên cần các tǎi theo qui định và đo các thông số: độ võng, biến dạng, tần số riêng của các nhịp, độ nghiêng, lún của mó, trụ... Kiểm định cho phép đánh giá chính xác cao khả năng chịu lực của cầu. Tuy nhiên biện pháp này rất tốn kém. Theo qui định nhà nước, tại Việt Nam cũng như các nước trên thế giới, thì tùy mức độ quan trọng mà các cầu cần được kiểm định từ 3 năm/lần đến 5 năm/lần. Tuy nhiên do chi phí cao, qui định này gần như khó thực hiện đại trà. Tại Việt Nam ngay cả các cầu huyết mạch cũng khó được giám sát tuân thủ theo qui định này với chi phí cao của kiểm định là bởi các tǎi trọng được tạo ra theo qui định về giá trị, vị trí, tốc độ di chuyển. Việc thiếu các số liệu đo ứng xử cầu khiến cho công tác giám sát trình trạng cầu bị “mù”. Hậu quả là việc quyết định duy tu, sửa chữa thiếu cơ sở khoa học, gây ra tình trạng lãng phí và mối lo của các cơ quan quản lý về sự an toàn của cầu khi vận hành.

Từ cuối thế kỷ trước, một biện pháp trung gian được áp dụng để dung hòa giữa 2 khía cạnh về tài chính và về thiếu thông tin về ứng xử cầu. Biện pháp này là thu nhập số liệu dao động của cầu trong quá trình lưu thông, tác động của gió, của dòng chảy thực tế lên nó. Sử dụng trực tiếp biên độ dao động, nếu thiết bị đo được gắn cố định, ta có thể giám sát mức độ biến dạng cần để đánh giá tình trạng của nó. Các hệ thống thiết bị đo gắn cố định được gọi là hệ thống giám sát sức khỏe (Health monitoring system - HMS) có chi phí rất cao nên chủ yếu được dùng cho các cầu huyết mạch. Nguồn số liệu đo của HMS cuốn hút rất nhiều nhà khoa học nghiên cứu sử dụng chúng trong bài toán chuẩn đoán tình trạng cầu mở ra một phương pháp mới là phương pháp chuẩn đoán dựa trên ứng xử dao động của cầu (UXDD). Thời kỳ đầu tiên của phương pháp UXDD các loại dao động được sử dụng là dao động điều hòa hoặc dao động tự do. Dạng dao động hết sức đơn giản tuy nhiên để tạo ra chúng cần có thiết bị gây dao động điều hòa hoặc thiết bị gây dao động ban đầu. Giai đoạn hiện nay của UXDD là sử dụng các dao động mang tính ngẫu nhiên, thu được từ HMS.

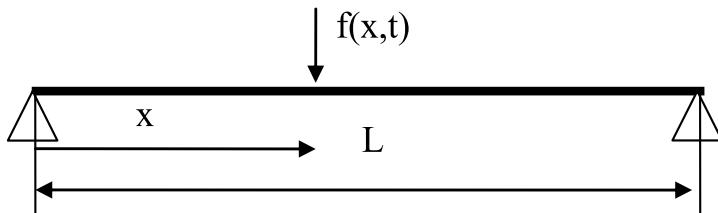
Tại Việt Nam số lượng cầu rất lớn. Chúng tôi đã đề xuất sử dụng UXDD với các số liệu không phải bởi các HMS mà bằng cách đo trực tiếp định kỳ. Vấn đề đầu tiên đặt ra là sử dụng các thông số nào của dao động để đánh giá tình trạng cầu. Một loạt thông số đã được đề xuất trong các công trình nghiên cứu: tần số riêng, hệ số giảm chấn, dạng riêng[1-7]. Trong đó tần số riêng là thông số có tỉ lệ các nghiên cứu sử dụng cao nhất. Số lượng đáng kể các bài báo mô phỏng bằng phương pháp phần tử hữu hạn chứng minh khả năng dùng tần số riêng để phát hiện ra vết nứt quá trình độ sâu, vị trí, số lượng... Tuy nhiên các nghiên cứu thực nghiệm lại chứng tỏ rằng tần số riêng là thông số không nhạy. Việc xác định các dạng riêng đòi thiết bị tương đối phức tạp và đắt tiền. Các nghiên cứu cho thấy về mặt lý thuyết để dùng tần số riêng và dạng riêng cần xác định chúng với số lượng đáng kể. Theo [6] đã sử dụng giá trị tần số riêng hay trong [8] đã sử dụng dạng riêng. Trong thực tế để xác định tần số riêng và dạng riêng bậc cao thì cần thiết bị đo có tần số lấy mẫu càng cao, nhất là lượng đo càng cao. Năm 1991 Hearn and Testa [9] bằng phương pháp xử lý tình trạng đáp ứng động lực học khung kim loại trong phòng thí nghiệm đã thấy rằng sự thay đổi tần số riêng và thời gian tắt dần của dao

động (giảm chấn) là cơ sở tốt để so sánh và phát hiện hư hỏng trong khung. Tuy nhiên từ việc kiểm tra trên cầu thực, Alampalli và Fu [10] và Salawu cùng các cộng sự [11] thấy rằng sự thay đổi tần số riêng không đủ nhạy để xác định hư hỏng cục bộ trên cầu, vấn đề là thiết bị không đủ chính xác để đo sự thay đổi nhỏ này, và lại tần số là đại lượng toàn cục không nhạy với các thay đổi cục bộ trên cơ hệ. Fox và cộng sự [12] cũng nhận thấy rằng sự thay đổi tần số dao động cộng hưởng khi xuất hiện khuyết tật trên đàm là dấu hiệu có độ nhạy thấp. Trong [13] Pape và các cộng sự đã đề xuất phương pháp phát hiện khuyết tật bằng cách thống kê các tần số riêng của cơ hệ nhận được bằng cách đo dao động và nhận thấy rằng không có sự thay đổi khác biệt giữa các tần số khi cơ hệ có khuyết tật nhỏ. Một hướng sử dụng tín hiệu dao động gây bởi tải lưu thông là sử dụng phổ công suất (PSD) của chúng để đánh giá tình trạng của cầu. Chúng tôi đã tiến hành khảo sát phổ công suất đại diện (RPSD)[14] của các cầu thực tế và tổ chức thí nghiệm đo dao động của đàm - được mô hình hóa như nhịp cầu. Trong bài báo này, chúng tôi trình bày kết quả thu được từ 2 khảo sát trên.

## 2. Cơ sở lý thuyết

### 2.1. Lý thuyết uốn và xoắn của đàm

Các nhịp cầu được mô phỏng bởi những thanh tự đơn như (H.1)



H.1. Mô hình nhịp cầu chịu tải trọng di động

Lượng tải trọng trong thực tế sẽ có giá trị mật độ  $f(x,t)$  ngẫu nhiên, di chuyển với vận tốc thay đổi. Trạng thái chịu lực của nhịp cầu có thể là uốn ngang phẳng, có thể xoắn hoặc uốn xoắn đồng thời. Cho rằng biến dạng của đàm là nhỏ, ta công nhận nguyên lý cộng tác dụng. Do đó, việc khảo sát trạng thái chịu lực phức tạp được đưa về tổng hợp của 3 trạng thái vừa được nêu trên. Phương trình vi phân tổng quát của độ vông trong trạng thái uốn - xoắn đồng thời có dạng:

$$\begin{cases} EJ_z \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\frac{A\gamma}{g} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{A\gamma_c}{g} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \\ C \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - C_1 \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{A\gamma_c}{g} \cdot \frac{\partial^2 (y + c\varphi)}{\partial t^2} + \frac{J_p \gamma}{g} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1)$$

Bởi tính đàn hồi của đàm nên dưới tác dụng của tải trọng động, đàm sẽ luôn dao động. Các tần số riêng lần lượt của các trạng thái chịu lực uốn ngang phẳng, xoắn thuận túy và uốn

- xoắn đồng thời lần lượt được xác định bởi các công thức (2) sau:

Tần số riêng uốn ngang phẳng

$$\omega_{Bi} = (i\pi)^2 \sqrt{\frac{EI_x}{\rho \cdot A \cdot l^4}} \quad (2)$$

trong đó:  $EI_z$  là độ cứng chống uốn,  $A$  là diện tích mặt cắt tiết diện,  $\rho$  khối lượng riêng

Tần số riêng xoắn tuần túy

$$\omega_{Ti} = (i\pi) \sqrt{\frac{GJ_z}{J_0}} \quad (3)$$

trong đó:  $GJ_z$  là độ cứng chống xoắn

Tần số riêng uốn - xoắn đồng thời

$$\omega_{B-T}^2 = \frac{(\omega_{Ti}^2 + \omega_{Bi}^2) \pm \sqrt{(\omega_{Ti}^2 - \omega_{Bi}^2)^2 + 4\lambda\omega_{Ti}^2\omega_{Bi}^2}}{2(1-\lambda)} \quad \text{với } \lambda = \frac{Fc^2}{I + Fc^2} \quad (4)$$

## 2.2. Lý thuyết ngẫu nhiên của phổ công suất

Thời gian chịu tải mang tính ngẫu nhiên của cầu chiếm vai trò chủ yếu trong trạng thái ứng xử của cầu. Vì vậy, ứng xử của cầu cũng mang tính đặc ngẫu nhiên. Cho tập hợp n tín hiệu dao động ngẫu nhiên rời rạc  $x_n(t)$  thì các đại lượng đặc trưng của tín hiệu

Hàm tự tương quan của tín hiệu  $x(t)$  được xác định bởi biểu thức :

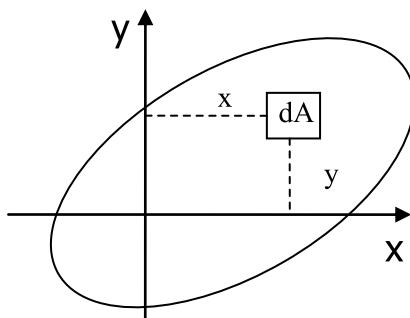
$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau) dt \quad (5)$$

Hàm phổ của  $R_x(\tau)$  được gọi là phổ công suất (PCS) của  $x(t)$ , ký hiệu là  $S_x(\omega)$

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (6)$$

## 2.3. Các đặc trưng của hình phẳng

Cho hình phẳng (H.2), xây dựng hệ trục tọa độ quán tính chính tâm 0xy



H.2. Minh họa xây dựng công thức các đặc trưng hình phẳng

Mô men bậc 0 ( $M_0$ ), Mô men bậc 1 ( $M_1$ ) và mô men bậc 2 ( $M_2$ ) so với trục y

$$M_0 = \int_A dA = A , M_1 = \int_A x dA / M_o , M_2 = \int_A (x - M_1)^2 dA / M_o \quad (7)$$

### 3. Nội dung nghiên cứu

#### 3.1. Khảo sát thực tế

##### 3.1.1. Phương pháp nghiên cứu

\* Tổ chức khảo sát 234 nhịp của 37 cầu tại địa bàn thành phố Hồ Chí Minh

- Đại lượng đo: gia tốc dao động.
- Số file đo mỗi nhịp: từ 9 đến 10 file, mỗi file có 4000 mẫu.
- Tốc độ lấy mẫu : 400 mẫu/giây.
- Vị trí đo: giữa nhịp và  $\frac{1}{4}$  nhịp
- Số đợt tổ chức đo: 4 đợt/năm.

\* Tổ chức xử lý số liệu

Các số liệu đo mỗi đợt được dùng để xây dựng một phổ công suất chung của đợt, gọi là phổ đại diện (PĐD) [15]. Trên H.3 là hình ảnh đo 1 số cầu:

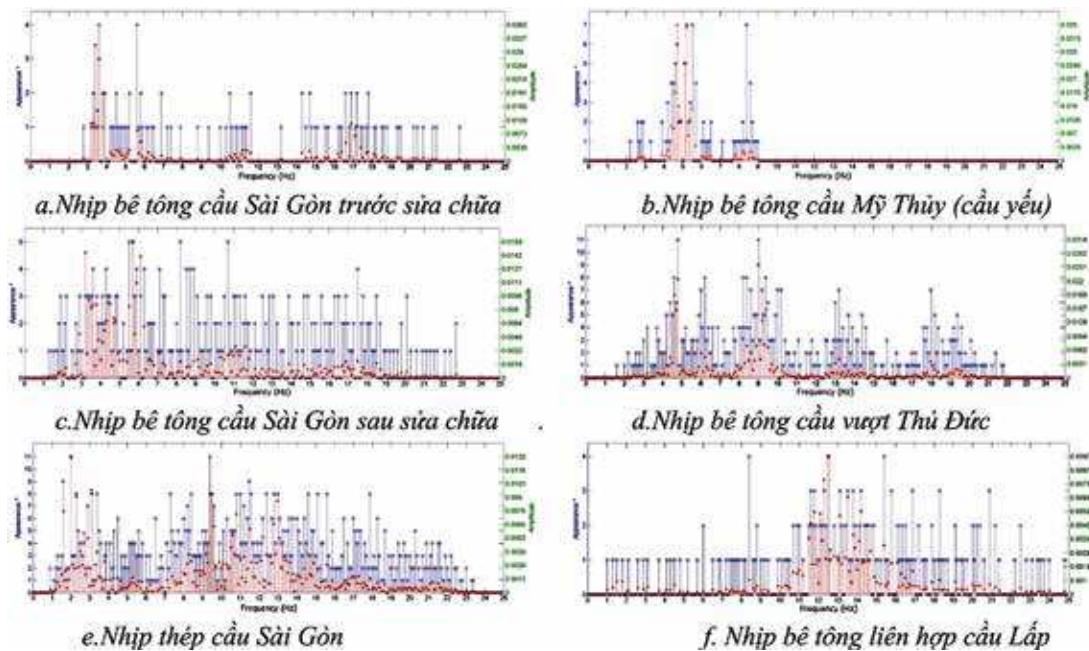


a) Cầu Sài Gòn      b) Cầu Vượt Bình Phước      c) Cầu Giồng Ông Tố mới

#### H.3. Đo dao động thực tế

##### 3.1.2. Kết quả và nhận định

\* Kết quả: trên H.4 là PĐD của một số nhịp cầu



#### H.4 . Phổ đại diện một số nhịp cầu.

\*Các nhận định có thể đưa ra như sau:

1. Các cầu được thiết kế trên nền bê tông cốt thép có các vùng cộng hưởng tần số thấp lần lượt tương đương 3,5 Hz (H.4a, H.4c); 4,5 Hz÷6 Hz (H.4b, H.4d). Các cầu dầm thép có các vùng cộng hưởng tần số thấp đo được lần lượt 2 Hz÷3 Hz và 11,5 Hz÷12,5 Hz.
2. Các cầu còn tốt (mới xây- ví dụ các cầu vượt mới xây trong giai đoạn năm 2000 trở lại đây (H.4d) hay vừa mới sửa chữa (H.4c) có số lượng hay bề rộng vùng cộng hưởng tần số thấp đo được lớn hơn so với các cầu cũ.
3. Tần số riêng của các nhịp (nếu cùng kết cấu vật liệu) có giá trị giống nhau (hoặc có độ sai lệch trong miền sai số đo) nhưng hình dạng PĐD có thể rất khác biệt.

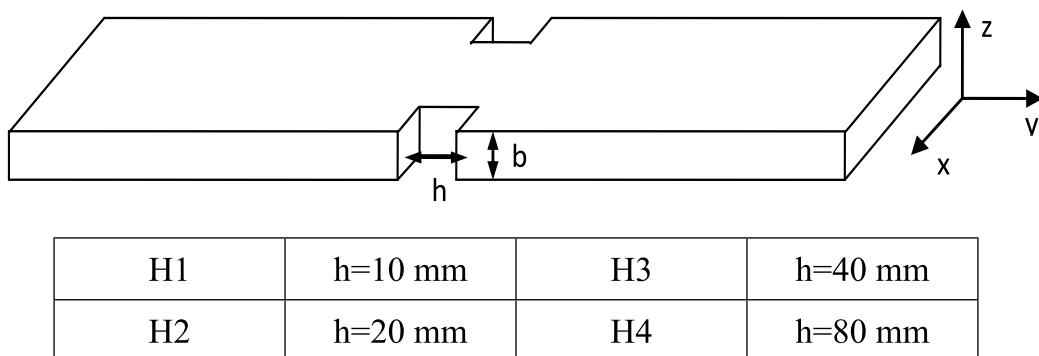
Các nhịp bê tông- cốt thép của cầu Sài Gòn có tần số riêng trước và sau sửa chữa và các lần kiểm định trước đó sai khác không đáng kể. Tuy nhiên như nhận định vừa nêu ở trên, PĐD khác nhau rất đáng kể.

Từ các nhận định trên, chúng ta cho rằng hình dạng của phổ đại diện thay đổi theo mức độ suy yếu. Sự thay đổi của phổ đại diện đáng kể hơn rất nhiều lần so với sự thay đổi tần số riêng với cùng độ suy giảm như nhau vì vậy các thông số hình học của PĐD sẽ là các thông số nhạy hơn rất nhiều so với tần số riêng trong việc giám sát tình hình suy giảm khả năng chịu lực của nhịp cầu.

### **1.1 Tổ chức thí nghiệm**

#### *1.1.1 Mô phỏng khuyết tật*

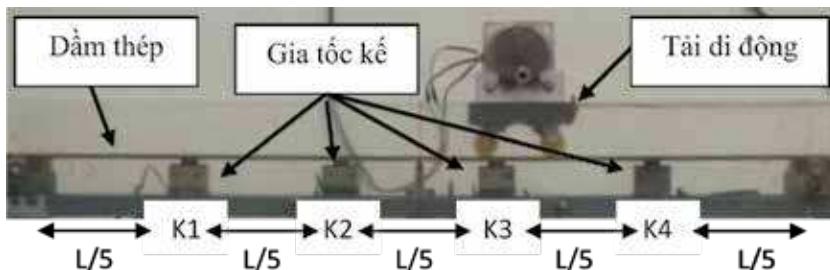
Để tìm hiểu kỹ hơn các nhận định trên, chúng tôi đã tổ chức thí nghiệm tại phòng thí nghiệm Cơ học ứng dụng thuộc trường Đại học Bách khoa- ĐHQG Tp HCM. Các nghiên cứu về suy yếu bởi các khuyết tật dạng vết cắt trong, mặt cắt vuông góc trực dầm - Mức độ tăng trưởng sự suy yếu được mô phỏng bởi độ lớn của vết cắt: bề rộng (kích thước dọc trực) và bề sâu (kích thước theo phương trực z). Trong thí nghiệm này chúng tôi cũng dùng biện pháp tương tự. Trên H.5 là hình ảnh vết cắt trên dầm thí nghiệm. Chiều của vết cắt bằng b - chiều cao tiết diện của dầm, bề rộng vết cắt là h sẽ tăng dầm để mô phỏng sự tăng trưởng hư hỏng



H.5. Vết cắt trên dầm thí nghiệm

### 3.2.2. Mô hình thí nghiệm

Trên H.6 là hình chụp mô hình thí nghiệm.



H.6. Mô hình thí nghiệm

Mô hình dầm: cấu tạo gồm có một tấm thép với kích thước dài 90 cm rộng 10 cm và dày 0,5 cm. Dầm được đặt tựa trên hai gối đỡ. Mô hình tải di động: cấu tạo từ một khối kim loại phía bên dưới có lắp bánh xe giúp tải có thể chuyển động trên dầm. Bốn gia tốc kẽm được bố trí đều dọc theo chiều dài của dầm

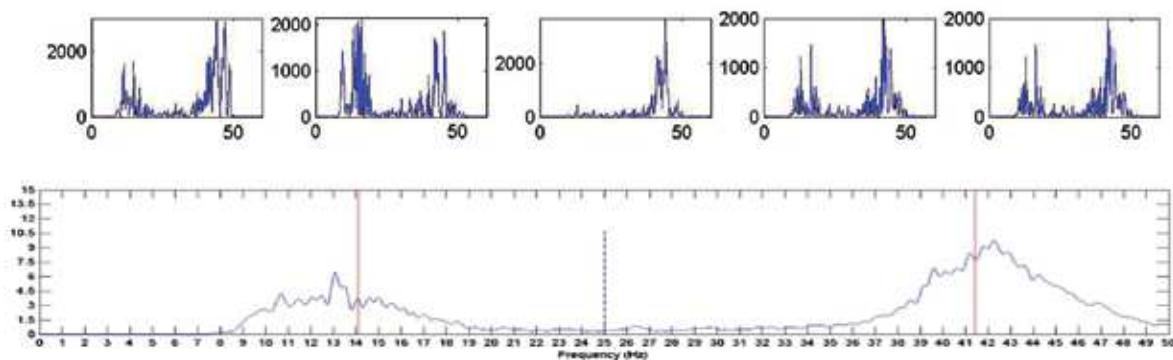
### 3.2.3. Thu thập và phương pháp xử lý số liệu

Tải di chuyển trên dầm mô phỏng luồng giao thông. Thiết bị thu thập dữ liệu có tốc độ lấy mẫu 512 mẫu/ giây. Số liệu lưu vào các file chứa 5120 mẫu.

Mỗi lần cho tải di chuyển trên dầm với vận tốc không đổi, các lần di chuyển được điều

khiến có vận tốc khác nhau. Số liệu mỗi file được dùng để xây dựng phổ công suất

Tổng hợp tất cả phổ công suất của tất cả các file dữ liệu trong mỗi đợt đo sẽ được phổ đặc trưng được đặt tên là phổ công suất đại diện (PCSDD).



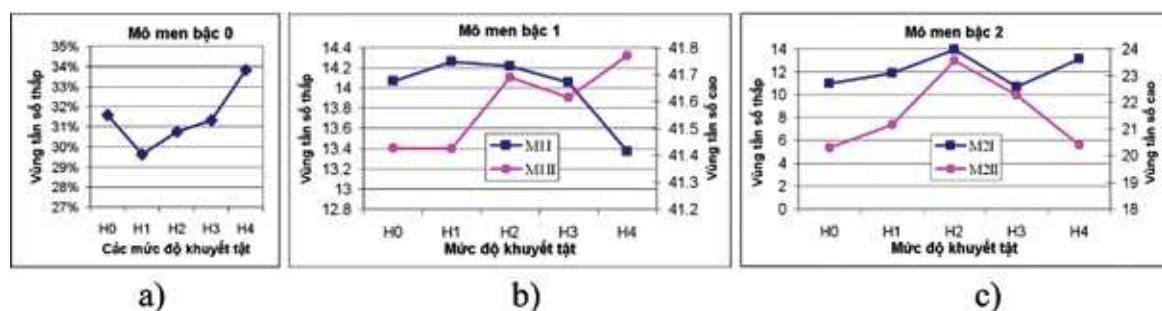
H.7. Phổ công suất của các file trong 1 đợt đo (trên) và phổ công suất đại diện (dưới)

Trong PCSDD, các vùng tần số có giá trị cao gọi là các vùng trội (hay các vùng công hưởng). Các kí hiệu  $M_{0I}$ ,  $M_{1I}$ ,  $M_{2I}$  là các mô men được tính cho vùng trội có miền tần số thấp nhất;  $m_{0II}$ ,  $m_{y1II}$ ,  $m_{y2II}$  là các kí hiệu tương ứng cho vùng trội cao kế tiếp.

Trong thí nghiệm, chúng tôi chỉ phát hiện cho 2 vùng trội là vùng tần số thấp và vùng tần số cao, vì vậy ta sẽ chỉ khảo sát các đặc trưng hình học của 2 vùng này.

### 3.3. Kết quả thí nghiệm

Để đánh giá các phổ công suất của từng trạng thái kích thích với nhau một cách khách quan, chúng ta cần trực chuẩn hàm mật độ phổ. Phương pháp trực chuẩn phổ biến là giả sử ảnh hưởng của biên độ các hài của các phổ công suất là như nhau với cùng trạng thái kích thích. Do đó ta quy diện tích toàn hình ảnh phổ công suất về 1.



H.8. Quan hệ giữa bề rộng vết cắt với mô men

Từ hình trên ta có các nhận xét sau:

- Với mức độ tăng bề rộng vết cắt thì giá trị  $M_{0I}$  sẽ tăng dần (H.8a). Điều này đồng nghĩa  $M_{0II}$  giảm dần. Ý nghĩa cơ học mà các đặc trưng cho thấy là khi dàm càng hư hỏng nhiều thì các dạng dao động bậc cao càng mất đi, dao động bậc thấp sẽ có biên độ tăng lên.

- Với mức độ tăng bè rộng vết cắt thì giá trị  $M_{II}$  giảm dần, còn  $M_{III}$  lại có xu hướng tăng (H.8b). Điều này cho thấy dầm càng hư hỏng thì khoảng cách trọng tâm giữa 2 vùng tần số càng cách xa nhau. Vùng tần số thấp sẽ càng ngày càng dịch chuyển về phía tần số thấp hơn, điều này cũng phù hợp với sự suy giảm của giá trị tần số riêng.

- Sự thay đổi giá trị của  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  được phát hiện sớm ngay khi chuyển từ tình trạng H0 sang tình trạng vết cắt H4. Các giá trị  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  thay đổi lần lượt: 7%, 4%, 18%. Trong khi giá trị tần số riêng chỉ giảm 2%. Điều này cho thấy sử dụng các giá trị Mi sẽ cho biết dễ dàng hơn sự phát triển của vết cắt (khuyết tật).

- Theo mức độ tăng trưởng khuyết tật thì các tần số cao, và do đó các tần số riêng bậc cao, các dạng dao động riêng bậc cao sẽ giảm một cách nhanh chóng. Khi chỉ còn 1 dạng dao động cơ bản, sử dụng tần số riêng, dạng riêng sẽ thiếu nhạy bởi thông số dùng để quan sát hạn chế. Vì vậy việc sử dụng bổ sung các thông số Mi sẽ là một giải pháp rất tốt khắc phục khó khăn trên.

#### 4. Kết luận

Bài báo trình bày các nghiên cứu tổng hợp số liệu thu thập ở hiện trường cũng như tại phòng thí nghiệm, các kết quả cho thấy việc sử dụng các đặc trưng của PĐD (các mô men hình học của vùng trội) đem lại các ưu điểm: thứ nhất là thao tác lấy tín hiệu không đòi hỏi chi phí cao, do vậy có thể tổ chức thường xuyên và tổ chức mở rộng cho số lượng cầu lớn. Thứ 2 là các thông số PĐD có giá trị thay đổi lớn hơn nhiều so với giá trị tần số riêng với cùng sự thay đổi khuyết tật, vì vậy việc dùng các thông số này hứa hẹn khả thi trong việc áp dụng thực tế.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Aiko Furukawa, Hisanori Otsuka (2006), “Structural Damage Detection Method Using Uncertain Frequency Response Functions”, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 21, pp. 292-305
2. C., P. & Adams, R. D. (1979), “The Location of Defects in Structures from Measurements of Natural Frequencies”, *Journal of Vibration and Acoustics*, 14(2), pp. 49-57
3. Craig, R. R. Jr., Kim, H. M., and Su, T. J. (1988). “Some applications of Lanczos vectors in structural dynamics.” Proc., 6th IMAC Conf., *Society of Experimental Mechanics, Bethel, Conn.*, pp. 501-506
4. Hearn G, Testa RB (1991), “Modal Analysis for Damage Detection in Structure”, *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 117(10), pp. 3042-3063
5. Man, X. T., L. M. McClure, Z. Wang, R. D. Fich, P. Y. Robin, and B. H. Jansen (1994), “Slot Depth Resolution in Vibration Signature Monitoring of Beam Using Frequency Ship”, *Journal of The Acouslic Society of America*, 95(4), pp. 2029-2037

6. Q. W. Zhang (2007), “Statistical damage identification for bridges using ambient vibration data”, *Computer and Structures*, 85, pp. 476-485
7. Tracy, T. And G. C. Pardoen (1989), “Effect of Delamination on The Natural Frequency of Composite Laminates”, *Journal of Composite Materials*, 23, pp. 1200-1215
8. Loland, O., and J. C. Dodds (1976), Experiment in Developing and Operating Integrity Monitoring System in North Sea, *in Proc. of the 8th Annual Offshore Technology Conference*, pp. 313-319
9. Hearn G, Testa RB (1991), “ Modal Analysis for Damage Detection in Structure”, *Jouranl of Structural Engineering (ASCE)*, 117(10), pp 3042-2063
10. Alampalli S, Fu GK (1993), “ Full scale dynamic monitoring of highway bride”, *Structural Enginerring in Natural Hazards Mitigation*, Vol 1, pp. 1602-1607
11. Salawu OS, William C. (1995), “Bridge Assessment Using Forced-Vibration Testing”, *Journal of Structural Enginerring (ACSE)*, 121(2), pp. 161-173
12. Fox, C. H. J., (1992), The Location of Defects in Structure: A Compare of th Use of Natural Frequency and Mode Shape Data, *in Proc. Of the 10<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference*, pp. 522-528
13. Pape, D.A. (1993), A Modal Analysis Approach to Flow Detection in Ceramic Insulators, *in Proc. Of the 11<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference*, pp. 35-40
14. Ngô Kiều Nhi, Nguyễn Quang Thành, Phạm Bảo Toàn, Đặng Anh Tuấn, Khả Năng Sử Dụng Số Liệu Đo Dao Động Thực Tế Trong Công Tác Quản Lý Kỹ Thuật Hệ Thông Cầu, Hội nghị toàn quốc lần thứ 6 về Cơ Điện tử - VCM-2012, pp. 133-142
15. Ngô Kiều Nhi, Nguyễn Quang Thành, Phạm Bảo Toàn, Đặng Anh Tuấn, Khả Năng Sử Dụng Số Liệu Đo Dao Động Thực Tế Trong Công Tác Quản Lý Kỹ Thuật Hệ Thông Cầu, Hội nghị toàn quốc lần thứ 6 về Cơ Điện tử - VCM-2012, pp. 133-142
16. Ngô Kiều Nhi, Lê Bảo Quỳnh, Nguyễn Ngọc Hải, Phạm Bảo Toàn, Nguyễn Quang Thành .Phương pháp xây dựng và kết quả phân tích phổ công suất dao động cầu gây bởi lưu thông thực tế. Hội nghị toàn quốc lần thứ 6 về Cơ Điện tử - VCM-2012, pp. 256-264

Ngày nhận bài: 5/12/2015

Ngày gửi phản biện: 18/12/2015