

Phân tích phi tuyến động lực học vỏ trụ thoải composite áp điện có gân gia cường

Nonlinear dynamic analysis of stiffened composite laminated cylindrical shells intergrated with piezoelectric sensors and actuators

> THS LÊ HẢI CHÂU¹, THS LÊ XUÂN THÙY²

^{1,2}Học viện Kỹ thuật Quân sự, Email: chaulh2000@yahoo.com

TÓM TẮT

Bài báo trình bày kết quả phân tích động lực học phi tuyến của kết cấu vỏ trụ thoải composite lớp áp điện có gân gia cường. Trên cơ sở phương pháp phần tử hữu hạn và lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất, kết cấu được mô hình hóa bởi các phần tử vỏ phẳng composite áp điện và dầm 3D, phương trình mô tả dao động phi tuyến của kết cấu vỏ được thiết lập dưới dạng ma trận. Sử dụng phương pháp tích phân trực tiếp Newmark kết hợp với phép lặp Newton-Raphson, các tác giả đã giải phương trình dao động phi tuyến để xác định lực tới hạn và đáp ứng phi tuyến của kết cấu. Từ đó, khảo sát ảnh hưởng của điện thế áp đặt, tính chất vật liệu composite và các yếu tố hình học của vỏ đến lực tới hạn và đáp ứng động phi tuyến của kết cấu. Kết quả nghiên cứu cho phép tìm kiếm các giải pháp hợp lý cho các kết cấu vỏ có khả năng kháng lực cao, cũng như điều khiển độ cứng vỏ theo ý muốn của người sử dụng, và có thể ứng dụng trong các lĩnh vực kỹ thuật như: kết cấu máy, công trình xây dựng, thiết bị bay

Từ khóa: Phân tích phi tuyến; vỏ composite; áp điện; gân gia cường

ABSTRACT

This paper presents a study of the geometrical nonlinear dynamic analysis of stiffened composite laminated cylindrical shells integrated with piezoelectric sensors and actuators. Base on finite element method and the first shear deformation theory, the structures were modeled by piezoelectric composite flat shell and 3D beam elements, the motion equation of the structures are derived in the matrix form. Using Newmark's time integration and Newton-Raphson method, authors solved the nonlinear vibration equations for determining the critical force and nonlinear response of the structures. The effects of applied voltage, properties of composite material, geometric factor of structure shells on the critical force and nonlinear dynamic response are studied. The research results allow finding reasonable solutions for shell structures with high resistance, as well as controlling the shell stiffness according to the user's wishes, and can be applied in the fields of engineering such as: machine structure, construction, flying devices ...

Keywords: Nonlinear analysis; composite shells; piezoelectric; stiffener

1. GIỚI THIỆU

Kết cấu composite có gắn các lớp hoặc các miếng áp điện nhằm mục đích áp dụng hiệu ứng thuận nghịch của vật liệu áp điện để tăng khả năng chịu lực, giảm khả năng mất ổn định của kết cấu vỏ dưới tác dụng của tải trọng cơ học là các kết cấu khá mới, đã và sẽ được sử dụng rộng rãi trong các lĩnh vực kỹ thuật. Trên cơ sở các kết cấu vỏ composite áp điện trơn, các loại vỏ dạng này có gân gia cường cũng đã và đang được nghiên cứu để ứng dụng rộng rãi trong thực tế do ưu điểm lớn của nó là tổ hợp được cả tính ưu việt của vật liệu áp điện và kết cấu vỏ composite có gân gia cường. Theo đó, T. I. Thinh và L. K. Ngoc [1] đã sử dụng phương pháp PTHH để nghiên cứu dao động riêng của tấm composite lớp có gắn các miếng áp điện. Cũng bằng phương pháp PTHH, N. T. Chung và các cộng sự [2] đã nghiên cứu ứng xử dao động và ổn định tuyến tính của tấm composite lớp có các lớp áp điện chịu tác dụng của tải trọng trong mặt phẳng trung bình. Phát triển hướng nghiên cứu này, N. T. Chung và các cộng sự [3] đã đạt được một số

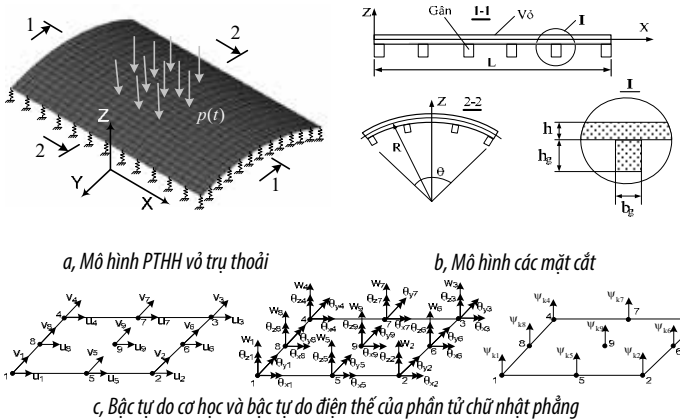
kết quả đáng kể khi nghiên cứu đáp ứng động lực học và điều khiển dao động của tấm composite áp điện có gân gia cường dưới tác dụng của dòng khí. Nguyễn Thái Chung và Lê Hải Châu [4] nghiên cứu, xem xét ảnh hưởng của các yếu tố áp điện, vật liệu và tải trọng đến đáp ứng động lực học của vỏ trụ thoải composite lớp áp điện. Nguyễn Thái Chung và Nguyễn Ngọc Thủy [5] sử dụng phần tử vỏ phẳng 9 điểm nút nghiên cứu ổn định tuyến tính của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của tải trọng đều hòa trong mặt phẳng trung bình. Bằng phương pháp giải tích, Soheil và các cộng sự [6] đã có được lời giải cho bài toán đáp ứng chuyển vị tĩnh và động lực học cho tấm chữ nhật composite có các miếng áp điện bố trí theo các phương bất kỳ so với cạnh tấm. M. R. Saviz và M. Mohammadpourfard [7] đạt được một số kết quả khi phân tích động lực học vỏ trụ composite lớp có các miếng áp điện trên cơ sở sử dụng phương pháp PTHH. L. H. Nguyen và V. V. Firsanov [8] nghiên cứu trường ứng suất của vỏ composite lớp với các lớp áp điện trên cơ sở sử dụng lý thuyết hàm

bù biến dạng cắt. Seyed Ali Mousavi và cộng sự [9] nghiên cứu động lực học và dao động của vỏ trụ composite có các lớp áp điện. V. Balamurugan và S. Narayanan [10] sử dụng phương pháp PTHH để mô hình hoá kết cấu tấm và vỏ có gân gia cường với các lớp áp điện, kết quả nghiên cứu cho thấy khả năng điều khiển dao động của các lớp áp điện. Giuseppe Sciascia và các cộng sự [11] áp dụng phương pháp PTHH nghiên cứu ảnh hưởng của biên độ tải trọng tác dụng trong mặt phẳng trung bình của vỏ composite có gân gia cường thay đổi đến đáp ứng động lực học và ổn định của kết cấu vỏ. Theo hướng nghiên cứu trên, M. Zamani và các cộng sự [12] sử dụng phương pháp giải tích có sự hỗ trợ tính toán của phần mềm ABAQUS nghiên cứu đáp ứng theo thời gian của kết cấu vỏ côn có gân gia cường trực giao chịu tác dụng của tải trọng ngắn hạn.

Nhìn chung, đến nay các nghiên cứu về kết cấu tấm composite áp điện có gân gia cường và kết cấu vỏ composite áp điện chịu tác dụng của tải trọng tĩnh và động đã có nhiều nghiên cứu bằng cả phương pháp giải tích và phương pháp số, bên cạnh đó các kết quả nghiên cứu về kết cấu vỏ composite áp điện có gân gia cường còn khá hạn chế, chưa đầy đủ. Chính vì lẽ đó, việc nghiên cứu ứng xử tĩnh, động lực học và ổn định của các kết cấu vỏ composite áp điện có các giải pháp gia cường như: gân, lượn sóng mà bài báo mới đáp ứng được một phần nhỏ nghiên cứu là cần thiết và ý nghĩa.

2. MÔ HÌNH BÀI TOÁN VÀ CÁC GIẢ THIẾT

Xét vỏ trụ thoải làm bằng vật liệu composite lớp có các lớp áp điện được liên kết ở mặt trong và mặt ngoài, vỏ được tăng cứng bởi các gân cùng vật liệu composite, bố trí trực giao nhau tại mặt trong. Vỏ được rời rạc hoá bởi hữu hạn các phần tử chữ nhật phẳng 9 điểm nút, trong đó mỗi nút có 6 bậc tự do ($u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}$) và gân gia cường được rời rạc hóa bởi hữu hạn phần tử dầm 3D, mỗi nút có 6 bậc tự do. Mô hình bài toán thể hiện như trên hình 1.



Hình 1. Mô hình PTHH vỏ trụ thoải có gân gia cường

Các giả thiết được sử dụng trong bài toán là: vật liệu vỏ, gân gia cường tuân thủ lý thuyết biến dạng bé và đàn hồi tuyến tính; liên kết giữa các lớp composite, lớp áp điện với nhau và giữa gân với vỏ được coi là dính bám tuyệt đối; chiều dày vỏ thỏa mãn lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất.

3. QUAN HỆ ỨNG XỬ CƠ HỌC CỦA PHẦN TỬ VỎ COMPOSITE CÓ LỚP ÁP ĐIỆN

3.1. Quan hệ biến dạng và chuyển vị

Sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất, chuyển vị tại một điểm có tọa độ (x,y,z) thuộc phần tử vỏ phẳng ở thời điểm t được biểu diễn [13], [20]:

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u_0(x,y,t) + z\theta_y(x,y,t), \\ v(x,y,z,t) &= v_0(x,y,t) - z\theta_x(x,y,t), \\ w(x,y,z,t) &= w_0(x,y,t), \end{aligned} \tag{1}$$

trong đó: u, v và w tương ứng là chuyển vị dài dọc theo các trục x, y và z tại điểm thuộc vỏ có tọa độ (x,y,z) ở thời điểm t ; u_0, v_0 và w_0 tương ứng là chuyển vị dài dọc theo các trục x, y và z tại điểm trên mặt trung bình của phần tử vỏ, có tọa độ (x,y) ở thời điểm t ; θ_x, θ_y lần lượt là góc xoay của mặt cắt ngang theo các trục x và trục y .

Các thành phần véc tơ biến dạng quan hệ với trường chuyển vị bởi [20],[23]:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}\}^T = \begin{Bmatrix} \{\varepsilon_b\} \\ \{\varepsilon_s\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\varepsilon_b^L\} + \{\varepsilon^N\} \\ \{\varepsilon_s\} \end{Bmatrix} \tag{2}$$

với: $\{\varepsilon_b^L\}$ - véc tơ biến dạng uốn tuyến tính, $\{\varepsilon^N\}$ - véc tơ biến dạng phi tuyến, $\{\varepsilon_s\}$ - biến dạng cắt.

3.2. Quan hệ ứng suất và biến dạng

3.2.1. Quan hệ ứng suất và biến dạng trong lớp composite:

Biểu thức quan hệ ứng suất - biến dạng trong lớp composite [20],[23]:

$$\{\sigma\}_k^{CP} = [\bar{Q}_{ij}]_k \{\varepsilon\}_k, \quad i, j = 1, 2, 4, 5, 6 \tag{3}$$

trong đó: $[\bar{Q}_{ij}]_k$ là ma trận hệ số độ cứng lớp composite thứ k .

3.2.2. Quan hệ ứng suất và biến dạng trong lớp composite áp điện:

Mối quan hệ ứng suất - biến dạng và hệ thức biểu diễn sự cân bằng điện tích trong lớp áp điện thứ k của phần tử được thể hiện như sau [23]:

$$\{\sigma\}_k = [\bar{C}_{ij}]_k \{\varepsilon\}_k - [e]_k^T \{E\}_k \tag{4}$$

$$\{D\}_k = [e]_k \{\varepsilon\}_k + [p]_k \{E\}_k \tag{5}$$

với $\{E\}$ - véc tơ điện trường, $\{D\}$ - véc tơ điện tích cảm ứng, $[\bar{C}_{ij}]$, $i, j = 1, 2, 4, 5, 6$ - ma trận độ cứng vật liệu lớp áp điện, $[e]$ - ma trận hệ số ứng suất áp điện, $[p]$ - ma trận hệ số điện môi.

3.3. Véc tơ điện trường

Trong trường hợp tổng quát, véc tơ điện trường $\{E\}$ được biểu diễn [16], [22], [23]:

$$\begin{aligned} \{E\}_\rho &= \{E_x \ E_y \ E_z\}^T = - \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial x} \ \frac{\partial \psi}{\partial y} \ \frac{\partial \psi}{\partial z} \right\}^T = \\ &= - \{\nabla\} \psi(x, y, z) \end{aligned} \tag{6}$$

trong đó: $\psi = \psi(x,y,z)$ - điện thế áp đặt.

3.4. Các thành phần nội lực

Các thành phần véc tơ lực màng $\{N\} = \{N_x \ N_y \ N_{xy}\}^T$, mômen uốn, mômen xoắn $\{M\} = \{M_x \ M_y \ M_{xy}\}^T$ và lực cắt $\{Q\} = \{Q_x \ Q_y\}^T$ trong phần tử vỏ có n lớp composite, m lớp áp điện được xác định như sau [15],[19]:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon_0\} + \{\varepsilon^N\} \\ \{\kappa\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [A_e] \\ [B_e] \end{bmatrix}^T \{\psi\} \tag{7}$$

$$\{Q\} = [F] \{\varepsilon_s\} + [S_e^1]^T \frac{\partial}{\partial x} \{\psi\} + [S_e^2]^T \frac{\partial}{\partial y} \{\psi\} \tag{8}$$

trong đó: các ma trận hệ số được xác định như trong [1],[2], [4], [23], $\{\psi\}$ - véc tơ điện thế phần tử, cấu trúc dạng sau:

$$\{\psi\} = \left\{ \left\{ \psi_b^1 \quad \psi_t^1 \right\} \left\{ \psi_b^2 \quad \psi_t^2 \right\} \cdots \left\{ \psi_b^m \quad \psi_t^m \right\} \right\}^T \quad (9)$$

với chỉ số "t", "b" dùng để chỉ mặt trên và mặt dưới của lớp áp điện.

3.5. Phương trình dao động của phần tử vỏ composite áp điện

Xét trường hợp hệ có mạch hồi tiếp, áp dụng nguyên lý Hamilton ta có phương trình vi phân mô tả dao động của phần tử vỏ composite áp điện trong hệ trục tọa độ cục bộ như sau [13],[22]:

$$[M]_e^s \{\ddot{U}^e\} + ([C]_A^e + [C]_R^e) \{\dot{U}^e\} + [K]_e^s \{U^e\} = \{F^e\} \quad (10)$$

trong đó: $[M]_e^s$ - ma trận khối lượng phần tử;

$[C]_R^e$ - là ma trận cản cơ học phần tử;

$$[C]_A^e = G_v [K_{UU}^e] [K_{\Psi\Psi}^e]^{-1} [K_{\Psi\Psi}^e]_a [K_{\Psi\Psi}^e]_s^{-1} [K_{\Psi\Psi}^e]_s \quad \text{- ma}$$

trận hệ số cản chủ động (G_v - hệ số hồi tiếp tốc độ);

$$[K_{UU}^e], [K_{\Psi\Psi}^e] \quad \text{- tương ứng là các ma trận tương tác cơ - điện, điện}$$

- cơ; $[K_{\Psi\Psi}^e]$ - ma trận độ cứng điện môi phần tử;

$$[K]_e^s = \left([K_{UU}^e] + G_d [K_{UU}^e] [K_{\Psi\Psi}^e]^{-1} [K_{\Psi\Psi}^e]_a [K_{\Psi\Psi}^e]_s^{-1} [K_{\Psi\Psi}^e]_s \right)$$

- ma trận độ cứng chủ động;

$$[K_{UU}^e] \quad \text{- ma trận độ cứng cơ của phần tử};$$

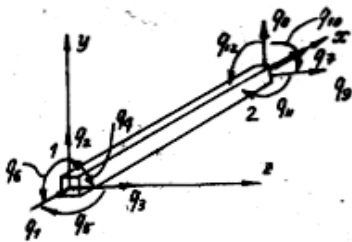
G_d - hệ số hồi tiếp chuyển dịch;

$\{F^e\}$ - véc tơ tải trọng cơ;

chỉ số "a" và "s" tương ứng chỉ kích thích và cảm biến [21],[23].

4. PHẦN TỬ THANH COMPOSITE MÔ TẢ GÂN GIA CƯỜNG

Xét phần tử thanh composite lớp, mỗi nút có 6 bậc tự do $u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}$ (Hình 2).



Hình 2. Mô hình phần tử thanh composite 3D, 2 nút

Ma trận độ cứng phần tử được tập hợp từ các ma trận như sau [13]:

$$[K]_e^b = [K_x]_e + [K_r]_e + [K_{xy}]_e + [K_{xz}]_e \quad (11)$$

trong đó: $[K_x]_e, [K_r]_e, [K_{xy}]_e, [K_{xz}]_e$ lần lượt là ma trận độ

cứng kéo (nén), ma trận độ cứng xoắn, ma trận độ cứng uốn trong mặt phẳng xy, ma trận độ cứng uốn trong mặt phẳng xz.

Trong hệ tọa độ tổng thể (X,Y,Z), ma trận độ cứng:

$$[K]_e^b = [T]_e^T [K]_e^b [T]_e \quad (12)$$

với: $[T]_e$ là ma trận chuyển hệ trục tọa độ [13], [22].

$$12 \times 12$$

Tương tự, ma trận khối lượng phần tử cũng được thiết lập từ 4 loại ma trận khối lượng:

$$[M]_e^b = [M_x]_e + [M_r]_e + [M_{xy}]_e + [M_{xz}]_e \quad (13)$$

Và trong hệ tọa độ tổng thể: $[M]_e^b = [T]_e^T [M]_e^b [T]_e \quad (14)$

Véc tơ tải trọng nút của phần tử trong hệ tọa độ tự nhiên:

$$\underbrace{\{f\}_e^b}_{12 \times 1} = \{f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4 \quad f_5 \quad f_6 \quad f_7 \quad f_8 \quad f_9 \quad f_{10} \quad f_{11} \quad f_{12}\}^T \quad (15)$$

Viết trong hệ tọa độ tổng thể: $\{f\}_e^b = [T]_e^T \{f\}_e^b \quad (16)$

Dấu "+" trong các công thức (11) và (13) được hiểu là các phép tập hợp ma trận.

5. PHƯƠNG TRÌNH PHI TUYẾN ĐỘNG LỰC HỌC CỦA KẾT CẤU VỎ VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bằng phương pháp ma trận độ cứng trực tiếp, sau khi tập hợp các ma trận phần tử, véc tơ tải trọng phần tử thành ma trận và véc tơ tải trọng tổng thể, ta được phương trình vi phân mô tả dao động của vỏ composite áp điện có gân gia cường như sau:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{f\} \quad (17)$$

trong đó:

$$[M] = \left(\sum_{Ns} [M]_e^s + \sum_{Nb} [M]_e^b \right);$$

$$[C] = \left(\sum_{Np} [C]_A^e + (\alpha[M] + \beta[K]) \right);$$

$$[K] = \left(\sum_{Ns} [K]_e^s + \sum_{Nb} [K]_e^b \right);$$

ở đây: N_s, N_b và N_p tương ứng là số lượng phần tử vỏ, gân và phần tử vỏ có áp điện;

dấu "Σ" được hiểu là phép tập hợp các ma trận.

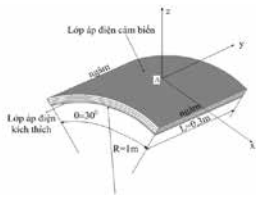
Đây là phương trình phi tuyến, hệ số phụ thuộc vào tính chất lớp áp điện, được các tác giả giải bằng việc sử dụng phương pháp tích phân trực tiếp Newmark kết hợp với phương pháp lặp Newton - Raphson. Chương trình tính được lập trình tính toán trong môi trường Matlab kết hợp với công cụ lập trình trong ANSYS 15.0, có tên gọi STIFFNESS_SMART_SHELL.

6. KHẢO SÁT SỐ

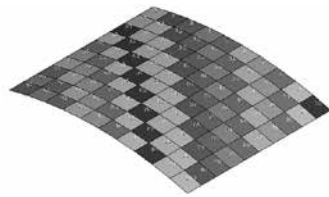
Vỏ thoải composite có lớp áp điện, chiều dày tổng cộng: $h = 0,0035m$, bán kính cong: $R = 1,0m$, chiều dài $L = 0,30m$, góc mở $\theta = 30^\circ$ và 5 gân bố trí đều dọc theo đường sinh vỏ. Vỏ gồm 6 lớp (4 lớp composite và 2 lớp áp điện), được bố trí đối xứng theo cấu hình: $[p/-\varphi^0/\varphi^0/\varphi^0/-\varphi^0/p]$, trong đó: $\varphi = 45^\circ$, "p" là ký hiệu của lớp áp điện. Các gân giống nhau có kích thước mặt cắt ngang: $b \times h = 0,005m \times 0,005m$, gồm 10 lớp composite cùng loại với vỏ. Các lớp composite của vỏ và của gân được làm từ vật liệu Graphite/Epoxy T300/976, có chiều dày bằng nhau và bằng: $h_1 = 0,0005m$. Hai lớp áp điện được làm bằng vật liệu PZT-5A, bố trí ở mặt trong và mặt ngoài của vỏ (không bố trí ở gân), có chiều dày bằng nhau và bằng: $h_p = 0,00075m$. Vật liệu Graphite-Epoxy T300/976 có: $E_{11} = 150.10^9 N/m^2, E_{22} = E_{33} = 9.10^9 N/m^2, G_{12} = G_{13} = 7,1.10^9 N/m^2, G_{23} = 2,5.10^9 N/m^2, \nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{32} = 0,3, \rho_{GE} = 1600kg/m^3$; vật liệu PZT-5A có: $E = 63,0.10^9 N/m^2, G = 24,2.10^9 N/m^2, \nu = 0,3, \rho_{PZT} = 7600kg/m^3, d_{31} = d_{32} = 2,54.10^{-10} m/V, p_{11} = p_{22} = p_{33} = 15.10^{-9} F/m$.

Tải trọng phân bố đều tại mặt trên của vỏ, biến đổi theo thời gian với quy luật: $p(t) = pt$. Điện thế áp đặt lên bề mặt lớp áp điện là: $V_p = 60V$; các hệ số hồi tiếp: $G_v = 0,55, G_d = 16$; tỷ số cản kết cấu: $\xi = 0,05$.

Vỏ liên kết ngàm dọc theo 2 cạnh đường sinh. Điểm xuất kết quả là điểm giữa bề mặt vỏ (điểm A) như trên hình 3.

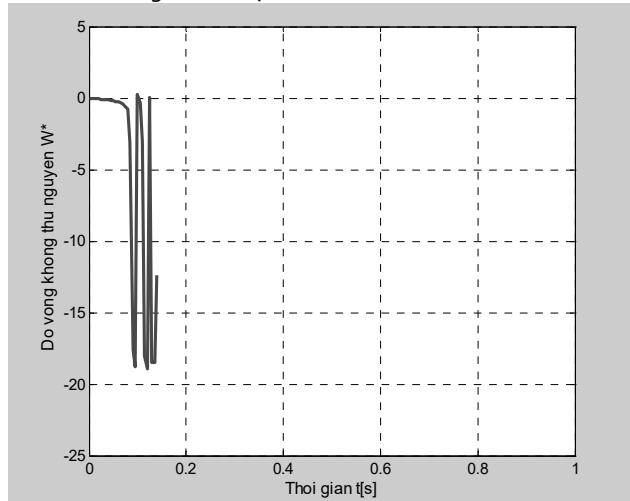


Hình 3. Mô hình bài toán



Hình 4. Mô hình PTHH

Kết quả đáp ứng độ võng không thứ nguyên $W^* = W/h$ tại điểm A của vỏ theo thời gian thể hiện như trên hình 5.



Hình 5. Đáp ứng động của vỏ theo thời gian

6.1. Lực tới hạn của kết cấu vỏ

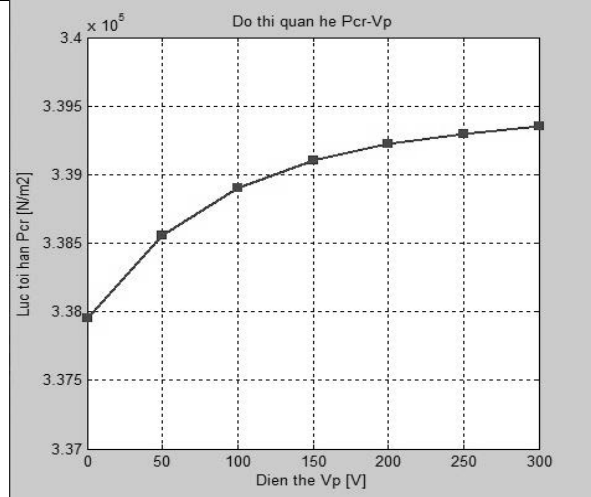
Áp dụng điều kiện ổn định theo tiêu chuẩn Budiansky-Roth: trong điều kiện nào đó (tải trọng, kích thước, ...), biên độ chuyển vị của kết cấu tăng theo thời gian và có sự thay đổi tăng đột ngột, kết cấu dao động quanh vị trí cân bằng mới thì kết cấu được xem là mất ổn định, khảo sát bài toán với hệ số p của tải trọng biến đổi từ giá trị 0, kiểm tra ta có được tải trọng tới hạn là: $p_{cr} = 3,3896 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

6.2. Ảnh hưởng của điện thế áp đặt

Nghiên cứu bài toán ổn định theo cách tính toán xác định áp lực tới hạn của vỏ khi cho điện thế áp đặt lên bề mặt lớp áp điện V_p biến thiên từ 0V đến 300V. Kết quả biến thiên lực tới hạn p_{cr} theo V_p thu được như trong bảng 1 và đồ thị hình 6.

Bảng 1. Quan hệ lực tới hạn p_{cr} - điện thế V_p

V_p [V]	0	50	100	150	200	250	300
$p_{cr} \cdot 10^5$ [N/m ²]	3,3795	3,3896	3,3900	3,3911	3,3917	3,3928	3,3935



Hình 6. Quan hệ p_{cr} và điện thế V_p

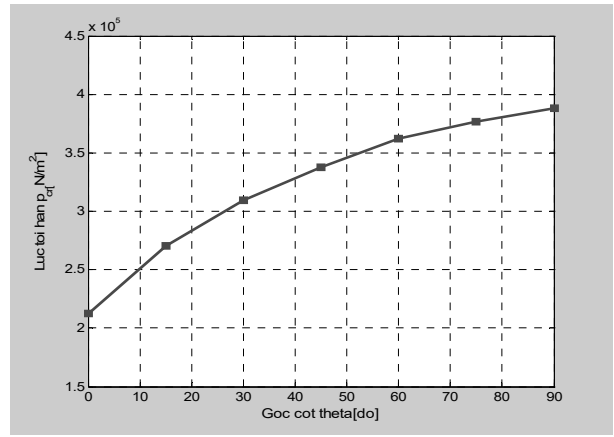
Nhận xét: khi điện thế biến thiên tăng, áp lực tới hạn của kết cấu vỏ tăng phi tuyến, song mức độ tăng không lớn. Với bài toán đã xét, khi điện áp biến thiên từ 0V đến 300V cho thấy áp lực tới hạn tăng 0,43%. Điều này theo tác giả là phù hợp vì điện thế có tác dụng dập tắt dao động sau thời gian tác dụng tải, còn tác dụng để hạn chế các điểm đột biến tăng của dao động là không lớn.

6.3. Ảnh hưởng của góc đặt cốt

Giải bài toán với quy luật góc đặt cốt của vỏ $[p/-\theta^0/\theta^0/\theta^0/-\theta^0/p]$, trong đó góc cốt θ biến thiên từ 0 đến 90°. Kết quả biến thiên biên độ lực tới hạn theo góc đặt cốt thu được như trong bảng 2 và hình 7.

Bảng 2. Biến thiên biên độ lực tới hạn p_{cr} và góc cốt θ

θ [độ]	0	15	30	45	60	75	90
$p_{cr} \cdot 10^5$ [N/m ²]	2,1289	2,7108	3,1206	3,3896	3,6583	3,8132	3,9651

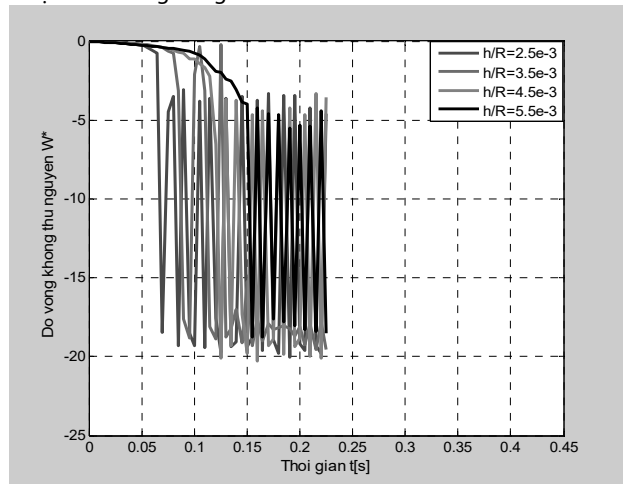


Hình 7. Quan hệ p_{cr} và góc cốt θ

Nhận xét: khi góc đặt cốt tăng từ 0 đến 90°, áp lực tới hạn lên vỏ tăng phi tuyến, với mức độ tăng lớn (86,25%), điều này cho thấy: với kết cấu và liên kết như đã xét, vỏ sẽ “cứng” hơn khi phương sợi trùng với phương vòng của vỏ, tức là $\theta = 90^\circ$.

6.4. Ảnh hưởng của tỷ số h/R

Để xem xét ảnh hưởng của độ cong vỏ, các tác giả tiến hành giải bài toán với tỷ số h/R biến thiên từ $2,5 \cdot 10^{-3}$ đến $5,5 \cdot 10^{-3}$. Kết quả, đáp ứng độ võng của vỏ tại điểm tính theo thời gian được thể hiện như trên đồ thị hình 8 và biến thiên lực tới hạn theo tỷ số h/R thể hiện như trong bảng 3.



Hình 8. Đáp ứng động của vỏ theo thời gian với các tỷ số h/R khác nhau

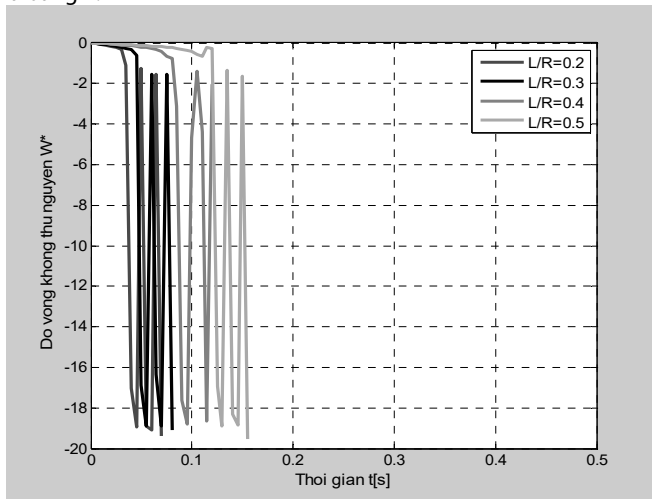
Bảng 3. Biến thiên lực tới hạn p_{cr} theo tỷ số h/R

h/R [10^{-3}]	2,5	3,5	4,5	5,5
$p_{cr} \cdot 10^5$ [N/m ²]	2,9127	3,3896	5,2106	7,1823

Nhận xét: tỷ số h/R của vỏ ảnh hưởng rất lớn đến lực tới hạn. Khi tỷ số h/R tăng từ: $2,5 \cdot 10^{-3}$ đến $5,5 \cdot 10^{-3}$, lực tới hạn của vỏ tăng phi tuyến với mức độ tăng rất nhanh (2,47 lần). Đây là giải pháp tốt để tăng cứng cho vỏ chống lại tải trọng động.

6.5. Ảnh hưởng của tỷ số L/R

Khảo sát bài toán với sự biến thiên tỷ số L/R từ 0,2 đến 0,5, kết quả đáp ứng chuyển vị đứng tại điểm A theo thời gian và biến thiên lực tới hạn p_{cr} theo tỷ số L/R thể hiện như đồ thị trong hình 9 và bảng 4.



Hình 9. Đáp ứng động của vỏ theo thời gian với các tỷ số L/R khác nhau

Bảng 4. Quan hệ giữa lực tới hạn p_{cr} và tỷ số L/R

L/R	0,2	0,3	0,4	0,5
$p_{cr} \cdot 10^5 [N/m^2]$	3,1209	3,3896	3,6214	3,7509

Nhận xét: khi tỷ số L/R của vỏ thay đổi, giá trị lực tới hạn thay đổi lớn. Trong giới hạn khảo sát với tỷ số L/R như trên, kết cấu vỏ hờ vẫn đáp ứng được các giả thiết của bài toán thì khi tỷ số L/R tăng (R giảm) từ 0,2 đến 0,5, lực tới hạn tăng phi tuyến với mức độ tăng tương đối lớn (20,18%). Điều này chỉ đúng với giới hạn thay đổi giá trị R nhất định, còn khi R giảm đến mức độ nào đó làm cho kết cấu không đảm bảo giả thiết vỏ hờ thì bài toán sẽ phức tạp hơn, cần có những nghiên cứu khác mới khẳng định được sự thay đổi của lực tới hạn.

6. KẾT LUẬN

Một số kết quả đạt được của nghiên cứu:

- Thiết lập phương trình mô tả dao động phi tuyến của vỏ composite áp điện có gân gia cường lệch tâm, chịu tác dụng của tải trọng cơ và điện bằng phương pháp PTHH. Xây dựng chương trình tính cho phép khảo sát số nhằm xem xét ảnh hưởng của các yếu tố hình học, tính chất áp điện, góc đặt cốt đến đáp ứng động lực học và ổn định của kết cấu vỏ.

- Các nhận xét có được từ khảo sát số có tính định lượng cho phép tham khảo, lựa chọn các giải pháp hợp lý đối với kết cấu vỏ composite áp điện có biện pháp gia cường như bố trí gân lệch tâm. Đồng thời, kết quả bài báo có thể làm cơ sở cho việc nghiên cứu tăng sức kháng cho kết cấu dạng vỏ composite áp điện.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Tran Ich Thinh, Le Kim Ngoc (2008), *Static and dynamic analysis of laminated composite plates with integrated piezoelectrics*, Vietnam Journal Mechanics, Vol. 30, No. 1 (2008), pp. 55 - 66.

[2] Nguyen Thai Chung, Hoang Xuan Luong, Nguyen Thi Thanh Xuan (2014), *Dynamic Stability of Laminated Composite Plates with Piezoelectric Layers*, Vietnam Journal Mechanics, Vol. 36, No. 2 (2014), pp. 95 - 107.

[3] Nguyen Thai Chung, Nguyen Ngoc Thuy, Duong Thi Ngoc Thu, and Le Hai Chau (2019), *Numerical and Experimental Analysis of the Dynamic Behavior of Piezoelectric Stiffened Composite Plates Subjected to Airflow*, Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2019, 10 pages.

[4] Nguyễn Thái Chung và Lê Hải Châu, *Phân tích động lực học vỏ thoải composite áp điện có gân gia cường*, Tuyển tập Hội nghị Khoa học toàn quốc Vật liệu và Kết cấu Composite: Cơ học, Công nghệ và ứng dụng 7/2016, tr.41-48.

[5] Nguyễn Thái Chung và Nguyễn Ngọc Thủy, *Nghiên cứu ổn định tuyến tính của tấm composite áp điện có gân gia cường chịu tác dụng của tải trọng điều hòa*, Tuyển tập Hội nghị Khoa học toàn quốc Vật liệu và Kết cấu Composite: Cơ học, Công nghệ và ứng dụng 7/2016, tr.89-96.

[6] Soheil Gohari, Farzin Mozafari, and Colin Burvill (2022), *Static and Dynamic Deformation Response of Smart Laminated Composite Plates Induced by Inclined Piezoelectric Actuators*, Journal of Composite Materials, Vol. 56(21), pp. 3269 - 3293.

[7] M. R. Saviz, M. Mohammadpourfard (2010), *Dynamic Analysis of a Laminated Cylindrical Shell with Piezoelectric Layers under Dynamic Loads*, Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 46(2010), pp. 770 - 781.

[8] L. H. Nguyen, and V. V. Firsanov (2021), *Stress State Analysis of Laminated Shells with Piezoelectric Layers Based on the Refined Theory*, Journal of Physics: Conference Series, Vol. 1925(2021), 12 pages.

[9] Seyed Ali Mousavi, Mohamad Reza Elhami, Mahmood Kafash Mirza Rahimi, Ali Asghar Kharestany (2020), *Dynamic and Vibration Analysis of Composite Cylindrical Shell with Piezoelectric Layers*, Aerospace Mechanics, 11 pages.

[10] V. Balamurugan, and S. Narayanan (2010), *Finite Element Modeling of Stiffened Piezolaminated Plates and Shells with Piezoelectric Layers for Active Vibration Control*, Smart Materials and Structures, Vol. 19 (2010), 21 pages.

[11] Giuseppe Sciascia, Vincenzo Oliveri, Paul M. Weaver (2022), *Dynamic analysis of prestressed variable stiffness composite shell structures*, Thin-Walled Structures 175 (2022), 16 pages.

[12] M. Zamani, A. Davar, M. Heydari Beni, J. Eskandari Jam (2021), *Transient Dynamic Analysis of Grid-Stiffened Composite Conical Shells*, Journal of Solid Mechanics Vol. 14, No. 3 (2022), pp.312-331.

[13] Bathe K.J (1996), *Finite element procedures*, Prentice Hall International, Inc.

[14] Budiansky, B and Roth, R.S (1962), *Axisymmetric dynamic buckling of clamped shallow spherical shell*, In: Collected papers on instability of shell structures, NASA TN D-1510.

[15] Hoàng Xuân Lương, Nguyễn Thái Chung, Trương Thị Hương Huyền (2013), *Dao động của vỏ thoải composite lớp áp điện có xét đến yếu tố phi tuyến hình học*, Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ IX, tr692-701.

[16] Jiashi Yang (2006), *The Mechanics of Piezoelectric Structures*, British Library Cataloguing-in-Publication Data, A catalogue record for this book is available from the British Library.

[17] José Antônio Hernandes and Rafael Takeda Melim (2012), *A flat shell composite element including piezoelectric actuators*, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, 12228-900, Brazil.

[18] Nguyễn Thái Chung, Trương Thị Hương Huyền, Nguyễn Trang Minh (2014), *Khảo sát ảnh hưởng của một số yếu tố đến dao động phi tuyến của vỏ composite có lớp áp điện*, Tạp chí Nghiên cứu Khoa học và Công nghệ Quân sự, số 29, tr121-132.

[19] Pham Tien Dat, Nguyen Thai Chung, Bui Tien Cuong (2008), *Geometrical nonlinear elastic buckling of the composite cylindrical shell*, Proceeding of the International Conference on Computational Solid Mechanics CSM-2008- University of Technical Education Hochiminh City, Vietnam Association for Mechanics of Solids, pp.67-76.

[20] Reddy J.N (2004), *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, CRC Press.

[21] Trần Ích Thịnh, Lê Kim Ngoc (2006), *Phân tích cơ học vật liệu composite áp điện*, Tuyển tập công trình Hội nghị khoa học toàn quốc Cơ học vật rắn biến dạng lần thứ 8.

[22] Nguyễn Thái Chung, *Cơ sở phương pháp phần tử hữu hạn và lập trình ANSYS trong Cơ kỹ thuật*, NXB Quân đội Nhân dân, 2016.

[23] Chung Nguyen Thai, Thinh Tran Ich and Thuy Le Xuan, *Perovskite and Piezoelectric Materials (Chapter: Static and Dynamic Analysis of Piezoelectric Laminated Composite Beams and Plates)*, Intech Open, 2020.