Trí tưởng tượng không gian và vai trò của nó trong giáo dục toán học

Đào Tam
Trường Đại học Vinh
182 Lê Duẩn, Vinh, Nghệ An, Việt Nam
Email: daotam.32@gmail.com

Đậu Anh Tuấn
Trường Cao đẳng Sư phạm Nghệ An
389 Lê Viết Thuật, Vinh, Nghệ An, Việt Nam
Email: dauanhtuancdsp@gmail.com

TÓM TẮT: *Bài viết đưa ra quan niệm về không gian, trí tưởng tượng không gian thông qua các khả năng đặc trưng. Đặc biệt, trong bài viết, tác giả nhấn mạnh vai trò của việc phát triển trí tưởng tượng không gian đối với việc nhận thức hình học. Một số thể hiện của trí tưởng tượng không gian trong học toán và trong thực tế. Theo tác giả bài viết, trí tưởng tượng không gian có vai trò quan trọng trong giáo dục toán học cho học sinh, không chỉ trong giải quyết các bài toán toán học mà còn có nhiều ứng dụng trong giải quyết vấn đề thực tế.*

TỪ KHÓA: **Không gian; trí tưởng tượng không gian; giáo dục; toán học.**
Nhận bài 30/11/2017 → Nhận kết quả phản biện và chỉnh sửa 25/12/2017 → Duyệt đăng 25/02/2018.

1. Đặt vấn đề

Giáo dục toán học trên thế giới xem trí tưởng tượng không gian (TTTKG) là một năng lực quan trọng trong nhận thức hình học và nhận thức hiện thực khách quan. Ở Việt Nam, tư tưởng phát triển TTTKG đã được nhiều tác giả quan tâm như: Nguyễn Văn Thiêm [1], Bùi Văn Nghị [2], Lê Thị Hoài Châu [3], Nguyễn Mạnh Tuấn [4]… Tuy nhiên, việc thống nhất cách hiểu không gian đặc biệt là việc đưa ra các thành tố đặc trưng của TTTKG chưa được tường minh. Bài viết này nhằm khắc phục những tồn tại nêu trên và bước đầu khai thác tư tưởng phát triển năng lực người học trong đổi mới giáo dục toán học hiện nay ở trường phổ thông.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Sơ lược về trí tưởng tượng không gian

2.1.1. Khái niệm không gian

Khái niệm "*không gian*" đề cập trong bài viết là không gian Euclide hai chiều, ba chiều trong giáo trình trung học phổ thông (dựa trên những biểu tượng không gian thực mà con người có thể cảm thụ được - không gian vật lí). Trong các biểu tượng mà trí tưởng tượng không gian (TTTKG) vận hành phản ánh những tính chất (hoặc dấu hiệu) các đặc tính không gian.

Trên cơ sở đó, chúng tôi cho rằng không gian được hiểu là một cấu trúc bao gồm: Các hình hình học, các vật thể; Các tính chất định tính: Hình dạng của các hình, vị trí tương đối giữa các hình, các vật thể, phương, hướng; Các quan hệ trước sau, phải trái; Các yếu tố về lượng: Khoảng cách, chu vi, diện tích, thể tích các hình, khối, …

Việc vận hành các biểu tượng không gian phụ thuộc vào hệ thống định hướng trong không gian hay hệ quy chiếu (sơ đồ vật thể, căn cứ vào vị trí của người quan sát), khả năng di chuyển từ hệ quy chiếu này sang hệ quy chiếu khác, lựa chọn tùy ý (các yếu tố trừu tượng như điểm, đường thẳng,...), không chú ý đến vị trí của người quan sát.

Trong quá trình hoạt động (vui chơi, học tập, lao động), con người tách khỏi các tương quan không gian, phản ánh chúng thành khái niệm hay biểu tượng, bảo đảm sự tri giác những tương quan không gian đã có, biến đổi chúng trong óc, trên cơ sở đó, xây dựng biểu tượng không gian mới.

2.1.2. Khái niệm trí tưởng tượng

Các nhà tâm lí học quan niệm: "Tưởng tượng là một quá trình nhận thức phản ánh những cái chưa từng có trong kinh nghiệm của cá nhân bằng cách xây dựng những hình ảnh mới trên cơ sở những biểu tượng đã có" dẫn theo [5], trong đó biểu tượng là "hình thức của nhận thức, cao hơn cảm giác, cho ta hình ảnh của sự vật còn giữ lại trong đầu óc sau khi tác động của sự vật vào giác quan ta đã chấm dứt" [6]. Tưởng tượng có những đặc điểm cơ bản sau:

- *Về nội dung phản ánh*, tưởng tượng phản ánh cái mới, cái chưa từng có trong kinh nghiệm của cá nhân hoặc của xã hội.
- *Về phương thức phản ánh*, tưởng tượng tạo ra cái mới từ các biểu tượng đã có và được thể hiện chủ yếu dưới hình thức các hình ảnh cụ thể.
- *Về cơ chế sinh lí*, tưởng tượng có cơ sở sinh lí là sự phân giải các hệ thống liên hệ thần kinh tạm thời đã có và kết hợp thành những hệ thống mới trên vỏ não.
- *Tưởng tượng là một quá trình tâm lí*, có nguồn gốc xã hội, được hình thành và phát triển trong lao động, do đó chỉ có ở con người mà thôi.

Theo [7], "khi con người đứng trước một hoàn cảnh có vấn đề - nguồn gốc của hoạt động, khi đó sẽ có hai hệ thống phản ánh đi trước của ý thức đối với kết quả của hoạt động đó: Hệ thống được tổ chức chặt chẽ của các hình ảnh và hệ thống được tổ chức chặt chẽ của các khái niệm. Khả năng lựa chọn và kết hợp các hình ảnh là cơ sở của tưởng tượng, khả năng kết hợp những khái niệm theo một cách mới là cơ sở của tư duy. Thường thì hoạt động này diễn ra cùng một lúc ở cả hai "tầng", bởi vì hai hệ thống hình ảnh và khái niệm có liên quan mật thiết với nhau, ví dụ sự lựa chọn một phương thức hoạt động được thực hiện bằng những phán đoán logic gắn liền với những biểu tượng sáng rõ về hoạt động sẽ được thực hiện như thế nào".

Vậy đứng trước một hoàn cảnh có vấn đề, khi nào ta tư duy, khi nào ta tưởng tượng? Điều này tùy thuộc vào tính bất định (không xác định, không rõ ràng) của hoàn cảnh có vấn đề nhiều hay ít. Nếu những tài liệu khởi đầu của nhiệm vụ, ví dụ của một vấn đề khoa học là rõ ràng, sáng tỏ thì quá trình giải quyết nhiệm vụ chủ yếu được tuân theo những quy luật của tư duy. Còn khi hoàn cảnh có vấn đề mang tính chất bất định lớn, những tài liệu khởi đầu khó được phân tích một cách chính xác, thì quá trình giải quyết nhiệm vụ diễn ra theo cơ chế tưởng tượng. Có thể kết luận: "tưởng tượng hoạt động ở giai đoạn nhận thức khi mà tính bất định của hoàn cảnh quá lớn".

Thống nhất với quan điểm trên, trong [5] nêu: "Giống với tư duy tưởng tượng phản ánh cái mới, chưa từng có trong kinh nghiệm của cá nhân, nó cũng do các tình huống có vấn đề gây nên. Cho nên, tưởng tượng cũng thuộc trình độ nhận thức lí tính và thực chất nó là một quá trình sáng tạo cái mới (mới đối với bản thân và đối với cả loài người). Nhưng khác với tư duy, tình huống có vấn đề trong tưởng tượng mang tính chất không xác định và phương thức phản ánh hiện thực khách quan của tưởng tượng là thông qua các biểu tượng và dưới hình thức biểu tượng.

Trong [5] đã nêu: "Giá trị của tưởng tượng là ở chỗ: Nó cho phép ta đi đến quyết định và tìm ra lối thoát trong hoàn cảnh có vấn đề ngay cả khi không có đủ những tri thức cần thiết để tư duy, nó cho ta nhảy cóc qua một vài giai đoạn nào đó của tư duy mà vẫn cứ hình dung được kết quả cuối cùng. Nhưng chỗ yếu của tưởng tượng cũng chính là ở chỗ đó. Giải quyết vấn đề bằng tưởng tượng thường không có sự chính xác, chặt chẽ một cách đầy đủ".

2.1.3. Trí tượng tượng không gian

Theo quan điểm về trí tượng tượng vừa nêu, chúng ta có thể hiểu TTTKG như là thuật ngữ tâm lí học, trong đó:

- Tưởng tượng là quá trình nhận thức phản ánh những cái chưa từng có trong kinh nghiệm của cá nhân bằng cách xây dựng những hình ảnh mới trên cơ sở những biểu tượng đã có.
- Đối tượng của trí tưởng tượng ở đây là không gian, nghĩa là những biểu tượng trong quá trình tưởng tượng, là những biểu tượng không gian.

Như vậy, TTTKG là hoạt động trí óc thể hiện quá trình biến đổi những biểu tượng không gian đã có nhằm kiến tạo những biểu tượng không gian mới.

Trong [1] có nêu: "TTTKG là quá trình biến đổi trong óc những biểu tượng không gian đã có, tức là những biểu tượng về tính chất và quan hệ không gian, biến đổi một cách tự do, có chủ đích nhiều lần, theo nhiều chiều hướng khác nhau, không dựa trực tiếp vào tài liệu trực quan xuất phát, nhằm xây dựng biểu tượng không gian mới, có tính chất sáng tạo riêng, đáp ứng nhiệm vụ giải quyết vấn đề được đặt ra".

Cấu trúc của hoạt động trí óc với những biểu tượng được diễn ra ở cả trình độ tri giác và trình độ biểu tượng. Khi hình thành hình tượng cảm tính, hoạt động được thực hiện trong quá trình biến đổi tích cực của chủ thể. Những hành động này tiến triển một cách năng động, phụ thuộc vào nội dung bài toán tri giác, tính chất đối tượng và trình độ nhận thức của chủ thể. Kết quả của hành động là biểu tượng được thiết lập. Hoạt động trí óc với những biểu tượng ở đây nổi lên như hoạt động trí óc độc lập, hoạt động tưởng tượng thực hiện chủ yếu không dựa vào tri giác và có một cấu trúc phức tạp (bao gồm những hành động nhằm ghi nhớ trong óc hình ảnh ban đầu đã hình thành, ấn định trong biểu tượng những biến đổi khác nhau hình ảnh đó, có căn cứ yêu cầu bài toán) nhằm vận hành tự do và nhiều lần hình tượng đó. Hoạt động này theo [4] được đặc trưng bởi:

- Điều kiện đặc biệt xây dựng hình ảnh bên trong (tách khỏi cơ sở trực quan);
- Nội dung của hoạt động (biến đổi những biểu tượng đã có);
- Trình độ thực hiện hoạt động (biến đổi trong óc theo biểu tượng nhiều lần, có hệ thống hoàn chỉnh).

Như vậy, theo chúng tôi, TTTKG thuộc phạm trù trực giác hình học đặc trưng bởi các khả năng sau đây:

- Khả năng hình dung các hình không gian qua các hình biểu diễn;
- Khả năng xác định vị trí tương đối giữa các đối tượng hình học, các hình hình học;
- Khả năng xác lập mối quan hệ phụ thuộc giữa các hình hình học;
- Khả năng hình dung các mặt cắt, giao các hình không gian;
- Khả năng ước lượng kích thước các hình không gian;
- Khả năng chuyển hóa các quan hệ, các mối liên hệ vào các mô hình hình học đã biết thuận tiện cho việc giải quyết vấn đề;
- Khả năng chuyển đổi từ ngôn ngữ hình học này sang hình học khác để trực quan hóa mô hình nghiên cứu;
- Khả năng khai triển các hình thuận tiện cho việc tính toán;
- Khả năng sơ đồ hóa, tọa độ hóa để xác định vị trí, kích thước, khoảng cách giữa các hình;
- Khả năng mô hình hóa các hiện tượng thực tiễn bằng ngôn ngữ và kí hiệu hình học;
- Khả năng xác lập các đối tượng không gian mới trên cơ sở các đối tượng không gian đã có.

Với cách hiểu như trên, TTTKG có 2 mức độ:

Mức độ 1: Giúp hiểu sâu sắc các đối tượng hình học, ý nghĩa hình học của các biểu thức hình thức được diễn đạt theo ngôn ngữ đại số (ngôn ngữ véc tơ, tọa độ).

Mức độ 2: Giúp kiến tạo các đối tượng hình học mới trên cơ sở biến đổi các đối tượng và quan hệ đã có.

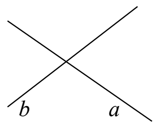
2.2. Thể hiện của trí tưởng tượng không gian trong học toán và trong thực tiễn

2.2.1. Thể hiện của việc phát triển trí tưởng tượng không gian đối với hoạt động nhận thức hình học

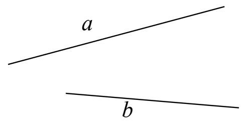
Trên cơ sở nghiên cứu nội dung của hoạt động nhận thức toán học, chúng tôi đề cập một số thể hiện của TTTKG trong hoạt động nhận thức hình học sau đây:

a. Tạo cơ hội giúp HS hình dung các hình không gian qua hình biểu diễn

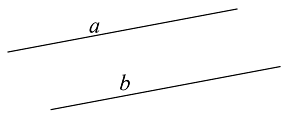
Ví dụ 1: Khi dạy chủ đề hai đường thẳng chéo nhau, có thể cho học sinh (HS) trải nghiệm xem xét các hình sau có phải là hình biểu diễn của hai hình chéo nhau.



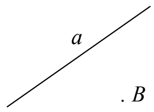
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

HS dễ dàng thấy được Hình 1, Hình 2 và có thể gặp khó khăn ở Hình 3, Hình 4. Giáo viên sẽ định hướng để cho HS tưởng tượng được:

- Đối với Hình 3, ta chiếu hai đường thẳng chéo nhau theo phương nằm trong mặt phẳng song song với hai đường thẳng chéo nhau lên mặt phẳng chiếu;
- Đối với Hình 4, ta chiếu hai đường thẳng chéo nhau theo phương song song với một trong hai đường thẳng đó lên mặt phẳng chiếu.

b. Giúp chuyển bài toán không gian về bài toán phẳng thông qua việc phân tích, tách các bộ phận phẳng của hình không gian liên quan đến điều kiện bài toán để giải các bài toán phẳng quen thuộc

Ví dụ 2: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại C; AB = c, các cạnh bên nghiêng đều với đáy góc α. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Việc chuyển về bài toán phẳng dựa trên sự phân tích sau:

Từ giả thiết suy ra nếu H là hình chiếu của S lên (ABC) thì H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Vì ΔABC vuông tại C $\Rightarrow$ H là trung điểm AB.

$\Rightarrow$ HS là trục đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

$\Rightarrow$ Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là O $\in$ SH.

$\Rightarrow$ (ASB) cắt mặt cầu ngoại tiếp theo đường tròn lớn.

$\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSAB.

Vấn đề thực chất là giải bài toán hình học phẳng.

Cho ΔSAB có AB = c; $\widehat{SAB} = \widehat{SBA} = \alpha$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSAB.

Việc giải bài toán này tương đối dễ dàng:

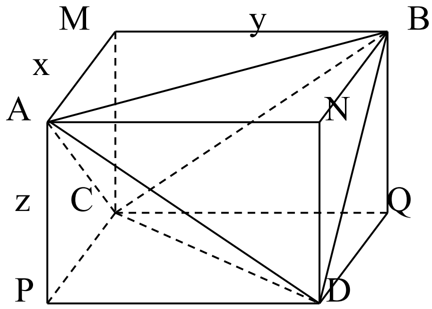
Áp dụng định lí hàm số sin ta có:

$$\Rightarrow \frac{c}{\sin(180^o - 2\alpha)} = 2R$$

$$\Rightarrow R = \frac{c}{2\sin 2\alpha}.$$

c. Cho phép HS tưởng tượng phân tích chuyển hóa hình không gian này sang bộ phận của một hình không gian khác nhằm đưa vấn đề cần giải quyết về dạng quen thuộc

Ví dụ 3: Sau khi học công thức tính thể tích của tứ diện V, bài toán tạo ra chướng ngại lớn cho HS.



"Tính thể tích của tứ diện ABCD biết AB = CD = a; AC = BD =b và AD = BC = c".

Chướng ngại thể hiện ở chỗ HS không xác định được đường cao vẽ từ một đỉnh nào đó. Từ đó không tính được độ dài đường cao theo a, b, c.

Việc khắc phục nhờ sử dụng mối liên hệ giữa tứ diện và hình hộp; hình hộp có thể xây dựng từ tứ diện bằng cách qua các cặp cạnh đối dựng các cặp mặt phẳng song song lần lượt chứa các cạnh đó; ba cặp mặt phẳng song song này tạo thành hình hộp ngoại tiếp tứ diện. Nhờ xem xét mối liên hệ trên đã thúc đẩy các hoạt động biến đổi đối tượng, hoạt động điều ứng để cấu trúc lại bài toán, từ đó tìm ra hướng giải quyết.

Thể tích tứ diện bằng thể tích hình hộp trừ đi tổng thể tích 4 hình chóp có thể tích bằng nhau.

$$V_{ABCD} = xyz - \frac{4}{6}xyz = \frac{1}{3}xyz \quad \text{với} \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ x^2 + z^2 = b^2 \\ z^2 + y^2 = c^2 \end{cases}$$

d. Trí tưởng tượng không gian giúp hình dung được hình khai triển của hình không gian lên mặt phẳng. Từ đó chuyển việc giải bài toán hình không gian sang vấn đề bài toán phẳng quen thuộc

Ví dụ 4: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$; Gọi M, N là các điểm thuộc các cạnh AD và BB_1 sao cho $AM = BN$; Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và C_1D_1.

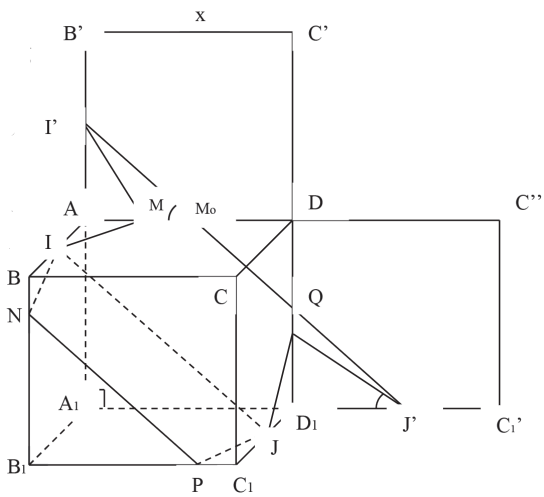
a) Xác định vị trí của đường thẳng IJ và MN. Chứng minh MN cắt và vuông góc với IJ.

b) Dựng thiết diện tạo bởi mặt phẳng đi qua hai đường thẳng IJ và MN.

c) Với vị trí nào của M, N thì thiết diện có chu vi bé nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Giải:

a) Để giải bài toán này, ta dễ chứng minh được đường IJ là trục đối xứng của (BCC_1B_1) và (ADD_1A_1). Suy ra, qua trục đối xứng IJ, điểm B biến thành điểm A, điểm B_1 biến thành điểm D. Kết hợp với giả thiết, suy ra điểm N biến thành điểm M. Từ



đó, dễ dàng chứng minh được MN cắt và vuông góc với IJ.

b) Sử dụng tính chất giao giữa một mặt phẳng phân biệt với hai mặt phẳng song song tạo hai giao tuyến song song. Từ đó dễ dàng tìm được thiết diện là lục giác MQJPNI.

c) Chu vi của lục giác MQJPNI bằng hai lần chu vi của hình thang IMQJ.

Ta trải hình vuông BCDA và CC_1D_1D lên mặt phẳng (AD D_1A_1) theo phương vuông góc ta lần lượt được các hình vuông $B^{'}C^{'}DA$ và $C^{''}C_1^{'}D_1D$.

Khi đó điểm I lần lượt thành trung điểm I' của AB' và J thành trung điểm J' của $D_1C_1^{'}$.

Gọi giao điểm của đường thẳng $I'J'$ với AD và DD_1 lần lượt tại M_0, M_1.

Như vậy, chu vi của thiết diện

$P_{MINPJQ} = 2P_{IMQJ} = 2(IM + MQ + QJ + IJ) = 2(I^{'}M + MQ + QJ^{'})$

nhỏ nhất khi I', M, Q, J' thẳng hàng $\Longrightarrow$ điểm M trùng với điểm M_0, điểm Q trùng với điểm M_1.

Dễ dàng chứng minh được $\Delta A_1J^{'}I^{'}$ là tam giác vuông cân nên góc $AM_0I^{'}$ bằng 45^0, hay M_0 là trung điểm của AD. Tương tự, điểm M_1 là trung điểm của DD_1.

Khi đó, chu vi của thiết diện nhỏ nhất khi M, N lần lượt là trung điểm của AD và $B\ B_1$.

Vận dụng các tính chất hình học phẳng, ta tính được chu vi của thiết diện nhỏ nhất là: $P = \dfrac{3\sqrt{2}x}{2}$

2.2.2. Thể hiện của trí tưởng tượng không gian trong thực tiễn

a. Định hướng và xác định được vị trí địa lí của một hình, địa điểm, một vật:

Ví dụ 5: Chỉ dẫn cho một người nào đó chưa từng tới thành phố Vinh đi từ vị trí A đến B thì người ta đặt B gắn với vị trí khác liên quan, hình dung được khoảng cách từ A đến B và tốt nhất là mô hình hóa được nhờ sử dụng ngôn ngữ tọa độ chỉ dẫn cho người đó, sơ đồ các đường thẳng cần đi.

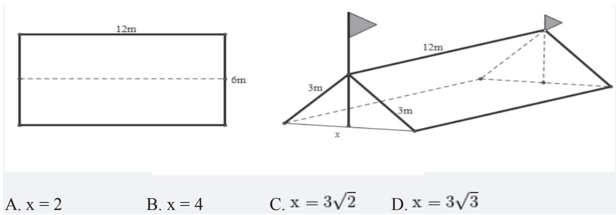
Định hướng từ Quảng trường Hồ Chí Minh đến Trường Trung học phổ thông Chuyên Phan Bội Châu bằng cách sau đây: Có thể xem góc giữa hai con đường Lê Hồng Phong và đường Nguyễn Văn Cừ là góc phần tư thứ nhất của hệ trục tọa độ, có gốc tọa độ là giao của hai đường thẳng vuông góc mô tả đường Lê Hồng Phong và đường Nguyễn Văn Cừ có chiều dương trục hoành từ gốc tọa độ tới Hải quan và chiều dương trục tung từ gốc tọa độ tới Quán Bàu (xem hình). Khi đó, trường Trung học phổ thông Chuyên Phan Bội Châu nằm ở góc phần tư thứ nhất sát với trục hoành cách tâm 0 gần 50 m.

Ví dụ 6: Người ta có thể biết con tàu ra khơi ở vị trí nào nếu biết được kinh độ, vĩ độ và khoảng cách từ đó đến đất liền để trung tâm cứu nạn xác định được vị trí con tàu khi cứu nạn.

Ví dụ 7: Từ bản vẽ vẽ ngôi nhà, hình dung được hình dáng của ngôi nhà đó về chiều dài, độ cao, chiều rộng các gian phòng.

b. Giải các bài toán cực trị trong thực tiễn liên quan đến tính chất lượng của các hình

Ví dụ 8: Trong một đợt tổ chức cho HS tham gia dã ngoại ngoài trời. Để có thể có chỗ nghỉ ngơi trong quá trình tham quan dã ngoại, các bạn HS đã dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều bằng bạt từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 12m và chiều rộng là 6m bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiếu dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau x m (xem hình vẽ). Tìm x để khoảng không gian phía trong lều là lớn nhất?



Giải: Qua bài toán thực tiễn, chúng ta cần tính thể tích lều theo x, từ đó tìm x để hàm số đạt giá trị lớn nhất. Dễ dàng tính được chiều cao h hạ từ đỉnh lều xuống đáy lều là $h = \sqrt{9 - \dfrac{x^2}{4}}$

Không gian phía trong lều là thể tích hình lăng trụ $V = S.d$, với S là diện tích đáy và d là chiều cao của hình lăng trụ. Từ đó: $V = 3x\sqrt{36 - x^2}$

Dễ dàng dùng công cụ đạo hàm, ta tính được Vmax = $V(3\sqrt{2})$.Từ đó chọn đáp án C.

Trên đây, chúng tôi đã làm sáng tỏ một số cơ hội giúp HS hoạt động trải nghiệm tưởng tượng không gian. Bạn đọc có thể phát hiện thêm các cơ hội khác để HS trải nghiệm, chẳng hạn tạo cơ hội giúp HS trải nghiệm tìm hiểu các lĩnh vực hội họa, kiến trúc, xây dựng,...

3. Kết luận

TTTKG có vai trò quan trọng trong giáo dục toán học cho HS, không chỉ trong giải quyết các bài toán toán học mà còn có nhiều ứng dụng trong giải quyết vấn đề thực tế. Từ cách hiểu về TTTKG qua các khả năng đặc trưng và đặc biệt từ việc làm sáng tỏ một số biểu hiện của TTTKG, đó là cơ sở để tiếp tục nghiên cứu đề xuất các biện pháp phát triển năng lực TTTKG trong dạy học Hình học ở trường trung học phổ thông. Qua đó, góp phần đổi mới giáo dục toán học trong giai đoạn hiện nay, đặc biệt góp phần phát triển năng lực tư duy và suy luận, năng lực giải quyết vấn đề trong nội bộ môn Toán cũng như trong thực tiễn.

Tài liệu tham khảo

[1] Nguyễn Văn Thiêm, (1984), *Tưởng tượng không gian, phát huy trí tượng tượng không gian của học sinh khi dạy hình học phẳng*, Tạp chí Nghiên cứu Giáo dục, số 11/1984, số 12/1984.
[2] Bùi Văn Nghị, (2008), *Giáo trình phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
[3] Lê Thị Hoài Châu, (2004), *Phương pháp Dạy - Học hình học ở trường trung học phổ thông*, NXB Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh.
[4] Nguyễn Mạnh Tuấn, (2010), *Trí tượng tượng không gian và việc phát triển trí tượng tượng không gian cho học sinh những năm đầu tiểu học (lớp 1, 2) bằng phần mềm giáo dục*, Tạp chí Giáo dục, số 248.
[5] Trần Trọng Thủy, (1998), *Tâm lí học*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
[6] Hoàng Phê (chủ biên), (1998), *Từ điển Tiếng Việt*, NXB Đà Nẵng.
[7] Phạm Minh Hạc (chủ biên), (1988), *Tâm lí học*, Tập 1, NXB Giáo dục.
[8] Đào Duy Anh, (2005), *Hán Việt từ điển*, NXB Văn hóa Thông tin.
[9] Vũ Dũng (chủ biên), (2008), *Từ điển Tâm lí học*, NXB Từ điển Bách khoa, Viện Tâm lí học, Hà Nội.
[10] Bùi Hiền, (2001), *Từ điển Giáo dục học*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
[11] Nguyễn Bá Kim, (2004), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
[12] Phan Trọng Ngọ, (2005), *Dạy học và phương pháp dạy học trong nhà trường*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
[13] Đào Tam, (2005), *Phương pháp dạy học hình học ở trường trung học phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

SPATIAL IMAGINATION AND ITS ROLE IN MATHS EDUCATION

Dao Tam
Vinh University
182 Le Duan, Vinh, Nghe An, Vietnam
Email: daotam.32@gmail.com

Dau Anh Tuan
Nghe An College of Education
389 Le Viet Thuat, Vinh, Nghe An, Vietnam
Email: dauanhtuancdsp@gmail.com

ABSTRACT: *The article introduces concepts of space, spatial imagination through specific abilities. In particular, the author emphasizes the role of developing spatial imagination in Geometric perception. Some expressions of spatial imagination in Maths learning and in reality. According to the author, spatial imagination plays an important role in Maths education for students, not only in solving Maths problems but also in practical problem solving applications.*

KEYWORDS: **Space; Spatial imagination; education; Maths.**